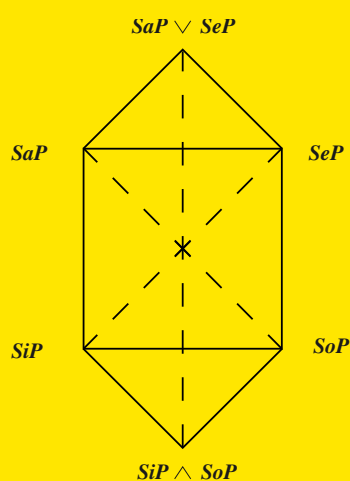


Horst Wessel

Antiirrationalismus

Logisch-philosophische Aufsätze



λογος

Die Open-Access-Stellung der Datei erfolgte mit finanzieller Unterstützung des Fachinformationsdiensts Philosophie (<https://philportal.de/>)



Dieses Werk ist lizenziert unter der Creative Commons Attribution 4.0 Lizenz CC BY-SA (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>). Die Bedingungen der Creative-Commons-Lizenz gelten nur für Originalmaterial. Die Wiederverwendung von Material aus anderen Quellen (gekennzeichnet mit Quellenangabe) wie z.B. Schaubilder, Abbildungen, Fotos und Textauszüge erfordert ggf. weitere Nutzungsgenehmigungen durch den jeweiligen Rechteinhaber.



DOI: <https://doi.org/10.30819/0266>

Horst Wessel

Antiirrationalismus

Logisch-philosophische Aufsätze

Logische Philosophie

Herausgeber:

H. Wessel, U. Scheffler, Y. Shramko, M. Urchs



Herausgeber der Reihe Logische Philosophie

Horst Wessel

Unter den Linden 61
D-14621 Schönwalde
Deutschland
WesselH@philosophie.hu-berlin.de

Uwe Scheffler

Institut für Philosophie
Humboldt-Universität zu Berlin
Unter den Linden 6
D-10099 Berlin
Deutschland
SchefflerU@philosophie.hu-berlin.de

Yaroslav Shramko

Lehrstuhl für Philosophie
Staatliche Pädagogische Universität
UA-324086 Kryvyj Rih
Ukraine
kff@kpi.dp.ua

Max Urchs

Fachbereich Philosophie
Universität Konstanz
D-78457 Konstanz
Deutschland
max.urchs@uni-konstanz.de

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

©Copyright Logos Verlag Berlin 2003

Alle Rechte vorbehalten.

ISSN 1435-3415

ISBN 3-8325-0266-1

Logos Verlag Berlin

Gubener Str. 47, 10243 Berlin, Tel.: +49 030 42 85 10 90

INTERNET: <http://www.logos-verlag.de>

Für Ingrid

Ein persönlicher Blick zurück*

Im September des Jahres 2001 endete mein Arbeitsverhältnis mit der Humboldt-Universität zu Berlin. Fast fünfzig Jahre meines Lebens hatte ich an dieser Bildungseinrichtung zugebracht. Zunächst als Student, später dann als Assistent, Oberassistent, Dozent und schließlich als Professor. Am Institut für Philosophie baute ich den Bereich Logik auf, in dem zu seinen besten Zeiten sieben Wissenschaftler arbeiteten. Mit dem Ende der DDR endete auch die Arbeit dieses Bereichs. Das auch von mir angestrebte starke geeinte Deutschland konnte sich so viele Logiker nicht leisten. Trotzdem hegte ich einen berechtigten Stolz darauf, daß ich mit meinem Ausscheiden aus der Professorenschaft des Instituts für Philosophie einen echten Beitrag zur inneren Einheit unseres Vaterlandes und zur Durchsetzung der Leitkultur geleistet hatte. Nun konnte man unter den Professoren des Instituts nicht mehr zwischen Osis und Wessis unterscheiden. Das letzte Relikt der untergegangenen DDR war verschwunden.

Für mich war es das traurige, zumindest institutionelle Ende eines langjährigen Bemühens um Rationalität in der Philosophie.

Es begann alles im Frühjahr 1953, als wir uns in der elften Klasse der Oberschule für ein Studienfach entscheiden mußten und unsere Bewerbungen an die entsprechenden Universitäten abschickten. Meine Fähigkeiten lagen nach der Auffassung meiner Lehrer auf dem Gebiet der Mathematik und Naturwissenschaften. Außerdem gehörten Bücher zur Geschichte zu meiner Lieblingslektüre. Doch mein Leben lang mich mit Mathematik zu beschäftigen, schien mir in meinem jugendlichen Leichtsinn zu langweilig. Ich hatte ein wenig Schopenhauer und Nietzsche, etwas Marx und natürlich Stalins klassische Arbeit „Marxismus und Fragen der Sprachwissenschaft“ gelesen. Und so begann ich dann im September 1954 mein Studium am philosophischen Institut der Humboldt-Universität zu Berlin. Eines der ersten philosophischen Werke, das wir lesen mußten, war Lenins „Materialismus und Empiriokritizismus“. In diesem Buch kommen wohl die meisten philosophischen –ismen

*Mein besonderer Dank gilt Bente Christiansen, die das druckfertige Manuskript herstellte und ohne deren Hilfe das vorliegende Buch nicht entstanden wäre.

vor und werden von Lenin in der Luft zerrissen. Als jungem Philosophiestudenten schwirrte mir der Kopf von diesen vielen kontroversen philosophischen Lehren.

Zum Glück schenkte mir meine Mutter zu Weihnachten 1954 den ersten Band von Lessings gesammelten Werken. Sein Gedicht „Wem ich zu gefallen suche, und nicht suche“ richtete mein angesichts der vielen unüberschaubaren philosophischen –ismen geschundenes Selbstbewußtsein wieder etwas auf.

In meinem späteren philosophischen Tun ließ ich mich von den folgenden Lessingschen Worten leiten:

„Allen Narren, die sich isten;	Und nicht wenig Komponisten – – –
Zum Exempel, Pietisten;	O der Atem will mir fehlen,
Zum Exempel, Atheisten;	Alle Narren zu erzählen – – –
Zum Exempel, Rabulisten;	Allen, die mich tadelnd hassend,
Operisten und Chymisten;	Die mein Leben voller Freude
Quietisten und Sophisten;	Mich nicht, aus verstelltem Neide,
Und nicht wenigen Juristen;	Ungestört genießen lassen;
Publizisten und Statisten;	Diesen Toren, diesen allen
Und nicht wenigen Linguisten;	Mag ich L – – nicht gefallen,
Und nicht wenigen Stilisten;	Mag ich, sag ich, nicht gefallen.“

Bekanntlich ist ein Isthmus eine Verengung, eine verengte Stelle oder schmale Verbindung. So kennen wir aus der Anatomie den Isthmus faucium oder den Isthmus uteri. Auch in der Elektrotechnik und der Geographie ist ein Isthmus eine Verengung. Eine meiner wichtigsten Altersweisheiten ist, daß jeder –ismus ein geistiger Isthmus ist.

Mit der Wahl des Berliner (Ost) Philosophischen Instituts hatte ich trotzdem eine glückliche Hand. Georg Klaus führte uns nicht nur in die moderne Logik, in die Auseinandersetzung mit Fogarasis dialektischer Logik u. a. ein, sondern machte uns auch mit Kybernetik, Semiotik, Semantik und vielen anderen –tiks bekannt. In Geschichte der Philosophie bekamen wir eine systematische fünfjährige Ausbildung von der Antike bis fast zur Gegenwart, von der heutige Philosophiestudenten nur träumen können. Trotz der beabsichtigten ideologischen Abrichtung blieben die besten Studenten des Philosophischen Instituts selbständige Denker.

Der aus Münster nach Berlin gekommene Karl Schröter führte mehrere Lehrveranstaltungen zur Einführung in die mathematische Logik speziell für eine Handvoll von Philosophiestudenten durch. Durch ihn und seine Mitarbeiter bekam ich eine solide logische Grundausbildung.

Zum Kandidaten der Philosophischen Wissenschaften wurde ich 1967 an der Moskauer Staatlichen Lomonossow-Universität nach einer dreijährigen Aspirantur gekürt. Mein Doktorvater war A. A. Sinowjew, der eine neue Konzeption einer komplexen Logik entworfen hatte. Im wesentlichen habe ich mich dieser Konzeption angeschlossen. Nach meiner Promotion entwickelte sich eine enge und fruchtbare wissenschaftliche Zusammenarbeit mit Sinowjew. Ich übersetzte seine wichtigsten Bücher ins Deutsche, und wir haben zusammen eine Einführung in die Logik unter dem Titel „Logische Sprachregeln“ geschrieben. In Berlin baute ich nach meiner Rückkehr aus Moskau im Laufe der Jahre den Bereich Logik im Institut für Philosophie auf. 1971 wurde ich zum Hochschuldozenten und 1976 zum ordentlichen Professor für Logik berufen. Mit der Wiedervereinigung hörte der Bereich Logik im Rahmen der Neustrukturierung der Universität auf zu existieren. Ich konnte bis zu meinem Ausscheiden aus der Universität als C3-Professor weiterarbeiten.

Für den vorliegenden Band habe ich Artikel zu logischen und anderen philosophischen Problemen aus den letzten dreißig Jahren ausgewählt, die meines Erachtens aus diesem oder jenem Grunde eine Neuveröffentlichung wert sind. Die Artikel werden unverändert nachgedruckt, da es sich bei ihnen auch um Dokumente zur Zeitgeschichte handelt. Zum Teil sind sie nur verständlich, wenn man sie im Zusammenhang mit der damaligen Situation in der DDR sieht. Auf Mängel, die in einigen Artikeln enthalten sind, wird in Fußnoten aufmerksam gemacht, und dort wird auch auf Korrekturen hingewiesen.

In den Sammelband nicht aufgenommen wurden Artikel, die im Umkreis meiner Kandidatendissertation zur Wahrheitsproblematik geschrieben wurden, und Artikel aus von mir herausgegebenen, auch heute noch zugänglichen Hardcover-Bänden.

Die ausgewählten Artikel sind im wesentlichen chronologisch angeordnet. Eine Ausnahme bilden die wenigen Arbeiten zu ethischen Problemen, die unabhängig vom Jahr ihrer Publikation zu einem Komplex zusammengefaßt wurden.

Die Aufsätze des Bandes haben recht unterschiedlichen Charakter und sind aus den verschiedensten Anlässen geschrieben worden. So war es zu DDR-Zeiten üblich, große kollektive Meisterwerke zu planen. Das größte Unternehmen dieser Art umfaßte meines Wissens mehrere hundert Philosophen, die unter Führung des ZK-Instituts eine Einführung in die marxistisch-leninistische Philosophie schreiben sollten. Leider sind meine zwei Seiten, die ich zu diesem Projekt beigetragen habe, ebensowenig erschienen, wie das gesamte Projekt. Es gab aber auch Kollektivprojekte, die für mich durchaus anregend waren. So entstand der Artikel „Über den Charakter logischer Gesetze“ im Rahmen eines Kollektivprojektes des Bereiches Dialektischer

Materialismus, dem damals auch die Logiker angehörten. Zu dieser Zeit war in der DDR philosophisch die ontologische Logikauffassung von Georg Klaus vorherrschend. In meinem Artikel polemisierte ich mit dieser Auffassung.

Ein anderes großes Kollektivprojekt der gesamten Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie beschäftigte sich mit der Entwicklungstheorie. Da ich mich bei diesem Projekt nicht ausschließen konnte und wollte, dachte ich über den Entwicklungsbegriff nach und veröffentlichte mehrere Arbeiten zu dieser Problematik. Ebenso entstand mein Artikel zu den Kantschen Antinomien aus einer Einladung zur Teilnahme an einem Kant-Sammelband.

Viele Artikel entstanden aus rein logischen Fragestellungen und versuchten, eine Antwort auf offene logische Fragen zu geben.

Den Titel „Antiirrationalismus“ habe ich mir von der polnischen philosophischen Schule gleichen Namens ausgeliehen. Meine philosophischen Interessen und Neigungen galten immer der analytischen Philosophie. Doch der logische Neopositivismus in Deutschland und in den angelsächsischen Ländern hatte neben den vielen interessanten Gedanken immer etwas Eiferndes und Missionarisches an sich, das mir nicht zusagte. Insbesondere behagte mir nicht die negative und ignorante Einstellung zur Geschichte der Philosophie. Die sektenhaften Züge des Neopositivismus westlicher Prägung findet man bei den polnischen analytischen Philosophen und Logikern nicht. Deshalb wählte ich den Titel „Antiirrationalismus“, der ausserdem zweideutig ist. In der ersten Deutung ist man ein –ist, der gegen das Irrationale ist. In der zweiten Deutung liest man den Titel als Anti...ismus, d. h., man bestreitet gerade, daß man ein –ist ist und kann durchaus manchmal irrational sein. Obwohl sich die beiden Deutungen widersprechen, kann ich mich nicht für eine der beiden entscheiden.

Besser als der gewählte hätte der von Werner Finck kreierte Terminus „Nursoismus“ gepaßt. Doch dieser Titel war mir zu gefährlich, denn man schreibt zwar Artikel und Bücher nur so, aber wer kauft denn nur so ein Buch mit dem Titel „Nursoismus“. Oder hätten Sie, geneigter Leser, etwa ein Buch solchen Titels gekauft?

Schönwalde, im Januar 2003

Inhaltsverzeichnis

Über den Charakter logischer Gesetze	1
Zur logischen Explikation von Entwicklungstermini	37
Nachwort des Herausgebers zu dem Buch: J. A. Petrov, Logische Probleme der Realisierbarkeits- und Unendlich- keitsbegriffe, Berlin 1971	49
Schemata zur Einführung von Modalitäten in die Wissen- schaftssprache	77
Fatalismus, Tychismus und Antifatalismus – drei Fehldeu- tungen von Modalitäten	93
Kritik der Kantschen Antinomien der reinen Vernunft in der Wissenschaftslogik	117
Vorwort des Herausgebers zu dem Buch: A. A. Iwin, Grundlagen der Logik von Wertungen, Berlin 1975	157
Wertungen als empirische Aussagen	169
„Lust ist entweder schlecht oder gut, oder weder gut noch schlecht“	181
Philosophie und Logik	191
Definition des Existenzprädikates als Voraussetzung zur Lösung des zeitgenössischen Universalienstreites	203
Der Universalienstreit heute	221
Ein System der strikten logischen Folgebeziehung	229

Aussagenlogische Theorie der logischen Folgebeziehung	245
Vollständigkeit der nichttraditionellen Prädikationstheorie	267
Ein System der strikten logischen Folgebeziehung für Konditionalaussagen mit Semantik	277
Kritische Bemerkungen zur intuitionistischen Logikkonzeption	289
Kritik der intuitionistischen Logikkonzeption	295
Universalitäts- oder Toleranzprinzip in der Logik? Kritische Bemerkungen zu sogenannten alternativen Logiken	309
Dialetheismus: Mystik im logischen Gewande	327
Logische, dialektische und mystische Widersprüche	337
Vage Prädikate und Prädikationstheorie	343
Das logische Werk von Alexander Sinowjew	353
Zur Lösung einiger Paradoxien	363
Benötigen wir eine spezielle Logik der Mikrophysik? Darstellung und Kritik der Reichenbachschen dreiwertigen Quantenlogik	373
Alternative Logiken und empirische Wissenschaften	383
Die Identität des streng Ununterscheidbaren	393
Grundlagen einer Theorie der Termini	411
Wider den Mythos intensionaler Kontexte	429
Existenzbelastung in der klassischen Quantorentheorie mit nichttraditioneller Prädikationstheorie	441
Kripkes Puzzle ist kein Puzzle	449

<i>Inhaltsverzeichnis</i>	xi
Einige Schwierigkeiten im Umgang mit Ersetzbarkeitsregeln	463
Bucher oder Descartes?	473
Identität und Notwendigkeit	477
To be and not to be. Existenz- und Fiktionslogik	479
Schriftenverzeichnis	483

Über den Charakter logischer Gesetze*

1 Logik als Theorie des formalen Schließens

Dem Wort „Logik“ begegnet man in der deutschen Sprache sehr häufig. In philosophischen Texten schreibt man von der transzendentalen Logik Kants oder der dialektischen Logik Hegels. Die Logik der Dinge oder Ereignisse wird beschworen, und man witzelt über Frauen- oder Demagogenlogik. All die genannten Bedeutungen des Wortes „Logik“ wollen wir im weiteren nicht behandeln. Wir werden uns mit der von Aristoteles begründeten formalen Logik beschäftigen, die heute in ihrer modernen Gestalt auch „mathematische Logik“, „symbolische Logik“, „theoretische Logik“, „Logistik“ u. ä. benannt wird. Diese Wissenschaft beschäftigt sich mit der Bildung von komplizierten Termini aus einfachen, von Aussagesätzen aus Termini, von zusammengesetzten Aussagesätzen aus elementaren, vor allem aber mit dem logischen Schließen. Wir wollen an einem Beispiel verdeutlichen, was man unter einem logischen Schluß versteht. Wenn die Mutter zu ihrem vierjährigen Sohn Fritz sagt: „Heute mittag gibt es als Nachtisch Schokoladenpudding oder Blaubeeren“, der bei der Zubereitung des Mittagessens helfende Vater aber einwirft: „Pudding können wir heute nicht machen, da die Milch sauer ist“, und Fritz ausruft: „Dann gibt es heute mittag also Blaubeeren“, so hat Fritz einen einfachen logischen Schluß vollzogen. Wenn wir diesen Schluß von allem schmückenden Beirat befreien, so haben wir die beiden über dem Strich stehenden Aussagesätze als Voraussetzungen und den unter dem Strich stehenden Satz als Folgerung:

Heute mittag gibt es Schokoladenpudding, oder es gibt Blaubeeren.

Es gilt nicht: Heute mittag gibt es Schokoladenpudding.

Also: Heute mittag gibt es Blaubeeren.

*Erstveröffentlichung in: *Gesetz, Erkenntnis, Handeln. Beiträge zum marxistisch-leninistischen Gesetzesbegriff*, A. Griesse/H. Laitko (Hrsg.), Dietz Verlag, Berlin 1972, 234–276.

Die Wissenschaft der Logik interessiert sich nun nicht für die für Fritz durchaus wichtige Frage, ob Schokoladenpudding oder Blaubeeren, sie interessiert sich vielmehr nur für solche Schlüsse, die gültig sind allein auf Grund ihrer Form, unabhängig vom konkreten Inhalt der Termini und Sätze. Deshalb nennt man sie auch „formale Logik“. Was versteht man dabei unter der Form eines logischen Schlusses? Wir bleiben bei unserem Beispiel, um das zu verdeutlichen. Ersetzen wir in dem Beispiel alle einfachen Aussagesätze (ein einfacher Aussagesatz ist ein Satz, der als Bestandteil keinen anderen Aussagesatz enthält) durch Variable, und zwar so, daß wir für gleiche einfache Aussagesätze gleiche Variable und für verschiedene einfache Aussagesätze verschiedene Variable schreiben, so erhalten wir die folgende logische Form des angegebenen Schlusses oder, wie man sagt, ein Schlußschema bzw. eine Schlußregel:

$$\frac{\begin{array}{l} p \text{ oder } q \\ \text{nicht-}p \end{array}}{\text{Also: } q}$$

Diese Schlußregel ist gültig allein auf Grund ihrer logischen Form. Welche konkreten Aussagesätze wir auch für die Variablen p und q einsetzen, so gilt immer: Falls die beiden Voraussetzungen akzeptiert werden, so muß auch die Folgerung akzeptiert werden. Fritz brauchte nicht bis zum Mittagessen zu warten, um festzustellen, ob es Pudding oder Blaubeeren gibt. Er glaubte (akzeptierte) die ihm von seinen Eltern gegebene Information, und da er die auf diesen Fall anwendbare logische Regel beherrschte, wußte er genau, was es als Nachtisch geben würde.

Betrachten wir noch ein anderes Beispiel für einen logischen Schluß:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Alle Hunde sind Haustiere.} \\ \text{Alle Haustiere sind Lebewesen.} \end{array}}{\text{Also: Alle Hunde sind Lebewesen.}}$$

Aus diesem konkreten Schluß erhalten wir wieder eine Schlußregel, wenn wir alle deskriptiven Termini (deskriptive Termini sind Termini, die Gegenstände benennen oder Eigenschaften oder Beziehungen ausdrücken) durch Variable ersetzen. Diese Schlußregel hat folgende Form:

$$\frac{\begin{array}{l} \text{Alle } P \text{ sind } M. \\ \text{Alle } M \text{ sind } S. \end{array}}{\text{Also: Alle } P \text{ sind } S.}$$

Auch in diesem Schlußschema können wir für die Variablen P , M und S beliebige (allgemeine) Termini einsetzen und erhalten immer einen gültigen Schluß, d. h., falls die Voraussetzungen gelten, so gilt auch die Folgerung.

Die in unseren Beispielen angegebenen Schlüsse werden von jedem, der die deutsche Sprache beherrscht, als gültig eingesehen. Das ist nicht verwunderlich, denn solche logischen Regeln lernt jeder mit seiner Muttersprache beherrschen. Es kann dem einen oder anderen höchstens so wie Molières Helden ergehen, der sein ganzes Leben Prosa sprach, ohne es zu wissen. Wenn also die meisten Menschen die logischen Regeln im allgemeinen richtig verwenden und beherrschen, so machen sich verständlicherweise nur relativ wenige Gedanken darüber, warum solche Regeln gültig sind, warum sie logische Regeln genannt werden usw.

Das ist Aufgabe der Wissenschaft der Logik und teilweise der Philosophie. Wir können aus dem bisher Gesagten festhalten: Die Wissenschaft der Logik untersucht systematisch alle Schlüsse, die gültig sind allein auf Grund ihrer logischen Form. Den Hauptgegenstand der Logik bildet eine Theorie des formalen Schließens.

Die Logik ist heute bereits eine weitverzweigte Wissenschaft geworden, und wir müssen uns in diesem Artikel auf wenig beschränken. Schon unsere beiden Beispielschlüsse hatten recht unterschiedlichen Charakter. Im ersten Beispiel spielte die innere logische Struktur der einfachen Aussagesätze für die Gültigkeit der Schlußregel keine Rolle, während sie im zweiten Beispiel natürlich wesentlich ist. Wir werden uns im weiteren aus Gründen der Einfachheit mit der Problematik logischer Gesetze im wesentlichen nur anhand des elementarsten Bereichs der Logik – Aussagenlogik genannt – beschäftigen. In diesem Bereich der Logik werden Schlüsse untersucht, die für beliebige Aussagesätze gültig sind, d. h., die gültig sind, ohne die innere Struktur der einfachen Aussagesätze zu berücksichtigen. Doch bevor wir uns der Problematik der Aussagenlogik zuwenden, seien einige Bemerkungen über das Verhältnis von Denken, Sprache und Logik vorangeschickt, die für ein richtiges Verständnis logischer Gesetze notwendig sind.

2 Bemerkungen zu dem Verhältnis von Denken, Sprache und Logik

In der traditionellen Logik wurden die logischen Gesetze mit den sogenannten Denkgesetzen identifiziert. Die folgenden drei logischen Gesetze sah man dabei als Grundgesetze an, auf denen alles Denken beruhen sollte (wir geben alle drei Gesetze nur in ihrer aussagenlogischen Form an): 1. Gesetz vom

ausgeschlossenen Widerspruch: Keine Aussage p und ihre Negation nicht- p gelten gleichzeitig (symbolisch: $\sim(p \wedge \sim p)$). 2. Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten: Es gilt entweder die Aussage p oder ihre Negation nicht- p (symbolisch: $p \vee \sim p$). 3. Gesetz der Identität: Die Aussage p gilt genau dann, wenn die Aussage p gilt (symbolisch: $p \leftrightarrow p$).

Wir werden sehen, daß die genannten Gesetze nur drei unter vielen logischen Gesetzen sind. Wenn auch mit jedem dieser Gesetze heute noch eine besondere Problematik verbunden ist, so haben sie in der modernen Logik doch ihre Sonderstellung weitgehend verloren.

Die Identifizierung der logischen Gesetze mit den Denkgesetzen hatte in doppelter Hinsicht negative Auswirkungen. Einerseits wurde die Wissenschaft der Logik mit psychologischem und erkenntnistheoretischem Beiwerk vermengt, und das wirkte sich hemmend auf die Entwicklung der Logik aus. Andererseits führte diese Identifizierung zu einer vereinfachten, letztlich metaphysischen (im Sinne von antidialektischer) Deutung der Denkprozesse. Das menschliche Denken – wie man es im umgangssprachlichen Sinne versteht – ist ein komplexes soziales Phänomen, das von den verschiedensten Wissenschaften untersucht wird. So beschäftigen sich Psychologie, Physiologie der höheren Nerventätigkeit, Neurokybernetik, Erkenntnistheorie und eine Reihe anderer Disziplinen mit den Denkprozessen.

Wie verhält es sich nun mit der Logik? Untersucht auch die Logik unmittelbar das Denken unter bestimmten Aspekten? Die Antwort auf diese Frage fällt bei verschiedenen Logikern recht unterschiedlich aus. Eine Identifizierung von Denkgesetzen und Gesetzen der Logik finden wir nicht nur in der psychologistisch orientierten traditionellen Logik des vorigen Jahrhunderts, sondern sie spukt auch noch in philosophischen Arbeiten neueren Datums herum. So lesen wir etwa: „Die formale Logik ist die Wissenschaft von den elementaren Denkopoperationen, die ebenfalls den Tieren eigen sind.“¹ Wir möchten hier nicht um diese These polemisieren. Sie soll nur eine bestimmte Logikauffassung charakterisieren. Doch auch in ernsthafteren Arbeiten zur Logik treten Spuren des Psychologismus auf. So etwa, wenn man die Logik als Wissenschaft von den allgemeinsten Strukturen des richtigen Denkens auffaßt.²

Eine andere extreme Auffassung über das Verhältnis von Logik und Denken vertritt Łukasiewicz, der in verständlicher Frontstellung gegen den Psychologismus schreibt: „Es ist jedoch nicht richtig, daß die Logik die Wissenschaft von den Gesetzen des Denkens ist. Es ist nicht Aufgabe der Logik, zu untersuchen, wie wir wirklich denken oder wie wir denken müssen. Die erste

¹G. G. Gabrieljan: *Osnovy marxistskoi logiki*, Jerewan 1968, S. 428.

²Siehe G. Klaus: *Moderne Logik*, Berlin 1970, S. 7.

Aufgabe kommt der Psychologie zu, die zweite gehört in den Bereich einer praktischen Kunst, ähnlich der Mnemonik. Die Logik hat mit dem Denken nicht mehr zu tun als die Mathematik. Man muß natürlich denken, wenn es nötig ist, eine Ableitung zu finden oder einen Beweis aufzubauen, ebenso wie man denken muß, wenn man ein mathematisches Problem zu lösen hat. Hierbei ist aber das Verhältnis der Gesetze der Logik zum Denken nicht enger als das der Gesetze der Mathematik. Das, was man ‚Psychologismus‘ in der Logik nennt – ist ein Merkmal des Tiefstands der Logik in der modernen Philosophie.“³

Um die wirklichen Beziehungen von Logik und Denken herauszufinden, müssen wir uns das Verhältnis von Sprache und Denken näher ansehen.

In der philosophischen, methodologischen und mitunter in der logischen Literatur findet man auch in jüngster Zeit häufig Wendungen wie: „Die Sprache ist die Form des Gedankens“ oder „Die Aufforderung als Denkform“ oder „Die Logik untersucht die Formen (Strukturen) des richtigen Denkens“ oder gar „Gedankenstufung“ usw. Unseres Erachtens werden diese Wendungen häufig unkritisch und gedankenlos gebraucht. Wenn man versucht, den Sinn beispielsweise der Wendung „Die Sprache ist die Form des Gedankens“ zu erfassen, so stößt man sofort auf Schwierigkeiten. Zunächst geht es darum, zu verstehen, was der Terminus „Form“ bedeutet. Wir wollen hier keine Definition des Terminus angeben, sondern uns nur an zwei Beispielen seine Verwendungsweise verdeutlichen. Wenn man den gebackenen Kuchen aus dem Behälter, in dem er gebacken wurde, entfernt, so erhält man die Kuchenform (die Form des Kuchens). Wenn man in dem zusammengesetzten Aussagesatz „ a und b “ die beiden elementaren Aussagesätze a und b entfernt, so erhält man die Aussageform (die Form der Aussage) „... und ...“, in der man in der Logik üblicherweise anstelle der durch Punkte angedeuteten Leerstellen Aussagenvariablen schreibt („ p und q “, wobei p und q nun keine elementaren Aussagesätze mehr sind, sondern Leerstellen für solche). Die Form von irgendeinem Gebilde erhält man also, wenn man diesem Gebilde irgend etwas (den Stoff, die Materie, den „Inhalt“ usw.) gedanklich oder wirklich entzieht. Um also die Form eines Gedankens zu bekommen, müßten wir zunächst den Gedanken haben und ihm dann etwas entziehen. Wenn dabei der Anspruch auf Wissenschaftlichkeit erhoben wird, müßte dieser Vorgang außerdem intersubjektiv überprüfbar sein, da sonst allen möglichen subjektiven Spekulationen Tür und Tor geöffnet würden.

Unseres Wissens hat bisher aber noch niemand einen Gedanken isoliert wahrgenommen. Einen Gedanken kann man nicht fühlen, sehen, riechen oder

³J. Łukasiewicz: *Aristotelewskaja sillogistika s toščki srenija sowremennoi formalnoi logiki*, Moskau 1959, S. 48.

hören, er ist kein sinnlich wahrnehmbares Objekt. Wenn man Wendungen liest wie „Der Aussagesatz ist der materielle Ausdruck eines Gedankens“, so kann man sich des Eindrucks nicht erwehren, als sei ein Gedanke irgendeine geheimnisvolle, geistige, ausdehnungslose, immaterielle Erscheinung, die irgendwo in unserem Kopf angesiedelt ist. Wie dessen Form allerdings ermittelt werden soll, ist zumindest rätselhaft. Die Autoren, die die obengenannten Wendungen publizieren, haben den Dualismus von Geist und Materie, von Gedanke und Sprache, den uns die griechisch-christliche Tradition überlieferte, noch nicht restlos überwunden, obwohl hierzu eigentlich Marx schon vor über hundert Jahren das Nötige gesagt hat. So schreibt er in der „Deutschen Ideologie“: „Für die Philosophen ist es eine der schwierigsten Aufgaben, aus der Welt des Gedankens in die wirkliche Welt herabzusteigen. Die unmittelbare Wirklichkeit des Gedankens ist die *Sprache*. Wie die Philosophen das Denken verselbständigt haben, so mußten sie die Sprache zu einem eignen Reich verselbständigen. Dies ist das Geheimnis der philosophischen Sprache, worin die Gedanken als Worte einen eignen Inhalt haben. Das Problem, aus der Welt der Gedanken in die wirkliche Welt herabzusteigen, verwandelt sich in das Problem, aus der Sprache ins Leben herabzusteigen.“⁴ An anderer Stelle der gleichen Arbeit heißt es: „Der ‚Geist‘ hat von vornherein den Fluch an sich, mit der Materie ‚behaftet‘ zu sein, die hier in der Form von bewegten Luftschichten, Tönen, kurz der Sprache auftritt. Die Sprache ist so alt wie das Bewußtsein – die Sprache *ist* das praktische, auch für andre Menschen existierende, also auch für mich selbst erst existierende wirkliche Bewußtsein, und die Sprache entsteht, wie das Bewußtsein, erst aus dem Bedürfnis, der Notdurft des Verkehrs mit andern Menschen ... Das Bewußtsein ist also von vornherein schon ein gesellschaftliches Produkt und bleibt es, solange überhaupt Menschen existieren.“⁵

Wenn man hingegen sagt, die Sprache drücke die Gedanken aus oder die Sprache sei die Form des Gedankens, so postuliert man damit implizit zwei verschiedene Seinsbereiche, und es fällt schwer, diesem Dualismus dann zu entfliehen. Mit den besagten Wendungen werden die wirklichen Verhältnisse umgekehrt. In einer konsequent materialistischen Philosophie kommt es nicht nur darauf an, die Grundfrage der Philosophie materialistisch zu beantworten, d. h., das Primat der Materie gegenüber dem Bewußtsein zu behaupten, sondern es geht auch darum, den Begriff „Bewußtsein“ methodisch korrekt einzuführen und die Entstehung des Bewußtseins auf natürliche (materialistische) Weise zu erklären. Dies ist nur möglich, wenn man die untrennbare Einheit von Denken und Sprache berücksichtigt und die Entstehung der

⁴Marx/Engels: Werke, Bd. 3, S. 432.

⁵Ebenda, S. 30/31.

Sprache aus der praktischen menschlichen Tätigkeit erklärt. Engels schreibt hierzu in seiner Schrift „Anteil der Arbeit an der Menschwerdung des Affen“: „Andrerseits trug die Ausbildung der Arbeit notwendig dazu bei, die Gesellschaftsglieder näher aneinanderzuschließen, indem sie die Fälle gegenseitiger Unterstützung, gemeinsamen Zusammenwirkens vermehrte und das Bewußtsein von der Nützlichkeit dieses Zusammenwirkens für jeden einzelnen klärte. Kurz, die werdenden Menschen kamen dahin, daß sie einander *etwas zu sagen hatten*. Das Bedürfnis schuf sich sein Organ: Der unentwickelte Kehlkopf des Affen bildete sich langsam aber sicher um, durch Modulation für stets gesteigerte Modulation, und die Organe des Mundes lernten allmählich einen artikulierten Buchstaben nach dem andern auszusprechen ... Arbeit zuerst, nach und dann mit ihr die Sprache – das sind die beiden wesentlichsten Antriebe, unter deren Einfluß das Gehirn eines Affen in das bei aller Ähnlichkeit weit größere und vollkommeneren eines Menschen allmählich übergegangen ist.“⁶

Wir haben die langen Zitate hier nur angeführt, um zu zeigen, daß die uns interessierende Problematik schon im vorigen Jahrhundert grundsätzlich befriedigend gelöst wurde. Wir wollen hier nicht die physiologische Seite der Sprachentwicklung betrachten, auch der genaue historische Gang der Sprachentwicklung soll uns nicht interessieren, für uns ist folgendes wichtig: Erstens begründet Engels materialistisch die Entstehung der Sprache und damit des Denkens. Er zeigt, wie sich im Arbeitsprozeß das Bedürfnis zur Mitteilung und nach einer Sprache herausbildete. Mit der Entwicklung der Arbeit und der Sprache entwickelte sich das Denken. Zweitens ist die Entstehung der Sprache und des Denkens eine gesellschaftliche Erscheinung. Die menschliche Fähigkeit des Sprechens kann sich nur herausbilden, wenn einige Menschen gemeinsam handeln und produzieren. Drittens schufen die Menschen selber ihre Sprache. Die Sprache ist eine Schöpfung der Menschen, und zwar nicht eines einzelnen Menschen, sondern ein Produkt der menschlichen Gesellschaft, auch kein einmaliger Schöpfungsakt, sondern ein langwieriger Prozeß und eine ständige Aufgabe der Gesellschaft. Mit jedem neuen Bereich der Wirklichkeit, den der Mensch sich praktisch erschließt, erweitert er auch seine Sprache.

Aus der hier skizzierten genetischen Betrachtung der Sprache und des Denkens ergibt sich eine in methodischer Hinsicht wichtige Schlußfolgerung: Das Denken muß ausgehend von der Sprache begründet werden, und man darf dieses Verhältnis nicht umkehren und die Sprache als Ausdruck, Form usw. des Denkens auffassen, ohne zunächst präzise zu klären, was Denken in diesem Zusammenhang denn eigentlich ist. Das methodische Vorgehen bei

⁶Marx/Engels: Werke, Bd. 20, S. 446/447.

der Klärung solcher Termini wie „Gedanke“ ist im Ansatz bei Marx vorgezeichnet. Ausgangspunkt sind konkrete (gesprochene oder geschriebene) Aussagesätze einer bestimmten Sprache. Solche Sätze sind materielle Gebilde, die wahrnehmbar sind, eine bestimmte Struktur besitzen und über die man intersubjektiv kontrollierbar sprechen kann. Es bieten sich jetzt zwei unterschiedliche Verwendungsweisen des Terminus „Gedanke“ an. Einerseits kann man unter einem Gedanken einen nichtgeäußerten, nur „gedachten“ Aussagesatz verstehen. Dieses Phänomen kennt jeder von uns, wir alle haben uns an Worte und Sätze erinnert, haben Sätze gebildet, ohne sie auszusprechen. Ein Gedanke wäre dann ein nicht explizit geäußelter Satz, und Denken könnte man als „inneres Sprechen“ ansehen. Denken in diesem Sinne ist zwar eine äußerst wichtige soziale Erscheinung und die Fähigkeit zu ihm ist eine wünschenswerte Eigenschaft, doch Denken in diesem Sinne ist weitgehend nicht intersubjektiv kontrollierbar, falls der Gedanke nicht doch noch als Aussagesatz ausgesprochen wird.

Andererseits kann man den Terminus „Gedanke“ aber auf folgende Art einführen. Die Logik interessiert sich nicht für die konkrete Lautfolge oder Buchstabenfolge eines gesprochenen oder geschriebenen Aussagesatzes der deutschen Sprache. Ihr ist es gleichgültig, in welcher Sprache ein Satz formuliert ist. Sie trifft nur solche Aussagen, die invariant sind bezüglich einer Übersetzung eines Satzes oder Terminus von einer Sprache in eine andere. Wenn ein bestimmter Satz der deutschen Sprache beispielsweise in den gleichen Situationen und in der gleichen Art und Weise verwendet wird wie ein entsprechender Satz der russischen Sprache (wenn der eine Satz eine korrekte Übersetzung des anderen darstellt), so trifft die Logik nur Aussagen, die für beide Sätze in gleicher Weise gelten. Man sagt in diesem Falle auch, daß die Logik von der konkreten Lautgestalt (Buchstabenfolge) und von der speziellen Form einer Sprache abstrahiert. Die Logik behandelt nicht konkrete Termini einer bestimmten Sprache, sondern spricht nur über Eigenschaften, die bedeutungsgleichen Termini gemeinsam zukommen. Von den konkreten Termini geht sie durch eine Abstraktion mit Hilfe der Äquivalenzrelation „bedeutungsgleich“ zu den Begriffen über. Dabei muß man sich im klaren sein, daß Begriffe nicht „an sich“ existieren. Es existieren nur konkrete Termini. Begriffe kommen dadurch zustande, daß wir über Termini in einer bestimmten eingeschränkten Art und Weise reden. Durch eine ähnliche Abstraktion kann man von den konkreten Aussagesätzen einer Sprache zu den bedeutungsgleichen Aussagesätzen übergehen. Man trifft über Aussagesätze nur solche Aussagen, die invariant bezüglich der Bedeutungsgleichheit sind. Die Abstrakta, die man durch eine solche Abstraktion mit Hilfe der Äquivalenzrelation „bedeutungsgleich“ aus den Aussagesätzen erhält, kann man jetzt „Gedanken“ nennen. In der Literatur werden diese Abstrakta manch-

mal auch „Urteil“, „Aussage“ (zum Unterschied von „Aussagesatz“) genannt. Auch hier besitzen die Abstrakta (die Gedanken) natürlich keine gesonderte Existenz, sondern sie kommen nur durch unsere Beschränkung in der Rede-weise auf in bezug auf Bedeutungsgleichheit invarianter Aussagen zustande.

Wir haben zwei mögliche Verwendungsweisen des Terminus „Gedanke“ angegeben. In beiden Fällen erschöpfen diese Termini natürlich nicht das, was man umgangssprachlich mit „Denken“ bezeichnet. Um mögliche Mißverständnisse auszuschließen, verzichten wir darauf, die logischen Gesetze als Denkgesetze zu deklarieren. Wir vermeiden damit zwei Gefahren, nämlich einmal einen unkontrollierbaren Psychologismus in der Logik und zum anderen eine vereinfachte Deutung der Denkprozesse. Wir sagten eingangs bereits, daß sich die Logik mit der Bildung von komplizierten Termini aus einfachen, von Aussagesätzen aus Termini, von zusammengesetzten Aussagesätzen aus einfachen und mit den Regeln des logischen Schließens beschäftigt. Wir können jetzt hinzufügen, daß sie solche Regeln und Gesetze aufstellt, die für beliebige Sprachen gelten.

Wenn wir bisher gegen den Psychologismus in der Logik polemisiert haben, so bedeutet das nicht, daß die Gesetze und Regeln der Logik nichts mit dem Denken (im weitesten Sinne) zu tun haben. Operationen zur Bildung von Termini und Aussagen sowie Umformungsoperationen von Termini und Aussagen spielen im Denken eine große Rolle. Da die Logik solche Operationsregeln untersucht, beschreibt sie auch bestimmte, sehr wesentliche Aspekte von Denkprozessen. Das schwer erfaßbare Denken „als solches“ bildet aber nicht den Gegenstand der Logik, sondern Untersuchungsbereich der Logik sind sprachliche Phänomene unter besonderem Aspekt.

Häufig wird in der Literatur eine strenge Trennung zwischen empirischen und deduktiven Wissenschaften durchgeführt. Zu den empirischen Wissenschaften rechnet man dabei solche Disziplinen wie Biologie, Physik, Geschichte usw., während man zu den deduktiven vor allem die Logik und die Mathematik zählt. Diese Unterscheidung ist aber nur bedingt richtig. Natürlich spielt die Deduktion in der Mathematik und Logik eine größere Rolle als in den Natur- oder Gesellschaftswissenschaften. Man kann aber ebenso Theorien anderer Wissenschaften als deduktive Systeme darstellen, so daß die obengenannte Unterscheidung unter diesem Gesichtspunkt nicht begründet ist. Logik und Mathematik sind in gewisser Hinsicht auch empirische Wissenschaften. Diese Problematik bezüglich der Mathematik wollen wir hier nicht behandeln. Unter der empirischen Basis der Wissenschaft der Logik verstehen wir die in den natürlichen Sprachen und in der menschlichen Kommunikationspraxis implizit enthaltenen logischen Regeln. Diese logischen Regeln der natürlichen Sprachen wurden von den Menschen zusammen mit der Sprache geschaffen. Sie sind meist nicht explizit formuliert, man lernt sie mit einer

Sprache beherrschen. Wir wollen nicht den Versuch unternehmen, allgemein zu bestimmen, wie man die logischen Regeln einer Sprache von anderen allgemeinen Sprachregeln unterscheiden kann. Für uns ist ausreichend, daß jede natürliche Sprache beispielsweise allgemeine Regeln des logischen Schließens enthält, die es stets gestatten, von wahren Aussagen zu anderen wahren Aussagen überzugehen. Analoges gilt für Bildungsregeln von Termini usw. Jede Sprache enthält also logische Regeln, wenn es auch wahrscheinlich unmöglich sein wird, genaue Abgrenzungskriterien für diese Regeln anzugeben. Diese logischen Regeln bilden den empirischen Ausgangspunkt der Wissenschaft der Logik.⁷

Die Aufgabe der logischen Forschung auf empirischer Ebene besteht aber nicht in einer einfachen Beschreibung des praktischen Sprachgebrauchs. Uns ist allen die Tatsache bekannt, daß im praktischen Sprachgebrauch logische Fehler begangen werden. Die Logik muß aber auch auf ihrer empirischen Forschungsebene nur die Regeln des logisch korrekten Sprachgebrauchs fixieren, d. h., sie muß auf ihrer empirischen Ebene die Ergebnisse ihrer theoretischen Ebene als Maßstab und Kriterium verwenden. Hier liegt nur scheinbar ein Zirkel vor, in Wirklichkeit handelt es sich um eine dialektische Spirale, die sowohl zur Verbesserung des praktischen Sprachgebrauchs als auch zu einer Weiterentwicklung der logischen Theorie führt. Wenn auch nicht in so ausgeprägter Form wie in der Logik, so finden wir diese Wechselbeziehung zwischen empirischer und theoretischer Forschungsebene auch in anderen wissenschaftlichen Disziplinen.

Die Sprache und ihre logischen Regeln sind kollektive menschliche Schöpfungen, die einer ständigen Entwicklung unterworfen sind. Inwieweit es sich dabei um keine „freien“, „willkürlichen“ Schöpfungen handelt, darauf kommen wir noch zu sprechen. Im praktischen Sprachgebrauch setzen sich zweckmäßig getroffene Festlegungen durch; unzweckmäßige, zu komplizierte, schlecht zu handhabende werden ausgemerzt. Die Aufgabe der ständigen logischen Sprachverbesserung wird von den Logikern berufsmäßig fortgesetzt. Dabei geht die Logik nicht rein empirisch vor, sondern sie arbeitet faktisch schon seit ihrer Herausbildung als Wissenschaft auf der theoretischen Forschungsebene. Diese ist vor allem durch Theorienbildung gekennzeichnet. Eine logische Theorie ist dabei – wie auch jede andere Theorie – stets mehr als ein bloßes Zusammenfassen und Ordnen der Ergebnisse der empirischen Ebene. Jede logische Theorie geht von gewissen Voraussetzungen und Festlegungen aus, die sich nicht empirisch begründen lassen. Solche theoretischen

⁷Zur Unterscheidung von empirischer und theoretischer Forschungsebene siehe: A. A. Sinowjew: Zwei Ebenen in der wissenschaftlichen Forschung. In: Sowjetwissenschaft. Gesellschaftswissenschaftliche Beiträge, 1965, Heft 7, S. 762 ff.

Annahmen gibt es in jeder wissenschaftlichen Theorie. In der Logik treten sie nur besonders deutlich zutage, und man bezeichnet deshalb die Logik oft als apriorische Wissenschaft. Gegen ein Akzeptieren von solchen theoretischen Annahmen (apriorischen Festsetzungen) ist nichts einzuwenden. Ohne sie wäre eine Theorie überflüssig, denn wenn eine Theorie nur das zusammenfassen würde, was man bereits auf empirischer Ebene kennt, dann brauchte man sie nicht. Man muß sich nur stets über die wirklichen (oder möglichen) Grenzen seiner theoretischen Annahmen im klaren sein und darf sie nicht zum Dogma erheben.

Die in logischen Theorien gewonnenen Ergebnisse gehen früher oder später in bestimmten Umfang in die Umgangs- und Wissenschaftssprachen ein, d. h. in die empirische Basis der Wissenschaft der Logik. Die Logik untersucht also auf ihrer empirischen Forschungsebene in gewisser Weise die Wirksamkeit und Brauchbarkeit ihrer eigenen theoretischen Erkenntnisse. Im folgenden wollen wir das hier Gesagte anhand ausgewählter Probleme der Aussagenlogik erläutern.

3 Logische Gesetze in klassischer Sicht

3.1 Sprache der Aussagenlogik

Da die meisten Worte der Umgangssprache mehrdeutig sind, die Logik aber eine eindeutige Sprache benötigt, verwendet man beim Aufbau einer logischen Theorie eine künstliche Sprache, deren Symbole eine genau umrissene Bedeutung haben und die nach genau formulierten Regeln aufgebaut wird. Dabei werden zunächst alle Grundzeichen (oder das Alphabet) dieser Kunstsprache angegeben. Wir verwenden beim Aufbau der klassischen Aussagenlogik folgende Grundzeichen:

1. Aussagenvariable: $p \ q \ r \ p_1 \ q_1 \ r_1 \ s_1 \dots$
2. Logische Konstanten: $\sim \ \wedge \ \vee \ \rightarrow \ \leftrightarrow$
3. Klammern als technische Zeichen: $(\)$.

Die Aussagenvariablen werden als Leerstellen für konkrete einfache Aussagesätze der Umgangssprache betrachtet. Für sie können demzufolge beim logischen Schließen in konkreten Fällen beliebige einfache Aussagesätze, jedoch nicht andere sprachliche Gebilde wie z. B. Fragesätze, Aufforderungssätze usw. eingesetzt werden. Wenn wir im folgenden von Sätzen oder Aussagen sprechen, haben wir immer Aussagesätze im Auge.

Die logischen Konstanten des Aussagenkalküls entsprechen bestimmten Satzbindewörtern der Umgangssprache, mit deren Hilfe aus einfachen Sätzen zusammengesetzte Sätze gebildet werden. Die von uns angegebenen logischen Konstanten entsprechen in etwa in der obigen Reihenfolge den folgenden Satzbindewörtern der deutschen Sprache: „nicht“, „und“, „oder“ (im einschließenden Sinne), „wenn ..., so ...“ und „... genau dann, wenn ...“. Wir sagen deshalb „in etwa“, weil es keine genaue Übereinstimmung zwischen unseren logischen Konstanten und den entsprechenden Wörtern der Umgangssprache gibt. Die Satzbindewörter der Umgangssprache werden in verschiedenen Bedeutungen verwendet, und man kann ein und dasselbe Satzbindewort durch verschiedene logische Funktionen explizieren. In der folgenden Tabelle geben wir an, wie die von uns betrachteten logischen Konstanten bezeichnet und gelesen werden:

Konstante	Bezeichnung	gelesen
$\sim$	Negation	nicht- ...
$\wedge$	Konjunktion	... und ...
$\vee$	Alternative	... oder ... (oder beide)
$\rightarrow$	materiale Implikation	wenn ..., so ...
$\leftrightarrow$	materiale Äquivalenz	... genau dann, wenn ...

Wir werden im weiteren p und q in „ $p \wedge q$ “ bzw. „ $p \vee q$ “ als Glieder der Konjunktion bzw. der Alternative bezeichnen. In „ $p \rightarrow q$ “ bezeichnen wir p als Antezedent und q als Konsequent der Implikation.

Die Konstanten des Aussagenkalküls sind Funktoren. Unter Funktoren verstehen wir dabei Ausdrücke, die zusammen mit bestimmten Ausgangsausdrücken (den Argumenten der Funktoren) bestimmte zusammengesetzte Ausdrücke bilden. Die Konstanten des Aussagenkalküls sind Aussage- oder Satzfunktoren, da sie aus Aussagen (Sätzen) neue Aussagen (Sätze) bilden.

Um die Rolle des Satzbindewortes „und“ als Funktor in dem Satz „Berlin ist die Hauptstadt der DDR, und Berlin ist eine Großstadt“ deutlich zu machen, könnten wir auch schreiben:

und (Berlin ist die Hauptstadt der DDR, Berlin ist eine Großstadt).

Hier stehen die beiden Argumentsätze in den runden Klammern und der Funktor, der aus ihnen einen zusammengesetzten Satz bildet, ist vor der Klammer geschrieben. Ein anderes Beispiel:

oder (Säuren färben Lackmuspapier rot, Säuren neutralisieren Basen).

Der Negationsfunktoren ist ein einstelliger Funktor (Funktoren mit einem Argument), die übrigen betrachteten aussagenlogischen Konstanten sind zweistellige Funktoren.

Aus den angegebenen Grundzeichen lassen sich durch einfaches Aneinanderreihen beliebige Zeichenreihen bilden. Zur Bezeichnung von Zeichenreihen benutzen wir die Symbole $Z, Z_1, Z_2, \dots$. Für die Logik sind nun nicht beliebige Zeichenreihen interessant, sondern nur solche, die sich sinnvoll in die Umgangssprache übersetzen lassen. Diese Zeichenreihen werden „logische Ausdrücke“ (oder „Formeln“) genannt und durch die folgende Ausdrucksdefinition genau bestimmt.

Aussagenlogische Ausdrucksdefinition:

1. Alleinstehende Aussagenvariable sind aussagenlogische Ausdrücke.
2. Ist Z ein aussagenlogischer Ausdruck, so ist auch $\sim Z$ ein aussagenlogischer Ausdruck.
3. Sind Z_1 und Z_2 aussagenlogische Ausdrücke, so sind auch $(Z_1 \wedge Z_2)$, $(Z_1 \vee Z_2)$, $(Z_1 \rightarrow Z_2)$, $(Z_1 \leftrightarrow Z_2)$ aussagenlogische Ausdrücke.
4. Ein aussagenlogischer Ausdruck liegt nur dann vor, wenn es auf Grund von 1. bis 3. der Fall ist.

Da wir uns im weiteren nur mit Zeichenreihen beschäftigen, die logische Ausdrücke sind, führen wir für diese die neuen Variablen $H, H_1, H_2, \dots$ ein. Für diese Variablen können wir beliebige Ausdrücke der Aussagenlogik einsetzen. Mit ihrer Hilfe können Behauptungen über aussagenlogische Ausdrücke in allgemeiner Form formuliert werden. Wir nennen diese Variablen zum Unterschied von den Aussagenvariablen der Objektsprache „Metavariablen“.

Die aussagenlogische Ausdrucksdefinition ist eine Gesamtheit von Regeln, die es einerseits gestattet, aus einfachen Ausdrücken komplizierte aufzubauen, und die es andererseits ermöglicht, von einer beliebigen Zeichenreihe zu entscheiden, ob sie ein aussagenlogischer Ausdruck ist oder nicht. Zur Vereinfachung unserer Schreibweise vereinbaren wir: 1. In aussagenlogischen Ausdrücken können die beiden Außenklammern weggelassen werden. 2. Die Funktoren besitzen verschiedene Bindungsstärke. Die Bindungskraft der zweistelligen Funktoren nimmt in folgender Reihenfolge ab: $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$, während das Negationszeichen $\sim$ die größte Bindungskraft besitzt. Diese Vereinbarungen gestatten uns, einige Klammern in Ausdrücken wegzulassen, ohne daß diese ihre Eindeutigkeit einbüßen.

3.2 Wahrheitsfunktionaler Aufbau der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik

Nachdem die Sprache der Aussagenlogik festgelegt ist, kommt es jetzt darauf an, in dieser Sprache logische Gesetze zu formulieren. Beim Aufbau der klassischen Logik geht man nicht von der Umgangssprache aus und stellt empirisch fest, was sie für logische Gesetze enthält, sondern man postuliert das sogenannte Prinzip der Zweiwertigkeit der Aussagen und untersucht, was für Folgerungen sich daraus ergeben. Das Prinzip der Zweiwertigkeit der Aussagen besagt folgendes: Jede Aussage ist entweder wahr oder falsch. Die beiden Termini „wahr“ und „falsch“ werden als Wahrheitswerte bezeichnet. Man könnte das Prinzip der Zweiwertigkeit auch so formulieren: Es gibt nur die beiden Wahrheitswerte „wahr“ und „falsch“, und jede Aussage besitzt einen und nur einen dieser beiden Wahrheitswerte. Auf die mit dem Prinzip der Zweiwertigkeit verbundene philosophische Problematik kommen wir später zurück, jetzt wollen wir uns nur den auf diesem Prinzip beruhenden Aufbau der klassischen zweiwertigen Logik ansehen.

Im Abschnitt 3.1. hatten wir gezeigt, daß die Satzbindewörter „und“, „oder“, „wenn . . . , so . . .“ usw. als Funktoren aufgefaßt werden, genauer als Satzfunktoren, da sie aus Sätzen neue Sätze bilden. Beim wahrheitsfunktionalen Aufbau der Aussagenlogik werden jetzt nicht konkrete Sätze betrachtet, sondern man abstrahiert vom konkreten Inhalt der Sätze und betrachtet nur deren Wahrheitswert. Genauer gesagt geht man bei dieser Abstraktion folgendermaßen vor: Nachdem man postuliert hat, daß Aussagen entweder wahr oder falsch sind, beschränkt man sich in seinen Aussagen über Aussagen auf solche, die für alle wahren Aussagen (bzw. alle falschen Aussagen) in gleicher Weise zutreffen, d. h., man beschränkt sich in seiner Redeweise auf Aussagen, die invariant bezüglich der Äquivalenzrelation „hat den gleichen Wahrheitswert wie“ sind. Nachdem man sich darüber im klaren ist, was die Abstraktion vom „konkreten Inhalt“ der Aussagesätze bedeutet, kann man jetzt auch die Wahrheitswerte „wahr“ und „falsch“ als sogenannte abstrakte Objekte ansehen. Diese abstrakten Objekte existieren natürlich nicht gesondert neben den konkreten Aussagen, sondern sie kommen nur durch unsere Beschränkung in der Redeweise zustande. Die Wahrheitswerte „wahr“ und „falsch“ bezeichnen wir im folgenden mit den Zahlen 1 und 0. Da man sich beim wahrheitsfunktionalen Aufbau der Aussagenlogik darauf beschränkt, nur solche Aussagen zu treffen, die für alle wahren (bzw. für alle falschen) Aussagen in gleicher Weise gelten, werden für die Aussagenvariablen p , q , r usw. jetzt nicht elementare Aussagesätze, sondern nur noch die beiden Wahrheitswerte 1 und 0 eingesetzt. Haben wir es mit einem Ausdruck zu tun, der nur aus einer Aussagenvariablen besteht, so gibt es zwei Möglichkeiten für

das Einsetzen von Wahrheitswerten. Wir können nämlich einmal den Wert 1 und zum anderen den Wert 0 einsetzen. Anstatt von einer Einsetzung von Wahrheitswerten spricht man hier meist von einer Belegung der Aussagenvariablen mit Wahrheitswerten. Die bereits erwähnten Funktoren (Negation, Konjunktion, Alternative usw.) werden beim wahrheitsfunktionalen Aufbau der Aussagenlogik nicht mehr als Satzfunktoren, sondern als Wahrheitsfunktoren gedeutet, d. h. als Funktoren, die als Argumente und Funktionswerte die beiden Wahrheitswerte 1 und 0 annehmen. Da die Wahrheitsfunktionen sehr einfache Funktionen sind, die nur zwei Argument- und Funktionswerte annehmen können, kann man sich sehr leicht einen Überblick über alle möglichen Wahrheitsfunktionen verschaffen. Offenbar gibt es nur die folgenden vier einstelligen Wahrheitsfunktionen:

H	$F^1 H$	$F^2 H$	$F^3 H$	$F^4 H$
1	1	1	0	0
0	1	0	1	0

,

wobei F^i ($i = 1, 2, 3, 4$) die einstelligen Funktoren sind, H der Ausdruck, auf den sich der Funktor bezieht, die beiden möglichen Werte von H in der ersten Spalte geschrieben sind und die Funktionswerte $F^i H$ jeweils unter diesem Ausdruck stehen.⁸ Eine wichtige Rolle spielt in der Logik nur die Funktion F^3 , die als Negationsfunktion ($\sim$) gedeutet wird. Diese Funktion hat die Eigenschaften der umgangssprachlichen Negation „nicht“, falls sich diese auf ganze Sätze bezieht. Wenn wir einen Satz a der Umgangssprache den Wahrheitswert „wahr“ („falsch“) zuordnen, so ordnen wir dem Satz nicht- a den Wert „nicht-wahr“ („nicht-falsch“) zu, der im Rahmen der klassischen zweiwertigen Logik mit dem Wert „falsch“ („wahr“) identifiziert wird. Bei den zweistelligen Funktoren gibt es vier (2^2) mögliche Wertkombinationen für die Argumentausdrücke, und wir können uns leicht ausrechnen, daß es 16 (2^{2^2}) verschiedene Wahrheitsfunktionen gibt. Allgemein gibt es 2^{2^n} n -stellige Wahrheitsfunktionen. Da sich alle möglichen Wahrheitsfunktionen durch einige wenige definieren lassen, geben wir nur die zweiwertigen Wahrheitsfunktionen an, deren Bezeichnung wir in der Ausdrucksdefinition angeführt haben:

⁸Genauer hätten die Wahrheitsfunktionen induktiv angegeben werden müssen, wir ersparen uns das aus Gründen der Einfachheit.

H_1	H_2	$H_1 \wedge H_2$	$H_1 \vee H_2$	$H_1 \rightarrow H_2$	$H_1 \leftrightarrow H_2$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

Mit Hilfe dieser angegebenen Wahrheitstabellen lassen sich die aussagenlogischen Ausdrücke klassifizieren. Um das zu verdeutlichen, betrachten wir drei Beispielausdrücke, wobei wir unter die Aussagenvariablen dieser Ausdrücke alle möglichen Belegungen der Aussagenvariablen mit Wahrheitswerten schreiben und dann sukzessive den Wahrheitswert der Teilausdrücke bei diesen Belegungen ausrechnen und ihn unter das entsprechende Funktionszeichen schreiben:

1.	p	$\rightarrow$	$(\sim p$	$\rightarrow$	$q)$	2.	p	$\wedge$	$\sim p$	3.	p	$\rightarrow$	$(q$	$\rightarrow$	$\sim p)$
	1	1	0	1	1		1	0	0		1	0	1	0	0
	1	1	0	1	0		0	<u>0</u>	1		1	1	0	1	0
	0	1	1	0	1						0	1	1	1	1
	0	<u>1</u>	1	0	0						0	<u>1</u>	0	1	1

Der Wahrheitswert der Gesamtausdrücke bei den verschiedenen Belegungen der Aussagenvariablen mit Wahrheitswerten steht jeweils unter den Zeichen der letzten logischen Operation. (Wir haben diese Spalte jeweils zweimal unterstrichen.) In unserem ersten Beispiel nimmt der Gesamtausdruck bei allen Belegungen der Aussagenvariablen mit Wahrheitswerten den Wert 1 an, im zweiten Beispiel immer den Wert 0 und im dritten Beispiel in einigen Fällen den Wert 0 und in einigen Fällen den Wert 1. Logische Ausdrücke, die die angegebenen Eigenschaften des ersten Beispielausdrucks haben, nennt man „Tautologien“ (oder „allgemeingültige Ausdrücke“ oder „immer wahre Ausdrücke“), die Ausdrücke, die die angegebene Eigenschaft des zweiten Beispielausdrucks haben, nennt man „Kontradiktionen“ (oder „unerfüllbare Ausdrücke“ oder „immer falsche Ausdrücke“), während man die der dritten Gruppe „Neutralitäten“ nennt. Eine Tautologie ist also ein richtig gebildeter Ausdruck der Aussagenlogik, der bei allen möglichen Belegungen der Aussagenvariablen dieses Ausdrucks mit Wahrheitswerten stets den Wahrheitswert 1 („wahr“) annimmt. Tautologien werden jetzt als die Gesetze der Aussagenlogik angesehen.

3.3 Axiomatischer Aufbau der Aussagenlogik

In der modernen Logikliteratur wird die Aussagenlogik meist axiomatisch aufgebaut. Wir zeigen am Beispiel eines axiomatischen Aufbaus der Aussagenlogik, wie man dabei vorgeht. Als Grundzeichen wählen wir neben den Aussagenvariablen $p, q, r \dots$ und den Klammern als Hilfszeichen die beiden logischen Zeichen $\sim$ und $\rightarrow$. Die Ausdrucksdefinition für unser axiomatisches System erhalten wir, wenn wir in der bereits angegebenen Ausdrucksdefinition alle Zeichenreihen streichen, die andere Zeichen als die von uns gewählten enthalten.

Beim axiomatischen Aufbau werden einige logische Ausdrücke ohne Beweis gesetzt, und es werden Schlußregeln angegeben, nach denen man aus den Axiomen weitere Sätze ableiten kann. Wir formulieren ein Axiomensystem mit Hilfe von Axiomenschemata, die die Metavariablen $H_1, H_2, \dots$ enthalten. Das bedeutet, daß wir alle (unendlich vielen) logischen Ausdrücke, die jeweils die logische Form eines der folgenden Axiomenschemata haben, als Axiome akzeptieren⁹:

1. **Axiom** $H_1 \rightarrow (H_2 \rightarrow H_1)$;
2. **Axiom** $(H_1 \rightarrow (H_2 \rightarrow H_3)) \rightarrow ((H_1 \rightarrow H_2) \rightarrow (H_1 \rightarrow H_3))$;
3. **Axiom** $(\sim H_1 \rightarrow \sim H_2) \rightarrow (H_2 \rightarrow H_1)$.

Als einzige Schlußregel wählen wir die Abtrennungsregel (AR):

Aus $H_1 \rightarrow H_2$ und H_1 erhält man H_2 .

Der Beweisbegriff wird für dieses Axiomensystem wie folgt definiert: Ein Beweis ist eine endliche Folge von Ausdrücken des Systems, von denen jeder entweder ein Axiom ist oder aus vorhergehenden Gliedern der Folge nach der Regel AR gewonnen wurde.

Den letzten Ausdruck eines Beweises nennt man einen „beweisbaren Ausdruck“ oder ein „Theorem“.

Die in unserem Axiomensystem nicht vorkommenden logischen Funktoren der Alternative, der Konjunktion und der Äquivalenz können etwa durch folgende Definitionen eingeführt werden:

⁹Dieses Axiomensystem geht auf Frege zurück und wurde von Łukasiewicz vereinfacht.

$$H_1 \vee H_2 =_{Def.} (\sim H_1 \rightarrow H_2)$$

$$H_1 \wedge H_2 =_{Def.} \sim(\sim H_1 \vee \sim H_2)$$

$$H_1 \leftrightarrow H_2 =_{Def.} (H_1 \rightarrow H_2) \wedge (H_2 \rightarrow H_1)$$

Es wird dabei folgende Definitionsregel gewählt: Aus einem Theorem erhält man wieder ein Theorem, wenn man einen beliebigen Teilausdruck des Theorems durch einen ihm definitionsgleichen Ausdruck ersetzt.

Die Theoreme in diesem erweiterten Sinne werden jetzt als die Gesetze der Aussagenlogik angesehen.

Es scheint zunächst so, als seien die Axiome und Schlußregeln unseres axiomatischen Systems willkürlich gewählt. Dieser Eindruck wird noch dadurch verstärkt, daß verschiedene Axiomensysteme der klassischen Logik existieren. Dieser Eindruck ist aber nicht richtig, denn die verschiedenen axiomatischen Darstellungen der klassischen Aussagenlogik sind gleichwertig, und die Axiomensysteme der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik müssen so aufgebaut werden, daß der folgende Vollständigkeitssatz gilt: Alle Tautologien des wahrheitsfunktionalen Aufbaus der Aussagenlogik sind Theoreme des betreffenden axiomatischen Systems. Das angegebene Axiomensystem ist in diesem Sinne vollständig. Es handelt sich also beim wahrheitsfunktionalen und beim axiomatischen Aufbau der Aussagenlogik nur um verschiedene Darstellungen ein und derselben Logik. Die Mengen der logischen Gesetze sind in beiden Darstellungen gleich.

4 Die Entstehung nichtklassischer Systeme der Aussagenlogik und philosophische Probleme der klassischen Logik

Nach der Darstellung des letzten Abschnittes scheint es, als sei die Problematik logischer Gesetze geklärt. Wir haben eine relativ einfache logische Theorie und können von einem beliebigen Ausdruck entscheiden, ob er ein logisches Gesetz ist oder nicht. Im Rahmen dieser Theorie gibt es auch keine ernsthaften Probleme mehr. Wenn aber die klassische zweiwertige Logik mit dem Anspruch auftritt, die logischen Eigenschaften der Worte „nicht“, „und“, „oder“ usw. der Umgangssprache zu beschreiben, wird es sofort problematisch. Wir geben nur ein Beispiel an, um das zu verdeutlichen. In der klassischen Aussagenlogik gilt das Kommutationsgesetz für die Konjunktion: $p \wedge q \leftrightarrow q \wedge p$, d. h., die Reihenfolge zweier konjunktiv verknüpfter Aussagen ist gleichgültig. Das „und“ der Umgangssprache hat meist diese Eigenschaft auch, es wird

aber in einigen Fällen auch nichtkommutativ verwendet. Etwa in dem Satz: „Er geht ins Bett, und er schläft ein.“ Dieses „und“ darf nicht mit der aussagenlogischen Konjunktion identifiziert werden, sondern es besitzt andere logische Eigenschaften als diese. Will man die Eigenschaften dieses „und“ in einer logischen Theorie beschreiben, so muß man ein neues logisches Zeichen einführen, das als geordnete Konjunktion von der üblichen Konjunktion verschieden ist.¹⁰ Diese geordnete Konjunktion ist nicht mehr als Wahrheitsfunktion darstellbar. Der kritischste Punkt der klassischen zweiwertigen Logik ist das von ihr gesetzte Prinzip der Zweiwertigkeit von Aussagen. Zweifel an diesem Prinzip wurden schon im Altertum geäußert, und diese Zweifel wurden vor allem mit dem Satz vom ausgeschlossenen Dritten verknüpft. Schon Aristoteles nahm an, daß das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten ($p \vee \sim p$) bei der Bewertung von Aussagen über zufällige zukünftige Ereignisse nicht anwendbar ist, und in der Tat ist das Prinzip der Zweiwertigkeit der Aussagen nicht immer anwendbar. Das Prinzip der Zweiwertigkeit der Aussagen muß aber streng vom Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten ($p \vee \sim p$) unterschieden werden, auf dessen Problematik wir noch näher eingehen werden. Schwierigkeiten im Rahmen des Prinzips der Zweiwertigkeit entstanden insbesondere bei der Bewertung von Aussagen über Übergangszustände, von Aussagen, in denen Ort und Zeit nicht angegeben sind, sowie von Aussagen über nichtexistierende und nichtbeobachtbare Objekte. Obwohl am Prinzip der Zweiwertigkeit schon relativ früh gezweifelt wurde, führte dies lange Zeit nicht zum Aufbau logischer Systeme, in denen das Prinzip der Zweiwertigkeit durch andere Prinzipien ersetzt wurde. C. S. Peirce war sich beispielsweise der Problematik durchaus bewußt und schrieb 1885: „Gemäß der gewöhnlichen Logik ist eine Aussage (*proposition*) entweder wahr oder falsch, und keine weitere Unterscheidung wird anerkannt. Das ist ... die deskriptive Auffassung; die metrische Auffassung würde sein, daß jede Aussage mehr oder weniger falsch ist und daß die Frage eine des Grades ist. Wir nehmen hier die erste Auffassung an.“¹¹

Die ersten mehrwertigen Logiksysteme wurden jedoch erst zu Beginn unseres Jahrhunderts von J. Łukasiewicz (1920) und E. L. Post (1921) aufgebaut. Den Systemen der mehrwertigen Logik liegt folgendes Prinzip der Mehrwertigkeit der Aussagen zugrunde: Aussagen können nicht nur wahr und falsch sein, sondern ihnen können auch andere Wahrheitswerte zugesprochen werden, die Zahl der Wahrheitswerte kann größer als zwei sein und ist nicht a priori beschränkt.

¹⁰Siehe A. A. Sinowjew: Komplexe Logik. Grundlagen einer logischen Theorie des Wissens, Berlin 1970, S. 293.

¹¹Zit. in: J. M. Bocheński: Formale Logik, Freiburg/München 1956, S. 383.

Heute gibt es bereits eine Vielzahl von mehrwertigen Logiksystemen, auf deren philosophische Problematik wir hier nicht eingehen wollen.¹²

In unserem Zusammenhang ist folgendes wichtig. Das der klassischen zweiwertigen Logik zugrunde liegende Prinzip der Zweiwertigkeit ist nicht denknotwendig. Außer dem klassischen Wahrheitsbegriff, nach dem nur die beiden Werte „wahr“ und „falsch“ zulässig sind, können auf materialistischer Grundlage andere Wahrheitsbegriffe formuliert und verwendet werden.¹³ Der klassische wahrheitsfunktionale Aufbau der Logik kann also nicht als die Logik schlechthin angesprochen werden und kann nicht beanspruchen, die logischen Regeln der Umgangssprache umfassend zu beschreiben. Die Begründung logischer Regeln mit Hilfe der Begriffe „wahr“ und „falsch“ allein kann also nicht akzeptiert werden. Außerdem möchten wir darauf hinweisen, daß man die wahrheitsfunktionalen logischen Verknüpfungen der Negation, Konjunktion, Alternative usw., die allein durch Definitionen eingeführt werden, nur insofern als eine Beschreibung der logischen Eigenschaften der Worte „nicht“, „und“, „oder“ usw. der Umgangssprache auffassen kann, als uns die logischen Eigenschaften dieser Worte vor dem wahrheitsfunktionalen Aufbau der Logik bereits bekannt sind. Schon deshalb liefert die logische Theorie der Wahrheitsfunktionen keine Begründung für die logischen Regeln der natürlichen Sprachen.¹⁴

Es sei in unserem Zusammenhang noch erwähnt, daß ein Akzeptieren aller Regeln und Gesetze der klassischen zweiwertigen Logik keineswegs zwangsläufig ein Akzeptieren des Satzes der Zweiwertigkeit nach sich ziehen muß.

¹²Siehe A. A. Sinowjew: Über mehrwertige Logik. Ein Abriß, Berlin/Braunschweig/Basel 1969.

¹³Siehe H. Wessel: Über mögliche Explikationen der Termini „relative Wahrheit“ und „absolute Wahrheit“. In: Wege des Erkennens, Berlin 1969.

¹⁴Man vergleiche hierzu auch die treffende Bemerkung L. Wittgensteins: „Und zu sagen, ein Satz sei alles, was wahr oder falsch sein könne, kommt darauf hinaus: Einen Satz nennen wir das, worauf wir in unserer Sprache den Kalkül der Wahrheitsfunktion anwenden.“

Es scheint nun, als bestimmte die Erklärung – Satz sei dasjenige, was wahr oder falsch sein könne – was ein Satz ist, indem sie sage: Was zum Begriff ‚wahr‘ paßt, das ist ein Satz. Es ist also so, als hätten wir einen Begriff von wahr und falsch, mit dessen Hilfe wir nun bestimmen können, was ein Satz ist und was keiner. Was in den Begriff der Wahrheit eingreift (wie in ein Zahnrad), das ist ein Satz.

Aber das ist ein schlechtes Bild. Es ist, als sage man ‚Schachkönig ist die Figur, der man Schach ansagen kann‘. Aber das kann doch nur heißen, daß wir in unserem Schachspiel nur dem König Schach geben. So wie der Satz, daß nur ein Satz wahr sein könne, nur sagen kann, daß wir ‚wahr‘ und ‚falsch‘ nur von dem prädicieren, was wir einen Satz nennen. Und was ein Satz ist, ist in einem Sinne bestimmt durch die Regeln des Satzbaus (der deutschen Sprache z. B.), in einem anderen Sinne durch den Gebrauch des Zeichens im Sprachspiel.“ (L. Wittgenstein: Philosophische Untersuchungen, Frankfurt a. M. 1967, S. 72/73.)

Lukasiewicz hat beispielsweise Wahrheitstabellen mit vier Wahrheitswerten aufgebaut und solche vierwertigen Wahrheitsfunktionen angegeben, bei denen alle Gesetze der klassischen Logik erhalten bleiben. Wir können also Frege nicht zustimmen, wenn er schreibt: „Wie das Wort ‚schön‘ der Ästhetik und ‚gut‘ der Ethik, so weist ‚wahr‘ der Logik die Richtung. Zwar haben alle Wissenschaften Wahrheit als Ziel; aber die Logik beschäftigt sich noch in ganz anderer Weise mit ihr. Sie verhält sich zur Wahrheit etwa so wie die Physik zur Schwere und Wärme. Wahrheiten zu entdecken ist Aufgabe aller Wissenschaften: *der Logik kommt es zu, die Gesetze des Wahrseins zu erkennen.*“¹⁵

Diese Fregesche Auffassung war historisch sehr fruchtbringend. Sie ermöglichte den Aufbau einer präzisen logischen Theorie, und der heutige hohe Entwicklungsstand der Logik wäre ohne solche vereinfachenden Annahmen sicher nicht erreicht worden. Philosophisch ist die Fregesche Konzeption der Logik aber unzureichend, sie führte zu platonistischen Konsequenzen. Um an seiner Logikauffassung festzuhalten, war Frege gezwungen, neben den Dingen der wirklichen Welt und neben unseren Denkprozessen noch eine dritte Seinsebene – das Reich der Gedanken – zu postulieren. Denn der Terminus „Gedanke“ bezeichnet bei Frege nicht „das subjektive Tun des Denkens“, sondern „dessen objektiven Inhalt, der fähig ist, gemeinsames Eigentum von Vielen zu sein“. Der traditionelle Dualismus von Denken und Sein wird also bei Frege zu einem philosophisch noch unverständlicheren „Triasismus“ von Denken, Sein und Gedanke.

Unsere kritischen Bemerkungen richten sich nicht gegen die Gesetze und Regeln der klassischen Logik als solche, sondern nur gegen den Anspruch, die klassische Logik sei die einzige akzeptable logische Theorie, und sie würde eine erschöpfende Beschreibung aller möglichen logischen Regeln liefern. Wir haben bereits gesehen, daß es in den Umgangssprachen logische Regeln gibt (z. B. für die geordnete Konjunktion), die sich in der klassischen Logik nicht adäquat darstellen lassen. Das bedeutet aber nicht, daß die klassische Logik etwa unbrauchbar wäre. Im Gegenteil liefert die klassische zweiwertige Logik einen hocheffektiven logischen Apparat, der beispielsweise in der mathematischen Grundlagenforschung und in der Rechentechnik erfolgreich verwendet wird. Die klassische Logik ist auch nicht nur eine einfache Reproduktion bestimmter, bereits in der Umgangssprache enthaltener logischer Regeln. Sie stellt vielmehr im Vergleich zur Logik der Umgangssprache etwas qualitativ Neues dar. Die logischen Zeichen der klassischen zweiwertigen Logik werden durch Definitionen mit Hilfe der Wahrheitstabellen neu eingeführt. Sie sind in der Form, wie sie in der logischen Theorie definiert werden, nicht in der

¹⁵G. Frege: *Logische Untersuchungen*, Göttingen 1966, S. 30.

Umgangssprache enthalten. In der Wissenschaft der Logik werden also von den Logikern in gewisser Weise neue logische Regeln erfunden, die später erst in die allgemeine Wissenschaftssprache eingehen. Verallgemeinernd kann man deshalb sagen, daß es nicht nur Aufgabe der Wissenschaft der Logik ist, die in der Umgangssprache enthaltenen logischen Regeln zu beschreiben, sondern der Logiker schafft auch neue logische Zeichen und trägt damit zur Verbesserung der Umgangs- und Wissenschaftssprachen bei. Bei dieser Arbeit gehen die Logiker von gewissen theoretischen Annahmen aus, solcher wie dem Satz der Zweiwertigkeit beim Aufbau der klassischen Logik oder dem Prinzip der n -Wertigkeit beim Aufbau einer n -wertigen Logik. Nur durch solche Festsetzungen ist es möglich, logische Theorien aufzubauen, und gegen eine solche Vorgehensweise ist nichts einzuwenden. Man muß sich darüber klar sein, daß in auf verschiedenen theoretischen Annahmen basierenden Logiksystemen auch ganz verschiedene logische Zeichen auftreten (wenn für sie auch oft gleiche Symbole verwendet werden). Teilweise sind diese theoretischen Annahmen nur heuristische Prinzipien, die den Aufbau einer logischen Theorie ermöglichen, für die fertige Theorie aber gar nicht mehr so wesentlich sind. Wir hatten dies am Satz der Zweiwertigkeit gesehen, denn die axiomatische Darstellung der klassischen Logik konnte auf ganz verschiedene Weise interpretiert werden. Wir können die Axiome und Schlußregeln einer jeden axiomatischen Darstellung einer Logik als Definition der in ihnen vorkommenden logischen Zeichen betrachten; die inhaltlichen Ausgangsüberlegungen, die uns gerade zur Auswahl dieser Axiome und Regeln führten, sind dann im Rahmen dieses Systems in gewisser Weise gleichgültig. Erst bei der Anwendung der betreffenden Logik spielen die inhaltlichen Ausgangsüberlegungen wieder eine Rolle.

Schien die Problematik aussagenlogischer Gesetze nach der Darstellung der klassischen zweiwertigen Logik noch völlig trivial zu sein, so erscheint diese Problematik jetzt völlig relativiert. Wir können jetzt nur noch sagen, daß ein bestimmter logischer Ausdruck in einem bestimmten Logiksystem ein Gesetz ist, wenn er eine Tautologie oder ein Theorem in der entsprechenden n -wertigen Logik ist. Diese Relativierung ist aber nicht so weitreichend, wie es auf den ersten Blick scheint. Alle möglichen mehrwertigen Logiken sind zwar Logiken im echten Sinne des Wortes, wenn dies auch manchmal bestritten wird, für die menschliche Erkenntnispraxis sind jedoch bislang nur relativ wenig mehrwertige Logiken bedeutsam. Nur wenn es gelingt, zwischen bestimmten abstrakten mehrwertigen Logiken und den Wissenschaftssprachen eine Zuordnung herzustellen, sind diese mehrwertigen Logiken praktisch verwendbar. Die Ausarbeitung von erkenntnistheoretisch nichtinterpretierten mehrwertigen Logiken kann man als eine Konstruktion von logischen Regeln auf Vorrat ansehen.

Vor den Logikern steht in diesem Zusammenhang gegenwärtig die Aufgabe, all die logischen Mittel, die in den Wissenschaften verwendet werden und deren Verwendung sich bereits abzeichnet, zu einem einheitlichen deduktiven System der Wissenschaftslogik zusammenzufassen. Diese Aufgabe wurde von dem sowjetischen Logiker A. A. Sinowjew in Angriff genommen.¹⁶ Bevor wir uns an einem konkreten Beispiel ansehen, wie dabei vorzugehen ist, wollen wir uns noch kurz mit den sogenannten ontologischen Begründungsversuchen der Logik beschäftigen.

5 Bemerkungen zu ontologischen Begründungsversuchen logischer Gesetze

Die ontologische Auffassung logischer Gesetze geht bis auf Parmenides zurück. So finden wir bei ihm wohl erstmalig das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten formuliert: Das Sein ist oder es ist nicht.¹⁷ Und dieses Mißverständnis setzt sich bis in unsere Tage fort. Bei Parmenides ist das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten Seins- und Denkgesetz zugleich, da in seiner Philosophie Denken und Sein zusammenfallen. Spätestens bei Aristoteles wird streng zwischen einem Seins- und einem Denkgesetz vom ausgeschlossenen Dritten unterschieden. Heute findet man in der Literatur alle kombinatorisch möglichen Auffassungen über den Charakter logischer Gesetze: Die einen fassen sie nur als Denkgesetze, die anderen nur als Seinsgesetze, dritte als Denk- und Seinsgesetze und vierte schließlich weder als Denk- noch als Seinsgesetze, sondern als Sprachregeln auf. Wir neigen zu der letztgenannten Auffassung. Wir wollen hier nicht alle genannten Meinungen belegen, sondern führen als Beispiel nur die Auffassung logischer Gesetze durch B. Russell an. Russell wendet sich gegen die Auffassung logischer Gesetze als Denkgesetze und argumentiert wie folgt: „Der Name ‚Denkgesetze‘ ist ebenfalls irreführend; denn es kommt nicht darauf an, daß wir in Übereinstimmung mit ihnen denken, sondern es kommt darauf an, daß das Verhalten der Dinge ihnen entspricht, mit anderen Worten: der Punkt ist, daß wir *richtig* denken, wenn wir in Übereinstimmung mit ihnen denken.“¹⁸ Zur Begründung betrachtet er den Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch: „Nichts kann zugleich sein und nicht sein“ oder, genauer, „Nichts kann gleichzeitig eine bestimmte Eigenschaft haben und nicht haben“. Dieses Prinzip wird häufig deshalb ein Denkgesetz genannt, weil wir uns von seiner Notwendigkeit durch Denken und nicht

¹⁶Siehe A. A. Sinowjew: Komplexe Logik.

¹⁷Siehe: Die Vorsokratiker. Übersetzt und eingeleitet von W. Capelle, Berlin 1961, S. 166/167.

¹⁸B. Russell: Probleme der Philosophie, Frankfurt a. M. 1967, S. 65.

durch Beobachtung der Außenwelt überzeugen. Wir führen ein längeres Zitat an, um die Argumentationsweise Russells für eine ontologische Auffassung logischer Gesetze zu verdeutlichen: „Wenn wir einmal gesehen haben, daß ein Baum eine Buche ist, brauchen wir nicht noch einmal hinzusehen, um sicher zu sein, daß er nicht auch gleichzeitig keine Buche ist; der Gedanke allein gibt uns zu erkennen, daß so etwas unmöglich ist. Trotzdem ist die Folgerung, daß der Satz vom Widerspruch ein Denkgesetz ist, falsch. Was wir glauben, wenn wir an den Satz vom Widerspruch glauben, ist nicht, daß unser Bewußtsein so konstruiert ist, daß es den Satz vom Widerspruch für wahr halten muß. Diese Ansicht ist erst das Ergebnis einer psychologischen Reflexion, die den Glauben an den Satz vom Widerspruch schon voraussetzt. Der Glaube an den Satz vom Widerspruch betrifft Dinge, nicht bloß Gedanken. Wir glauben z. B. nicht, daß wir nicht gleichzeitig *denken* könnten, ein Baum wäre eine Buche und auch keine Buche. Wir glauben, daß, wenn der Baum eine Buche *ist*, er nicht gleichzeitig *keine* Buche *sein* kann. Der Satz vom Widerspruch ist also ein Satz über Dinge und nicht bloß über Gedanken; und wenn auch der Glaube an den Satz vom Widerspruch ein Gedanke ist, so ist doch der Satz vom Widerspruch selbst kein Gedanke, sondern ein Faktum, das die Dinge der Außenwelt betrifft. Wenn das, was wir glauben, wenn wir an den Satz vom Widerspruch glauben, nicht auf die Dinge der Außenwelt zuträfe, würde der Umstand, daß wir gezwungen sind, so zu *denken*, nicht garantieren, daß der Satz vom Widerspruch nicht falsch sein kann, und das zeigt, daß es sich bei diesem Satz nicht um ein *Denkgesetz* handeln kann.“¹⁹

Wir akzeptieren die Auffassung Russells, daß logische Gesetze keine Denkgesetze sind. Wir haben aber auch bereits gezeigt, in welchem Sinne logische Gesetze im Denken eine Rolle spielen. Die Auffassung Russells, nach der logische Gesetze Aussagen über die Dinge der Außenwelt darstellen, können wir allerdings nicht akzeptieren, und Russell liefert zum Teil selbst die Argumente gegen eine solche Auffassung. Russell sagt selbst, daß man das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch nicht durch Beobachtung der Außenwelt gewinnt. Wenn wir es aber als gültig einsehen können, ohne die Außenwelt zu beobachten, dann gibt es uns auch keine Information über die Außenwelt. Die Gültigkeit des Satzes vom ausgeschlossenen Widerspruch ergibt sich einzig und allein aus der Festlegung der Verwendungsweise der sprachlichen Zeichen „und“ und „nicht“. Diese Zeichen werden eben gerade so eingeführt, daß der Satz $\sim(p \wedge \sim p)$ gültig ist. Natürlich hat der Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch und auch der Satz vom ausgeschlossenen Dritten $p \vee \sim p$ die Form einer ontologischen Behauptung. Russell führt ein Beispiel solch einer Behauptung an. Wenn diese Sätze aber ontologische Feststellungen sein sollen,

¹⁹Ebenda, S. 78/79.

woher haben wir dann die Gewißheit in ihre uneingeschränkte Gültigkeit? Alle generellen Sätze über die Welt haben keine absolute Gewißheit. Es ist immer die Möglichkeit offen, daß in der Natur doch noch ein Gegenbeispiel auftritt, das den betreffenden generellen Satz widerlegt, mag die Wahrscheinlichkeit dieser Möglichkeit auch noch so gering sein. Die genannten logischen Gesetze können gerade deshalb nicht durch die Erfahrung widerlegt werden, weil sie eben keine echten Aussagen über die Außenwelt sind. Sie haben nur die Form von Aussagen über die Welt, sind aber wahr allein auf Grund der Eigenschaften der in ihnen vorkommenden logischen Zeichen und liefern uns deshalb keine Information über die Außenwelt.

Man könnte also sagen, daß die logischen Gesetze konventionellen Charakter haben. Doch auch diese Auffassung ist nur bedingt richtig. Eine extrem konventionalistische Auffassung logischer Gesetze vertrat z. B. R. Carnap in seiner Arbeit „Logische Syntax der Sprache“. Er schreibt: „In der Logik gibt es keine Moral. Jeder mag seine Logik, d. h. seine Sprachform, aufbauen wie er will.“²⁰ Ein solch extremer Konventionalismus ist nicht akzeptabel. Wenn logische Gesetze rein konventionellen Charakter haben, wie kommt es dann, daß in allen natürlichen Sprachen gleiche logische Strukturen enthalten sind? Warum wurden in den verschiedenen Sprachen nicht grundsätzlich verschiedene Festlegungen über die Sprachform getroffen? Mußten nach der konventionalistischen Auffassung nicht die Urmenschen die größten Logiker gewesen sein, da sie ja die erste Sprache und damit die in dieser enthaltene Logik schufen? Gegen das erste Argument könnte man zwar noch erwidern, daß in den verschiedenen natürlichen Sprachen zwar viele Gemeinsamkeiten hinsichtlich ihrer logischen Mittel auftreten, daß jedoch auch wesentliche Unterschiede bestehen. Während es z. B. im Deutschen oder Englischen bestimmte Artikel gibt, haben wir im Russischen keine. Das belegt aber nur gewisse konventionelle Aspekte der Logik, beweist aber keineswegs den rein konventionellen Charakter der logischen Gesetze. Die Sprache wurde zwar von den Menschen geschaffen, jedoch ist das Entstehen der Sprache nur aus den Erfordernissen des Arbeitsprozesses und der dazu notwendigen menschlichen Kommunikation zu verstehen. Die Notwendigkeit des Satzes vom ausgeschlossenen Widerspruch, der in allen Logiksystemen akzeptiert wird, ergibt sich beispielsweise daraus, daß erst sein Setzen sinnvolle sprachliche Kommunikation ermöglicht. Er ist also Bedingung für die Möglichkeit der sprachlichen Kommunikation. Wir werden später sehen, daß sich eine ganze Reihe von logischen Gesetzen allein aus den inneren Gesetzmäßigkeiten eines sprachlichen Dialoges ergeben. Hier wollen wir nur darauf eingehen, in welcher Weise die logischen Zeichen und die mit ihrer Hilfe formulierten Gesetze doch von der Beschaffenheit

²⁰R. Carnap: Logische Syntax der Sprache, Wien 1934, S. 45.

der Außenwelt abhängen, obwohl die logischen Gesetze keine ontologischen Gesetze sind.

Manchmal wird behauptet, daß die logische Konjunktion zweier Sätze das Zusammenbestehen zweier Sachverhalte ausdrückt und daß die Alternative zweier Sätze zwei objektive Möglichkeiten zum Ausdruck bringt. Diese Auffassung ist natürlich falsch, da eine Konjunktion schon wahr ist, wenn ihre beiden Teilsätze wahr sind und ein Zusammenbestehen von Sachverhalten, wie es auch immer gemeint sein mag, gar nicht erforderlich ist. Analoges gilt für die Alternative. Für die Erklärung der Genesis bestimmter logischer Zeichen ist solch eine Betrachtungsweise manchmal aber nützlich. Es scheint plausibel zu sein, daß von den werdenden Menschen ein Zeichen eingeführt wurde, das man als Vorgänger unseres „und“ ansehen kann und welches das räumliche oder zeitliche Nebeneinander zweier objektiver Situationen zum Ausdruck brachte. Aus diesem Zeichen haben sich dann wahrscheinlich in der Sprachpraxis unser „und“ und in der mathematischen Sprachpraxis die aussagenlogische Konjunktion entwickelt. Es gibt also bestimmte objektive Situationen bzw. Situationen im Erkenntnisprozeß, die die Einführung bestimmter logischer Zeichen nahelegen. Sind solche Zeichen in der Sprachpraxis zweckmäßig, bleiben sie erhalten, ansonsten setzen sie sich nicht durch. Solch eine Betrachtungsweise der logischen Zeichen darf aber nicht zu weit getrieben werden, da ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen den heutigen logischen Zeichen und objektiven Situationen nicht aufweisbar ist. Eine solche ihrem Wesen nach mechanisch-materialistische Betrachtungsweise logischer Regeln und Gesetze führt auch zu philosophisch unhaltbaren Konsequenzen. Dabei wird nämlich die Struktur unserer stets beschränkten Sprache (meist die Sprachstruktur der noch beschränkteren klassischen zweiwertigen Logik) mit der Struktur der Wirklichkeit identifiziert. Ein klassisches Beispiel hierfür lieferte der frühe Wittgenstein mit seiner Doktrin des logischen Atomismus.²¹ Wittgenstein hat sich in seinen späteren Arbeiten zwar von dieser Auffassung distantiert, trotzdem wird sie auch heute noch – meist materialistisch verbrämt – vertreten. Unsere jeweilige Sprachform – unsere Logik – ist immer vom jeweiligen Entwicklungsstand des menschlichen Erkenntnisvermögens abhängig und darf nicht mit der Struktur des Seins, wie dies auch immer beschaffen sein mag, identifiziert werden, obwohl wir natürlich immer nur in unserer Sprache über das Sein sprechen können. Insofern hatte Feuerbach recht, als er schrieb: „Das Sein, gegründet auf lauter solchen Unsagbarkeiten, ist darum selbst etwas Unsagbares. Jawohl, das Unsagbare.

²¹Siehe L. Wittgenstein: *Tractatus logico-philosophicus*. Logisch-philosophische Abhandlung, Frankfurt a. M. 1969.

Wo die Worte aufhören, da fängt erst das Leben an, erschließt sich erst das Geheimnis des Seins.“²²

Wir wollen den Charakter logischer Gesetze im weiteren noch anhand der intuitionistischen Kritik am Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten verdeutlichen.

6 Kritik der Intuitionisten und Konstruktivisten an der klassischen zweiwertigen Logik

Die erste schwerwiegende Kritik an der klassischen zweiwertigen Logik wurde von den Vertretern der intuitionistischen Richtung in der mathematischen Grundlagenforschung geübt. Die Kritik der Intuitionisten an der klassischen Logik hängt eng mit deren Auffassung mathematischer Objekte zusammen. Nach Auffassung der Intuitionisten macht die Mathematik keine Aussagen über real existierende Objekte und Sachverhalte, sondern ihr Gegenstand sind menschliche gedankliche Konstruktionen. Insbesondere werden die Zahlen als menschliche Konstruktionen nach genauen Regeln betrachtet. Dabei sieht man eine Zahl als existent an, wenn es ein Verfahren zu ihrer Konstruktion gibt. In der klassischen Logik gilt z. B. die Spezialform des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten:

$$\forall(x) P(x) \vee \exists(x) \sim P(x)$$

(„Alle Gegenstände x haben die Eigenschaft P , oder es existiert mindestens ein Gegenstand x , der die Eigenschaft P nicht hat.“) In der klassischen Mathematik werden sogenannte indirekte Existenzbeweise auf folgende Weise geführt: Es wird angenommen, $\forall(x) P(x)$ würde gelten. Aus dieser Annahme wird ein Widerspruch hergeleitet, und nach dem aussagenlogischen Gesetz $(p \rightarrow q \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$ folgt daraus, daß $\sim \forall(x) P(x)$ gilt. Hieraus folgt dann nach dem Satz $(p \vee q) \wedge \sim p \rightarrow q$ und der oben angegebenen Form des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten, daß $\exists(x) \sim P(x)$ gilt (d. h. „Es gibt einen Gegenstand x , der die Eigenschaft P nicht hat“), obwohl es vielfach nicht möglich ist, einen Gegenstand x anzugeben, der die Eigenschaft P nicht hat. Von den Intuitionisten und Konstruktivisten werden solche indirekten Existenzbeweise als unbegründet abgelehnt. Dies wird dadurch realisiert, daß sie bestimmte Gesetze der klassischen Aussagenlogik nicht verwenden. Insbesondere verwerfen sie das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten $p \vee \sim p$ und das Gesetz zur Beseitigung der doppelten Negation $\sim \sim p \rightarrow p$.

²²L. Feuerbach: Kleine philosophische Schriften, Leipzig 1950, S. 135.

Zunächst waren die logischen Vorstellungen der Intuitionisten recht verschwommen, und erst A. Heyting gab ihnen die Form eines axiomatischen Systems. Wir geben ein Beispiel einer intuitionistischen axiomatischen Aussagenlogik an ($\neg$ ist hier das Zeichen für die intuitionistische Negation, die anderen Zeichen werden umgangssprachlich wie die entsprechenden Zeichen der klassischen Logik gelesen, sie sind hier aber keine Wahrheitsfunktionen mehr):²³

1. $p \rightarrow (p \rightarrow p),$
2. $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p),$
3. $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r)),$
4. $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r),$
5. $p \rightarrow (q \rightarrow p),$
6. $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q,$
7. $p \rightarrow (p \vee q),$
8. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p),$
9. $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r),$
10. $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q),$
11. $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg p.$

Schlußregeln sind die Einsetzungsregel und die Abtrennungsregel. Diese intuitionistische oder konstruktivistische Logik ist in gewisser Hinsicht eine Einschränkung der klassischen Logik, da man sie aus der klassischen erhält, wenn man bestimmte logische Sätze ausschließt. Andererseits hat Gödel aber bewiesen, daß die klassische Logik in gewisser Weise auch in der intuitionistischen enthalten ist. Gödel bewies zunächst folgenden Satz: Eine Formel der intuitionistischen Aussagenlogik, die nur die Konjunktion und die Negation als logische Zeichen enthält, ist genau dann ein Theorem der intuitionistischen Logik, wenn sie eine Tautologie der klassischen zweiwertigen Logik ist. Wenn man also die klassischen Funktoren der Alternative und der Implikation (wir bezeichnen sie hier mit $+$ und $\supset$) mit Hilfe der intuitionistischen Negation und Konjunktion wie folgt definiert:

$$p + q =_{Def.} \neg(\neg p \wedge \neg q)$$

$$p \supset q =_{Def.} \neg(p \wedge \neg q),$$

²³Siehe A. Heyting: Intuitionism. An Introduction, Amsterdam 1956.

so erhält man folgendes Theorem: Für einen Aussagenkalkül mit $\wedge$ als Konjunktion, $+$ als Alternative, $\supset$ als Implikation und $\neg$ als Negation ist jede klassisch beweisbare Formel intuitionistisch gültig. Eine philosophisch besonders interessante Begründung der intuitionistischen Logik geben P. Lorenzen und K. Lorenz. Sie versuchen, die logischen Gesetze und Regeln aus der inneren Gesetzmäßigkeit von Dialogen zwischen zwei Personen zu begründen. Wir können ihr Vorgehen hier nur kurz skizzieren und verweisen deshalb auf die Originalliteratur.²⁴

Lorenzen betrachtet Dialogspiele zwischen einem Proponenten und einem Opponenten und definiert die logischen Partikel („und“, „oder“, „wenn ... , so ...“, „nicht“, „einige“, „alle“) durch ihre Verwendungsregeln im Dialog. Wird von einem der Dialogpartner eine zusammengesetzte Aussage behauptet, so hat der andere Partner das Recht, diese Aussage anzugreifen und eine Begründung zu verlangen. Wird etwa vom Proponenten (P) eine Aussage $H_1 \wedge H_2$ (H_1 und H_2) behauptet, so hat der Opponent (O) das Recht, zu verlangen, daß P sowohl die Aussage H_1 als auch die Aussage H_2 verteidigt. Gelingt P dies, so hat er den Dialog gewonnen, anderenfalls verliert er ihn. Bezeichnen wir in der zusammengesetzten Aussage $H_1 \wedge H_2$ die linke Teilaussage H_1 mit L und die rechte Teilaussage H_2 mit R , so läßt sich die dialogische Verwendungsregel für die Konjunktion wie folgt schreiben:

Behauptung	Angriff	Verteidigung
$H_1 \wedge H_2$	? L	H_1
$H_1 \wedge H_2$	? R	H_2

Analog werden die dialogischen Verwendungsregeln für die anderen logischen Partikel angegeben:

Behauptung	Angriff	Verteidigung
$H_1 \vee H_2$	?	H_1
$H_1 \vee H_2$	?	H_2
$H_1 \rightarrow H_2$	H_1 ?	H_2
$\neg H$	H ?	
$\forall(x) H(x)$	y ?	$H(y)$
$\exists(x) H(x)$	?	$H(y)$

Während bei der Konjunktion der angreifende Partner das Recht hat, die zu verteidigende Teilaussage auszuwählen, hat bei der Alternative der ver-

²⁴Siehe K. Lorenz: Dialogspiele als semantische Grundlage von Logikkalkülen. In: Archiv für Mathematische Logik und Grundlagenforschung, 1968, Nr. 11. – P. Lorenzen: Formale Logik, (West-)Berlin 1967.

teidigende Partner das Recht der Wahl. Ganz analog verhält es sich bei Aussagen mit dem All- und dem Existenzquantor. Bei einer Allaussage darf der Angreifende die betreffende Individuenvariable wählen, bei einer Existenzaussage der Verteidigende. Bei einer Implikation $H_1 \rightarrow H_2$ ist der Angriff mit der Behauptung der Aussage H_1 verknüpft, und es muß H_2 verteidigt werden. Eine negierte Aussage $\neg H$ wird durch das Setzen der Aussage H angegriffen, und eine Verteidigung ist nicht zugelassen.

Lorenzen unterscheidet materiale und formale Dialogspiele. Materiale Spiele sind Dialoge um Aussagen, formale sind Spiele um Formeln (Aussageformen). Für materiale Spiele verläuft der Dialog nach folgender allgemeiner Spielregel:

1. Der Proponent darf nur eine der vom Opponenten gesetzten Aussagen angreifen oder sich gegen den letzten Angriffszug des Opponenten verteidigen.
2. Der Opponent darf nur die im vorhergehenden Zuge des Proponenten gesetzte Aussage angreifen oder sich gegen den Angriff des Proponenten im vorhergehenden Zug verteidigen.

Die Gewinnregel für materiale Spiele lautet:

Der Proponent hat genau dann gewonnen, wenn der Opponent nicht mehr ziehen kann.

Ein Dialog beginnt stets mit dem Setzen einer Aussage durch den Proponenten. Danach sind abwechselnd beide Spieler je einmal am Zuge. Die Verwendungsregeln für die logischen Partikel sind so formuliert, daß sie stets von komplizierten zu einfacheren und letztlich zu einfachen Aussagen führen. Damit der dialogische Aufbau für materiale Spiele sinnvoll ist, wird vorausgesetzt, daß die einfachen Aussagen dialogisch-definit sind, d. h., daß die beiden Partner sich stets mit außerlogischen Mitteln darüber einigen können, ob die Behauptung einer einfachen Aussage berechtigt ist oder nicht. Eine Aussage wird nun effektiv-wahr genannt, wenn sie – unter der Voraussetzung, daß die einfachen Aussagen, aus denen sie zusammengesetzt ist, dialogisch-definit sind – gegen jede Strategie des Opponenten gewinnbar ist. Bei der Definition der effektiven Wahrheit wird also noch eine außerlogische Voraussetzung gemacht, nämlich die der dialogischen Definitheit der einfachen Aussagen. Die Menge der dialogisch-definiten einfachen Aussagen ist aber nicht ein für allemal gegeben, sie ist vielmehr abhängig vom jeweiligen Entwicklungsstand der menschlichen Gesellschaft. Zu jedem konkreten historischen Zeitpunkt wird man sich offenbar über verschiedene Mengen von einfachen Aussagen einigen können.

Es gibt aber eine bestimmte Menge von zusammengesetzten Aussagen, bei deren Verteidigung der Proponent von der dialogischen Definitheit der einfachen Aussagen faktisch keinen Gebrauch macht. Das sind all die Aussagen, bei deren Verteidigung der Proponent nur solche einfachen Aussagen behauptet, die der Opponent schon vorher gesetzt hat. Bei diesen Aussagen braucht der Proponent über die einfachen Aussagen gar nichts zu wissen, denn er wiederholt ja nur solche einfachen Aussagen, die vorher der Opponent schon behauptet hat. Aussagen mit dieser Eigenschaft nennt Lorenzen effektiv-logisch wahr. Mit einer effektiv-logisch wahren Aussage sind offensichtlich auch alle Aussagen mit der gleichen logischen Form effektiv-logisch wahr. Der Begriff der effektiv-logischen Wahrheit läßt sich also auch auf Aussageformen ausdehnen. Unter Beibehaltung der Verwendungsregeln für die logischen Partikel lassen sich jetzt die allgemeine Spielregel und die Gewinnregel so umformulieren, daß genau die effektiv-logisch wahren Aussageformen gegen jeden Opponenten gewinnbar sind. Die allgemeine Spielregel für diese formalen Spiele lautet dann:

1. Der Proponent darf nur eine der vom Opponenten behaupteten zusammengesetzten Formeln angreifen oder sich gegen den letzten Angriffszug des Opponenten verteidigen.
2. Der Opponent darf nur die im vorhergehenden Zuge des Proponenten gesetzte Formel angreifen oder sich gegen den Angriff des Proponenten im vorhergehenden Zuge verteidigen.

Die Gewinnregel nimmt folgende Form an:

Der Proponent hat einen Dialog gewonnen, wenn er eine Primformel zu verteidigen hat, nachdem die gleiche Primformel vom Opponenten bereits behauptet wurde.

Eine Formel ist genau dann effektiv-logisch wahr, wenn sie gegen jeden Opponenten verteidigt werden kann.

Wir betrachten einen einfachen Dialog um eine effektiv-logisch wahre Formel:

Opponent	Proponent
1.	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$
2. $p?1.$	$q \rightarrow p$
3. $q?2.$	p

Der Proponent hat den Dialog gewonnen, da er nur die Primformel p behauptet, die vom Opponenten bereits gesetzt wurde. (Hinter dem Angriffszeichen ? haben wir die angegriffenen Zeilen angegeben.)

Nicht alle klassisch-logisch wahren Formeln lassen sich im formalen Dialog verteidigen. Das folgende Beispiel mag dies illustrieren:

Opponent	Proponent
1.	$\neg\neg p \rightarrow p$
2. $\neg\neg p?1.$	p $\neg p?2.$
3. p	

Im zweiten Zuge hat der Proponent zwei Möglichkeiten. Er verliert aber in jedem Falle, da er entweder die Primformel p behaupten muß, die der Opponent noch nicht gesetzt hat, oder sich aber gegen den Angriff des Opponenten auf $\neg p$ nicht verteidigen kann. Ebenso läßt sich die klassisch-logisch wahre Formel $p \vee \neg p$ nicht im formalen Dialog verteidigen.

Jede effektiv-logisch wahre Formel ist auch klassisch-logisch wahr, die Umkehrung gilt jedoch nicht. Die klassisch-logisch wahren Formeln enthalten als echte Teilklasse die effektiv-logisch wahren. Lorenzen hat bewiesen, daß seine effektive Logik der intuitionistischen Logik von Heyting äquivalent ist. Mit der dialogischen Interpretation der logischen Partikel besitzt die intuitionistische Logik eine genau umrissene Interpretation. Bisher wurde innerhalb der intuitionistischen Logik zwar die Verwendbarkeit des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten und seiner Varianten in bezug auf unendliche Mengen bestritten, man hatte aber im wesentlichen keine Kriterien dafür, ob die von Heyting vorgeschlagene Formalisierung der intuitionistischen Logik auch alle von intuitionistischen Standpunkt aus zulässigen logischen Regeln erfaßt.

Wesentlich ist bei dem dialogischen Aufbau der Logik, daß hier keine semantischen Prinzipien und ontologischen Behauptungen vorausgesetzt werden und daß der Wahrheitsbegriff erst nach den logischen Partikeln eingeführt wird. Die dialogische Begründung der Logik durch Lorenzen ist aber nicht gänzlich voraussetzungslos. Auch Lorenzen trifft gewisse apriorische Voraussetzungen, so etwa, wenn er nur zwei Formen des Prädizierens zuläßt oder wenn er die Logik auf solche Aussagen beschränkt, die dialogisch begründet werden können. Die logischen Regeln der Sprache sind aber auch von anderen Faktoren abhängig, die Lorenzen bei seiner Begründung nicht berücksichtigt. Eine wichtige Rolle spielen dabei Zweckmäßigkeitsüberlegungen im Kommunikationsprozeß.

Lorenzen hat durch seine dialogische Interpretation der logischen Partikel und seine anderen protologischen Überlegungen gezeigt, daß die Regeln der intuitionistischen Logik keine willkürlichen Konventionen sind, sondern Festlegungen, die man begründen kann. Bei seiner Begründung geht er allerdings von Voraussetzungen aus, deren Gültigkeit man nicht zwingend nachweisen kann, sondern die man nur einsehen oder verstehen kann. Einsicht und

Verständnis sind aber nichts ein für allemal Gegebenes, sondern sie ändern sich im Verlaufe der menschlichen Geschichte. Es wäre deshalb nicht richtig, logische Gesetze und Regeln, die allgemein akzeptiert oder neu eingeführt werden, nur deshalb zu verwerfen, weil sie sich nicht oder vielleicht nur noch nicht dialogisch begründen lassen. Für das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten und seine Varianten gibt es keine dialogische Begründung. Es wird aber faktisch verwendet und ist eine zulässige und brauchbare sprachliche Konvention. Man braucht es deshalb nicht zu verwerfen, wenn das Anliegen der Konstruktivisten auf andere Weise verwirklicht werden kann. Wichtig dabei ist allerdings, daß man den Satz vom ausgeschlossenen Dritten nicht als eine Aussage über die Welt auffaßt, sondern als eine rein sprachliche Festlegung, die aus Zweckmäßigkeitsgründen eingeführt wird.

Außerdem ist zu beachten, daß Lorenzen seine Begründung der logischen Gesetze erst entwickelte, als die intuitionistische Logik bereits existierte. Es handelt sich also nur um eine nachträgliche Begründung. Die Regeln, nach denen die Dialoge geführt werden, sind so ausgewählt, daß man die intuitionistische Logik erhält. Man kann sich aber auch solche Regeln eines Dialoges ausdenken, die zur klassischen Logik führen. Dazu braucht man beispielsweise nur dem Proponenten das Recht zu geben, einen bereits gemachten Zug zurückzunehmen, während man dem Opponenten dieses Recht nicht zugesteht.

Nach dem bisher Gesagten scheint es, als ob es zwei völlig verschiedene, gleichwertige Logiken gäbe und als ob die Auswahl dieser oder jener Logik vom jeweiligen Untersuchungsbereich abhinge. In gewisser Hinsicht ist die Sachlage wirklich so, aber man darf sich nicht mit ihr zufrieden geben. Aufgabe der Logiker ist es, eine einheitliche Logik aufzubauen, die sowohl über die Ausdrucksmittel der klassischen als auch der intuitionistischen Logik verfügt. Einen Versuch in dieser Richtung unternahm Sinowjew, dessen Vorschlag wir im weiteren darstellen wollen.

Der wesentlichste Unterschied zwischen der klassischen und intuitionistischen Logik besteht in der unterschiedlichen Auffassung der logischen Negation. Heyting schreibt hierzu: „Streng gesagt, müssen wir genau unterscheiden zwischen der Verwendung von ‚nicht‘ in der Mathematik und in der gewöhnlichen Sprache nichtmathematischer Erörterungen. In mathematischen Behauptungen kann keine Unbestimmtheit entstehen; ‚nicht‘ hat immer einen genauen Sinn. ‚Das Urteil p ist nicht wahr‘ oder ‚Das Urteil p ist falsch‘ bedeutet ‚Wenn wir die Wahrheit von p annehmen, so gelangen wir zu einem Widerspruch‘.“²⁵ Weiter schreibt Heyting, daß sich jede mathematische Behauptung in der folgenden Form ausdrücken läßt: „Ich habe gedanklich die

²⁵ A. Heyting: *Intuitionism. An Introduction*.

Konstruktion A durchgeführt.“ Die mathematische Negation dieser Behauptung hingegen läßt sich ausdrücken als: „Ich habe gedanklich die Konstruktion B durchgeführt, die die Annahme zum Widerspruch führt, daß sich die Konstruktion von A vollenden läßt.“ Zum Unterschied von der mathematischen ist die faktische Negation der ersten Behauptung: „Ich habe gedanklich die Konstruktion von A nicht durchgeführt.“ Nach Heytings Auffassung hat diese letzte Feststellung aber nicht die Form einer mathematischen Behauptung.

Wir können uns leicht davon überzeugen, daß für die mathematische Negation im Sinne Heytings das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten nicht gilt. Wir betrachten dazu den Beispielsatz: „Einige ungerade Zahlen sind vollkommen.“ (Unter einer vollkommenen Zahl versteht man eine Zahl, die gleich der Summe ihrer echten Teiler ist, also z. B. $6 = 1 + 2 + 3$.) Diesen Satz könnten wir als intuitionistisch-wahr ansehen, wenn wir eine ungerade Zahl angeben könnten, die vollkommen ist. Eine solche Zahl ist allerdings nicht bekannt. Wir könnten den Satz als intuitionistisch-falsch ansehen, wenn der Satz „Keine ungerade Zahl ist vollkommen“ zu einem Widerspruch führen würde. Das ist aber auch nicht bewiesen. Deshalb wird von den Intuitionisten der Satz „Einige ungerade Zahlen sind vollkommen oder keine ungerade Zahl ist vollkommen“ nicht als logisch-wahr angesehen. Mit diesem Spezialfall wird von den Intuitionisten das aussagenlogische Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten für die mathematische Negation in allgemeiner Form verworfen. Für die von ihm so benannte faktische Negation würde Heyting sicher das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten bedenkenlos akzeptieren.

Heyting unterscheidet also zwei Formen der Negation. Für die eine Negation gilt das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten, für die andere nicht. Diese inhaltlichen Überlegungen Heytings finden aber keinen Niederschlag in dem von ihm aufgestellten System der intuitionistischen Logik, denn dort beschreibt er nur die mathematische Negation.

Vor den Logikern steht also die Aufgabe, ein Logiksystem zu entwickeln, in dem es möglich ist, das berechtigte Anliegen der Intuitionisten auszudrücken, ohne die klassische Logik zu beschränken. Die Lösung dieser Aufgabe wurde in ihren Grundzügen von Sinowjew durchgeführt.²⁶ Da Sinowjews Arbeiten zum Teil auch in deutscher Sprache vorliegen, können wir uns hier darauf beschränken, nur einige seiner Grundgedanken zu skizzieren.

Sinowjew geht davon aus, daß es zwei verschiedene Formen der Negation gibt. Er führt aber eine andere Unterscheidung der Negationen als Heyting durch. Der Ansatz von Sinowjew geht in gewisser Weise bis auf Aristoteles zurück. Auch in der megarisch-stoischen Schule war diese Unterscheidung

²⁶Siehe A. A. Sinowjew: Komplexe Logik.

bekannt. Bocheński führt in seinem Buch „Formale Logik“ dazu folgenden Text an: „Es gibt auch einen anderen (Satz), den ... wir *disjunctum* nennen. Dieser ist von folgender Art: ‚Lust ist entweder schlecht oder gut, oder weder gut noch schlecht‘. Nun sollen alle jene (Sätze), welche (in einem solchen Satz) getrennt (*disjuncta*) sind, untereinander unverträglich sein, und ihre Gegensätze ... sollen auch einander entgegengesetzt (*contraria*) sein. Von allen (Sätzen), welche getrennt sind, soll einer wahr sein, die anderen falsch. Wenn aber überhaupt keiner von ihnen wahr, oder alle, bzw. mehr als einer, wahr sein würden, oder wenn die getrennten (Sätze) nicht unverträglich, oder aber wenn ihre Gegensätze einander nicht entgegengesetzt wären, dann würde der disjunktive (Satz) falsch sein.“²⁷ Bocheński weiß mit diesem Fragment allerdings nichts anzufangen, da ihm die Unterscheidung von zwei Formen der Negation fremd ist. Diese Unterscheidung wird aber in neuerer Zeit von A. N. Kolmogorow, D. A. Botschwar, G. H. v. Wright u. a. vertreten. Sinowjew entwickelt unseres Wissens das am weitesten ausgereifte System dieser beiden Negationen. Die beiden Negationen werden äußere und innere Negation genannt und im weiteren entsprechend mit $\sim$ und $\neg$ symbolisiert ($\sim$ entspricht der klassischen Negation, während $\neg$ hier von der intuitionistischen Negation verschieden ist). Der Unterschied beider Negationen sei am folgenden Beispiel erläutert. In der klassischen und intuitionistischen Logik werden zwei Formen des Prädizierens betrachtet. Einem Subjekt S wird ein Prädikat P entweder zugesprochen oder abgesprochen. Andere Möglichkeiten werden von vornherein ausgeschlossen. Nun ist aber empirisch nachgewiesen, daß es Fälle gibt, in denen wir nicht in der Lage sind, von einem gegebenen Subjekt zu entscheiden, ob ihm ein gegebenes Prädikat zuzusprechen ist oder nicht. Das ist insbesondere der Fall, wenn es sich um ein sich veränderndes Subjekt handelt. Diese Fälle werden sowohl in der klassischen als auch in der intuitionistischen Logik ausgeschlossen. Will man aber eine Logik aufbauen, die auch den Erfordernissen der empirischen Wissenschaften genügt, so muß diese faktisch häufig auftretende Situation berücksichtigt werden. Sinowjew betrachtet deshalb drei verschiedene Formen des Prädizierens: Wenn wir für ein gegebenes Subjekt S feststellen können, daß es die Eigenschaft P besitzt, so können wir die Aussage bilden „ S besitzt die Eigenschaft P “ (symbolisch: $S \leftarrow P$). Wenn wir für ein gegebenes Subjekt S feststellen können, daß es die Eigenschaft P nicht besitzt, so können wir die Aussage bilden „ S besitzt nicht die Eigenschaft P “ (symbolisch: $S \neg \leftarrow P$). Wenn wir hingegen nicht in der Lage sind, $S \leftarrow P$ oder $S \neg \leftarrow P$ festzustellen, d. h., wenn es unbestimmt ist, ob $S \leftarrow P$ oder $S \neg \leftarrow P$, so drücken wir diese Sachlage durch eine Aussage der Form $S ? \leftarrow P$ aus ($?$ ist das Zeichen der Unbestimmtheit).

²⁷J. M. Bocheński: Formale Logik, S. 137

Ähnlich wie bei den elementaren Aussagen läßt sich die innere Negation für Aussagen anderen Typs, insbesondere für Aussagen mit Quantoren, einführen. Zwischen innerer Negation $\neg$ und äußerer Negation $\sim$ bestehen folgende Beziehungen: Während sich die innere Negation immer nur auf den jeweiligen logischen Operator bezieht, bezieht sich die äußere Negation nur auf Aussagen als Ganzes. Die äußere Negation ist ein aussagenlogischer Operator, und die Gesetze für die äußere Negation gelten unabhängig von der inneren Struktur der Aussagen. Ihren Sinn kann man wie folgt erklären: Wenn jemand eine Aussage p behauptet, und ein anderer sagt „Nein, p gilt nicht“ („Es ist nicht so, daß p “), so können wir dies als $\sim p$ wiedergeben. Die äußere Negation besitzt die Eigenschaften der faktischen Negation von Heyting bzw. der klassischen Negation. Für sie gelten alle Gesetze der klassischen Logik. Systematisch einführen läßt sich die äußere Negation nur mit Hilfe der inneren Negation und dem Unbestimmtheitszeichen. Beispielsweise kann man $\sim(S \leftarrow P)$ definieren als „Entweder $(S \neg \leftarrow P)$ oder $(S? \leftarrow P)$ “, während sich $\sim(S \neg \leftarrow P)$ als „Entweder $(S \leftarrow P)$ oder $(S? \leftarrow P)$ “ und $\sim(S? \leftarrow P)$ als „Entweder $(S \leftarrow P)$ oder $(S \neg \leftarrow P)$ “ definieren lassen. Es ist offensichtlich, daß „ $S \leftarrow P$ oder $S \neg \leftarrow P$ “ kein logisches Gesetz ist, es gilt nur „ $S \leftarrow P$ oder $S \neg \leftarrow P$ oder $S? \leftarrow P$ “. Ebenso folgt aus $\sim(S \neg \leftarrow P)$ nicht $S \leftarrow P$, sondern nur „ $S \leftarrow P$ oder $S? \leftarrow P$ “, während natürlich für beliebige Aussagen p die Gesetze $p \vee \sim p$ und $\sim \sim p \rightarrow p$ erhalten bleiben.

Kehren wir zu unserem Beispiel mit den vollkommenen Zahlen zurück. Wenn die Intuitionisten den Satz „Einige ungerade Zahlen sind vollkommen oder keine ungerade Zahl ist vollkommen“ nicht als logisch-wahr ansehen, so meinen sie eigentlich den Satz: „Wir können nachweisen, daß einige ungerade Zahlen vollkommen sind, oder wir können nachweisen, daß keine ungerade Zahl vollkommen ist.“ Und dieser Satz ist natürlich offensichtlich nicht logisch-wahr, da wir beides nicht nachweisen können und die beiden in Frage stehenden Teilsätze gerade Beispiele für Unbestimmtheiten sind. Da die Intuitionisten das Zeichen der Unbestimmtheit nicht einführen und nicht zwischen innerer und äußerer Negation unterscheiden, sind sie gezwungen, aus Überlegungen, die sich aus der inneren Struktur der Aussagen ergeben, der Aussagenlogik bestimmte Beschränkungen aufzuerlegen. Sinowjew hingegen ist es gelungen, das Anliegen der Intuitionisten durch eine echte Erweiterung der klassischen Logik zu realisieren.

Zur logischen Explikation von Entwicklungstermini*

J. A. Sidorenko und P. V. Tavanec weisen in [1] zurecht darauf hin, daß einer der Gründe für eine Erweiterung der Theorie des logischen Schließens in der modernen Logik in einer logischen Explikation einer ganzen Reihe von Begriffen der Methodologie der Wissenschaften liegt. Im vorliegenden Artikel betrachten wir am Beispiel des Entwicklungsbegriffs grundlegende Komponenten einer solchen Explikation und weisen auf ernsthafte Schwierigkeiten hin, mit denen man bei dem Versuch einer Explikation von komplizierten Begriffen (solchen wie „Entwicklung“, „Progreß“, „Regreß“, „Evolution“, „System“, „organisches Ganzes“ usw.) konfrontiert wird. Von vornherein sei auf folgenden Umstand hingewiesen, auf den bereits J. A. Sidorenko und P. V. Tavanec im oben erwähnten Artikel in allgemeiner Form aufmerksam machten. Eine Explikation von Entwicklungstermini darf keinesfalls als der Aufbau einer Entwicklungstheorie angesehen werden. Es handelt sich hier nur um eine Feststellung und Präzisierung des Sinnes von Termini, die in einer Entwicklungstheorie verwendet werden können. Das Ziel einer Explikation ist es, in bestimmten Maße die Mehrdeutigkeit und Vagheit der Terminologie auszuschießen, alle möglichen Varianten der Definition der Termini festzustellen und genau ihre logischen Eigenschaften und Beziehungen zu ermitteln.

Wir formulieren zunächst einige intuitive Überlegungen, die gewöhnlich mit dem Terminus „Entwicklung“ verknüpft werden. Jede Entwicklung ist eine Veränderung, während nicht jede Veränderung eine Entwicklung ist. Jede Entwicklung ist eine zusammengesetzte Veränderung, die in eine Gesamtheit von einfachen Veränderungen aufgegliedert werden kann. Von Entwicklung zu sprechen ist nur in bezug auf solche empirischen Gegenstände angebracht, die eine ausreichend lange Zeit in einem lokalisierten Raumbereich existieren. Die einfachen Veränderungen, die eine gegebene Entwicklung ausmachen, sind in Raum und Zeit geordnet. Zwischen ihnen besteht ein empirischer Zu-

*Deutsche Erstveröffentlichung. Russisch unter dem Titel „O logičeskoj eksplikacii terminov razvitiâ“ in: *Teoriâ logičeskogo vyvoda*, Moskva 1973, S. 259–270.

sammenhang. Der Gegenstand, dessen Entwicklung betrachtet wird, gliedert sich seinerseits in eine Gesamtheit von Gegenständen, die eine Raum-Zeit-Struktur bilden. Wenn von einer Entwicklung von Gegenständen gesprochen wird, so wird ein Vergleich ihrer Zustände zu verschiedenen Zeiten durchgeführt oder aber ein Vergleich der Zustände verschiedener Repräsentanten von Klassen dieser Gegenstände zur gleichen Zeit, aber in verschiedenen Raumbereichen. Als Entwicklungskriterien werden bestimmte Merkmale der Gegenstände und ihrer Zustände ausgewählt. Ohne eine Auswahl solcher Kriterien ist es unmöglich festzustellen, ob sich eine Entwicklung vollzogen hat oder nicht.

Wie wir sehen, zeigt schon dieser flüchtige Überblick über die intuitiven Vorstellungen, die gewöhnlich mit einer Verwendung des Terminus „Entwicklung“ assoziiert werden, daß eine logische Explikation dieses Terminus einen umfangreichen logischen Apparat voraussetzt, den man in der modernen Zeit gerade erst beginnt auszuarbeiten: eine Logik der Veränderung, eine Logik des Vergleichs und der Ordnung, eine Logik von Raum-Zeit-Beziehungen, eine Logik von Anhäufungen, die von einer Klassenlogik verschieden ist oder als ein besonderer Teil (als Zusatz) der letzteren aufgebaut wird, eine Logik von empirischen Zusammenhängen usw. Außerdem sind spezifische Ergänzungen erforderlich, die sich nur auf die Entwicklung beziehen und die der Idee nach eine Logik der Entwicklung bilden.

In der logischen Literatur wurden bereits verschiedene logische Systeme aufgebaut, die zu den oben angegebenen Bereichen der Logik gehören (vgl. [2–8]). Für unsere Ziele am bequemsten und auch am weitesten ausgearbeitet ist die von A. A. Sinowjew konstruierte Gesamtheit von logischen Systemen (vgl. [9–11]). Im weiteren benutzen wir die Sprache dieser Systeme und machen einige Ergänzungen zu ihr.

Wir verwenden folgende Symbole:

- 1) $\vdash$ – Zeichen der logischen Folgebeziehung;
- 2) $\sim, \vee, \wedge, \rightarrow$ – die logischen Operatoren „nicht“, „oder“, „und“, „wenn ... , so ...“;
- 3) $\forall, \exists$ – die Quantoren „alle“, „einige“;
- 4) $>, <, =$ – Zeichen der Logik des Vergleichs „übertrifft“, „untertrifft“, „gleich“;
- 5) $\Rightarrow$ – Prädikat der Veränderung;
- 6) K, Σ – Klassen- und Anhäufungsoperator.

Wir führen den Operator „und deshalb“ („und aus diesem Grund“, „und wegen dieser Ursache“) ein und verwenden für ihn das Symbol $\&$. Wenn wir hier die Logik von Zusammenhängen und ihren Bereich der Logik der Kausalität einmal als gegeben voraussetzen, so können wir den Ausdruck $X \& Y$ („ X und deshalb Y “) als Abkürzung für $X \wedge Y \wedge Z$ definieren, wobei Z der folgende Ausdruck ist: „Der Zustand Y ist eine Folge davon, daß das Ereignis X sich vollzog.“ Offenbar gilt dann:

$$X \& Y \vdash X \wedge Y.$$

Wir nehmen den Ausdruck „ a erzeugt b “ (abgekürzt $\sqcap(a, b)$) als gegeben an (vgl. [11]) und definieren das Prädikat „befindet sich in der Relation des Erzeugens“ (wir benutzen das Symbol $\sqcup$) auf folgende Weise:

1. $\sqcup(a, b) \dashv\vdash \exists c^1 \dots \exists c^n (\sqcap(a, c^1) \wedge \sqcap(c^1, c^2) \wedge \dots \wedge \sqcap(c^n, b))$, wobei $a, b, c^1, \dots, c^n$ Individuenvariablen sind.
2. $\sqcup(a, b) \dashv\vdash \forall c \exists d ((c \in b) \wedge (d \in a) \wedge \sqcup(c, d))$, wobei a und b Variablen für Anhäufungen, c und d Individuenvariablen sind und $\in$ die Elementbeziehung für Anhäufungen ist.

Weiter definieren wir das Prädikat der Veränderung für Anhäufungen:

$$(\Sigma a \Rightarrow \Sigma b) \dashv\vdash \exists c \exists d ((c \in \Sigma a) \wedge (d \in \Sigma b) \wedge (c \Rightarrow d)).$$

Wir gehen jetzt unmittelbar zur Betrachtung von Entwicklungstermini über.

Vor allem gilt es, eine Verwendung von Entwicklungstermini in folgenden beiden verschiedenen Bedeutungen zu unterscheiden.

- 1) im komparativen Sinne, wenn man von zwei oder mehr verschiedenen Individuen sagt, daß eines von ihnen mehr oder weniger entwickelt ist, als die anderen, oder genauso (gleich) entwickelt ist wie die anderen; daß ein Individuum in der Entwicklung gegenüber anderen zurückgeblieben ist usw.;
- 2) im genetischen Sinne, wenn man verschiedene Zustände ein und desselben Individuums in der Zeit vergleicht.

Unserer Meinung nach läßt sich der erste Fall in logischer Hinsicht auf den zweiten in folgender Weise zurückführen. Angenommen, a sei der Zustand des einen Individuums und b der Zustand des anderen, die unter dem Gesichtspunkt der Entwicklung verglichen werden. Wenn aber der Vergleich gerade unter diesem Gesichtspunkt durchgeführt wird, so wird vorausgesetzt, daß

dem Zustand a (oder b) des einen Individuums ein solcher Zustand desselben Individuums vorausging, der dem Zustand b (entsprechend a) des anderen Individuums analog ist.

Wir können uns also im weiteren auf die Betrachtung von Entwicklungs-termini in der zweiten Verwendungsweise beschränken.

Weiter kann eine Entwicklung von Gegenständen eine Anhäufung von Veränderungen sein, die aus zwei oder mehr Veränderungen besteht. Unter logischem Gesichtspunkt reicht es jedoch zunächst aus, den einfachsten Fall zu betrachten, nämlich die Veränderung eines Zustandes eines Gegenstandes a^1 zu einem anderen Zustand desselben Gegenstandes a^2 , d. h. den Fall $a^1 \Rightarrow a^2$, denn alle Vergleichskriterien von Zuständen eines Gegenstandes treten schon in solch einer elementaren Form der Entwicklung auf.

Schließlich sei noch hervorgehoben, daß wir bei einer Analyse der Entwicklungsterminologie von vornherein folgenden Umstand berücksichtigen müssen: Es geht nicht darum, nur den Sinn des Wortes „Entwicklung“ zu präzisieren, sondern es muß der Sinn einer ganzen Reihe von sprachlichen Ausdrücken (solchen wie „Vereinfachung“, „Komplizierung“, „Progreß“, „Regreß“, „Stagnation“ usw.) festgelegt werden, in bezug auf die der Terminus „Entwicklung“ nur teilweise als eine Verallgemeinerung auftritt, in größerem Maße jedoch die Rolle einer summarischen Bezeichnung dieses Zyklus von sprachlichen Erscheinungen spielt.

Angenommen, a^1 sei der Zustand eines Individuums a zur Zeit t^1 und a^2 der Zustand desselben Individuums a zur Zeit t^2 nach t^1 . Die Entwicklungstermini setzen zwei Bedingungen für ihre Verwendung voraus: 1) eine Analyse des Aufbaus der Zustände a^1 und a^2 ; 2) das Fixieren eines solchen Merkmals P des Individuums a , daß das Ergebnis des Vergleichs von a zur Zeit t^1 und zur Zeit t^2 bezüglich dieses Merkmals eine gewisse Funktion von $a^1 \Rightarrow a^2$ ist. Wir erklären ausführlicher, was wir hier meinen.

Den Aufbau des empirischen Individuums a zu ermitteln bedeutet, es als eine Struktur einer gewissen Anhäufung von empirischen Individuen und als ein System von Zusammenhängen dieser Individuen zu betrachten. Eine Veränderung des Aufbaus von a im Falle $a^1 \Rightarrow a^2$ kann eine Entstehung neuer Elemente in der Struktur a , eine Vernichtung von Elementen von a , eine Vernichtung der einen und ein Entstehen anderer Elemente, eine Herausbildung neuer Zusammenhänge, die Zerstörung der einen und eine Herausbildung anderer Zusammenhänge usw. bedeuten (im Prinzip kann man hier alle möglichen Kombinationen aufzählen). Diese Veränderungen werden mit Hilfe der Termini „Komplizierung“, „Vereinfachung“, „Transformation“, „Konsolidierung“ usw. fixiert. All diese Termini sind zwar für eine Einführung der Entwicklungstermini erforderlich, sie sind selbst aber noch keine solche Termini.

Wenn man von einer Entwicklung spricht, so meint man also nicht jede beliebige Veränderung von a , sondern nur solche, wo $a^1 \Rightarrow a^2$ eine Veränderung des Aufbaus von a ist.

Danach wird eine gewisse Gesamtheit von Merkmalen P ausgewählt, nach der ein Vergleich der Zustände a^1 und a^2 durchgeführt wird. Im Ergebnis dieses Vergleichs erhält man Aussagen des Typs $a^1 >_P a^2$, $a^1 <_P a^2$, $a^1 =_P a^2$. Die Merkmale P sind Entwicklungskriterien. In welchem Maße die Frage nach den Entwicklungskriterien im Rahmen der Logik behandelt werden kann, bleibt noch zu untersuchen. Wir lassen diese Frage hier offen. Wahrscheinlich läßt sich hier eine Klassifikation vornehmen und zumindest eine teilweise Explikation für einige Kriterien durchführen. Dies läßt sich insbesondere für den Fall realisieren, wo man als Entwicklungskriterium ein solches Merkmal wie die Fortdauer der Existenz eines Individuums, einer Klasse oder einer Anhäufung wählt.

Jetzt lassen sich symbolisch folgende drei Möglichkeiten formulieren:

- (1) $(a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 >_P a^2)$;
- (2) $(a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 <_P a^2)$;
- (3) $(a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 =_P a^2)$.

Im ersten Fall definiert die angeführte Formel den Ausdruck „Es vollzog sich ein Regreß von a bezüglich des Merkmals P im Zeitintervall $\langle t^1, t^2 \rangle$ “, im zweiten Fall den Ausdruck „Es vollzog sich ein Progreß von a bezüglich des Merkmals P im Zeitintervall $\langle t^1, t^2 \rangle$ “ und im dritten Fall „Es vollzog sich eine Stagnation von a bezüglich des Merkmals P im Zeitintervall $\langle t^1, t^2 \rangle$ “. In den angeführten Definitionen werden die Prädikate „Progreß“ (wir verwenden das Symbol $R^{1\alpha}$), „Regreß“ ($R^{2\alpha}$) und „Stagnation“ ($R^{3\alpha}$) eingeführt. Diese Definitionen gehören zum Typ der impliziten Definitionen und lassen sich symbolisch folgendermaßen schreiben:

$$R^{1\alpha}(a) \dashv\vdash (a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 <_{\alpha} a^2)$$

$$R^{2\alpha}(a) \dashv\vdash (a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 >_{\alpha} a^2)$$

$$R^{3\alpha}(a) \dashv\vdash (a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 =_{\alpha} a^2)$$

oder in anderer Form

$$\vdash R^{1\alpha}(a) \leftrightarrow ((a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 <_{\alpha} a^2))$$

$$\vdash R^{2\alpha}(a) \leftrightarrow ((a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 >_{\alpha} a^2))$$

$$\vdash R^{3\alpha}(a) \leftrightarrow ((a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 =_{\alpha} a^2)).$$

Die Prädikate $R^{i\alpha}$ sind einstellige Prädikate. Auf ähnliche Weise lassen sich die zweistelligen Entwicklungsprädikate $T^{1\alpha}$ („... entwickelt sich progressiv zu ... bezüglich α “), $T^{2\alpha}$ („... entwickelt sich regressiv zu ... bezüglich α “), $T^{3\alpha}$ („... entwickelt sich stagnierend zu ... bezüglich α “) definieren:

$$T^{1\alpha}(a, b) \dashv\vdash (a \Rightarrow b) \& (a <_{\alpha} b)$$

$$T^{2\alpha}(a, b) \dashv\vdash (a \Rightarrow b) \& (a >_{\alpha} b)$$

$$T^{3\alpha}(a, b) \dashv\vdash (a \Rightarrow b) \& (a =_{\alpha} b).$$

Auf ähnliche Weise werden auch allgemeinere oder „abgeschwächte“ Prädikate R^i und T^i definiert:

$$R^1(a) \dashv\vdash \exists P ((a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 <_P a^2))$$

$$R^2(a) \dashv\vdash \exists P ((a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 >_P a^2))$$

$$R^3(a) \dashv\vdash \exists P ((a^1 \Rightarrow a^2) \& (a^1 =_P a^2))$$

$$T^1(a, b) \dashv\vdash \exists P ((a \Rightarrow b) \& (a <_P b))$$

$$T^2(a, b) \dashv\vdash \exists P ((a \Rightarrow b) \& (a >_P b))$$

$$T^3(a, b) \dashv\vdash \exists P ((a \Rightarrow b) \& (a =_P b)),$$

wo P eine Prädikatenvariable ist.

Weiter können die Ausdrücke „ a entwickelt sich progressiv“, „ a entwickelt sich regressiv“, „ a stagniert“ als Abkürzungen der folgenden Ausdrücke eingeführt werden:

$$\exists c \exists d \exists P ((c \Rightarrow d) \& (d <_P c));$$

$$\exists c \exists d \exists P ((c \Rightarrow d) \& (d >_P c));$$

$$\exists c \exists d \exists P ((c \Rightarrow d) \& (d =_P c)),$$

wobei c und d Variablen für Zustände von a zu verschiedenen Zeiten sind.

Wenn man berücksichtigt, daß man im Definiens anstelle von $x \Rightarrow y$ seine Negation $\sim(x \Rightarrow y)$, anstelle von $(x >_{\alpha} y)$, $(x <_{\alpha} y)$, $(x =_{\alpha} y)$ ihre äußeren und inneren Negationen und unbestimmten Formen, anstelle der Quantoren $\exists$ die modalen Operatoren M wählen kann, und wenn man zwei und mehr Veränderungen $x \Rightarrow y$ berücksichtigt, so erhalten wir eine Vielfalt von möglichen Fällen für die Einführung von Entwicklungstermini.

Außerdem gibt es noch eine andere Richtung für die Analyse der betrachteten Terminologie. Wir führen beispielsweise das Prädikat der Evolution für Anhäufungen von Individuen ein (wir verwenden das Symbol D ; der

Ausdruck $D(\Sigma a, \Sigma b)$ wird gelesen als „Die Anhäufung a evolutionierte zur Anhäufung b “:

$$D(\Sigma a, \Sigma b) \dashv\vdash (\Sigma a \Rightarrow \Sigma b) \wedge \forall b \exists a \sqcup (a, b).$$

Wie wir sehen, wird hier das Prädikat D mit Hilfe von Termini der Logik von Zusammenhängen definiert. Hier sind ebenfalls Varianten möglich. Aus einer Kombination von Termini der beiden angegebenen Richtungen erhält man neue Kombinationen. Aufgabe einer Logik der Entwicklung ist die Untersuchung der logisch denkbaren Termini dieser Art und ihrer Beziehungen zueinander.

Es sei darauf hingewiesen, daß die betrachteten Definitionen in gleicher Weise logische Regeln sind, wie Behauptungen vom Typ:

$$x \wedge y \vdash x$$

$$x \vee y \dashv\vdash \sim(\sim x \wedge \sim y) \text{ usw.},$$

in denen die Operatoren $\vee$, $\wedge$, $\sim$ usw. definiert werden. Der Unterschied besteht nur darin, daß in unserem Falle Prädikate definiert werden, während $\vee$, $\wedge$, $\sim$ logische Operatoren sind. Die Tatsache, daß in unserem Fall die Definitionen etwas komplizierter sind (mehr voraussetzen) und weniger üblich (bzw. überhaupt erst neu eingeführt werden), ändert nichts an ihrem logischen Charakter. Die entsprechenden allgemeinen Fragen werden in den Arbeiten [9]–[11] untersucht.

Nach der Einführung von Entwicklungsprädikaten lassen sich Subjekttermini der Entwicklung nach den allgemeinen logischen Regeln einführen. So läßt sich beispielsweise der Ausdruck „eine α -Entwicklung von a “ (wobei α der Typ der Entwicklung ist) definieren als Abkürzung des Ausdrucks „Eine Veränderung von a derart, daß X “, wobei X der Ausdruck $S^\alpha(a)$ ist, während S^α ein Entwicklungsprädikat des entsprechenden Typs α ist. Und jetzt lassen sich für verschiedene Typen der Entwicklung die Bedingungen ihrer Prädikation angeben, insbesondere lassen sich für sie verschiedene Prädikate definieren („kontinuierlich“, „diskret“, „reversibel“, „irreversibel“ usw.) Beispielsweise kann man die Definitionen wählen: Eine Entwicklung von a ist *reversibel* genau dann, wenn $M \downarrow (R^{1\alpha}(a) \wedge R^{2\alpha}(a))$.

Wir stellten bereits fest, daß die Festlegung des jeweiligen Entwicklungskriteriums Aufgabe der betreffenden Einzelwissenschaft ist und nicht in die Kompetenz der Logik fällt. Praktisch werden in den Einzelwissenschaften und sogar in ein und derselben Wissenschaft verschiedene Entwicklungskriterien verwendet. Dabei werden sogar verschieden Kriterien in Fällen verwendet, wo es sich um ein und denselben Prozeß handelt. Häufig werden sie nicht explizit formuliert, sondern nur intuitiv verwendet. Zwischen Behauptungen über

Entwicklungen mit verschiedenen Entwicklungskriterien gibt es aber keinen logischen Zusammenhang, wenn er nicht zwischen den erwähnten Kriterien besteht. Die logischen Beziehungen der Entwicklungskriterien hängen aber vollständig vom Charakter der Explikation der sie bezeichnenden Ausdrücke ab. Hierbei kann es sich erweisen, daß ein Kriterium die Adjunktion oder Konjunktion von zwei oder mehr anderen ist, der Terminus des einen kann der Bedeutung nach den Terminus des anderen einschließen usw. In diesem Zusammenhang muß die Logik des Vergleichs nach einem Merkmal, wie es in [9,10] dargestellt ist, erweitert werden zu einem System mit Regeln für verschiedene Vergleichskriterien.

Die Frage nach den Begriffen der Klasse (Menge) und der Anhäufung hat eine wichtige Bedeutung für die Logik der Entwicklung. G. Cantor, der Begründer der Mengenlehre, definierte eine Menge folgendermaßen:

„Unter einer ‚Menge‘ verstehen wir jede Zusammenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten m unserer Anschauung oder unseres Denkens (welche die ‚Elemente‘ von M genannt werden) zu einem Ganzen.“ [12]

Ähnliche Definitionen finden wir auch in modernen Büchern zur Mengenlehre und Klassenlogik. So definiert etwa A. Monjallon:

„Das Wort ‚Menge‘ bedeutet eine Zusammenfassung bestimmter Objekte zu einem Ganzen.“ [13]

Als Beispiel für eine Menge führt er einen Korb Äpfel an. Über diese Menge ließe sich dann – nach Monjallon – aussagen, daß sie schwer sei. Auch L. Görke bestimmt Mengen als Zusammenfassungen von Individuen eines bestimmten Bereiches [14]. In der Arbeit [15] finden wir Sätze wie:

„Die Gesamtheit der auf einem Parkplatz abgestellten Fahrzeuge ist eine Menge. Die Gesamtheit der in einem Zimmer anwesenden Personen ist eine Menge.“

Alle diese Bestimmungen von Mengen sind keine Definitionen im strengen Sinne des Wortes. Aus ihnen lassen sich keine Folgerungen ableiten, und sie entsprechen auch nicht dem praktischen Vorgehen des Mathematikers bei der Bildung von Mengen. Außerdem werden hier stets Mengen fälschlicherweise mit konkreten Gegenstandsgesamtheiten identifiziert, die nach der Terminologie von [11] Anhäufungen sind und sich wesentlich von Mengen unterscheiden.

Die Mengenauffassung von P. Lorenzen verdient Aufmerksamkeit vom Standpunkt unserer Problematik. Nach Lorenzen sind Mengen (Klassen) keine konkreten (empirischen) Objekte, sondern abstrakte Objekte. Und gebildet werden sie nicht durch eine Vereinigung, sondern durch eine besondere Art der Abstraktion. Eine andere Klassenauffassung schlägt A. A. Sinowjew in den erwähnten Arbeiten vor. Er führt einen besonderen klassenbildenden Operator ein, dessen Eigenschaften durch ein entsprechendes Axiomensystem definiert werden.

Sowohl die Mengenauffassung von Lorenzen als auch die Klassenauffassung von Sinowjew machen deutlich, daß Mengen (Klassen) keine konkreten Gegenstandsgesamtheiten (Kollektionen, Anhäufungen usw.) sind. Auf den Unterschied zwischen Menge und Kollektion machte bereits Frege aufmerksam. Doch erst in den oben erwähnten Arbeiten fand dies formalen Ausdruck. Der Unterschied zwischen einer Klasse und einer Anhäufung wird an folgenden Beispielen deutlich.

Eine nur aus einem Teil bestehende Gegenstandsgesamtheit ist mit diesem Teil identisch, während es zwischen Einermengen und ihren Elementen streng zu unterscheiden gilt. In Kollektionen besteht eine Teil-Ganzes-Beziehung, die transitiv ist. Ein Ast, der Teil eines Baumes ist, der wiederum Teil eines Waldes ist, ist auch Teil dieses Waldes. Die Elementrelation ist hingegen nicht transitiv. Es ist sinnlos, nach den Raum- und Zeitkoordinaten, nach dem Gewicht, der Geschwindigkeit, nach einer Veränderung, Entwicklung usw. von Mengen zu fragen, während all diese Fragen für empirische Gegenstandsgesamtheiten durchaus sinnvoll sind.

Wir haben hier diese Unterschiede zwischen Mengen (Klassen) und konkreten Gegenstandsgesamtheiten angeführt, weil diese logisch grundsätzlich verschiedenen Begriffsbildungen in der logisch-philosophischen Literatur sehr oft durcheinandergeworfen werden. So heißt es in [17]:

„In der griechischen Sagenwelt spielte der Begriff der Amazonen eine große Rolle. Kein Mensch behauptet jedoch, daß es eine Klasse von Lebewesen gibt, die diesem Begriff entspricht.“

Ohne eine Beseitigung der Begriffsverwirrungen bezüglich der Begriffe Klasse und Anhäufung kann man nicht ernsthaft von einer Logik der Entwicklung reden.

Es muß nicht betont werden, daß solche logischen Untersuchungen eine genauere und differenziertere Sprache für die Methodologie der Wissenschaft liefern. Das ist offensichtlich. Doch als Folge wird dabei eine andere sehr wichtige Frage gelöst, nämlich die Frage nach dem Verhältnis von Logik und Philosophie. Diese Frage wird hier aus dem Bereich allgemeiner Erörterungen auf eine Ebene strenger Beweise in jedem konkreten Punkt überführt.

Dabei zeigt sich auf der Ebene formaler Beweise einerseits, daß man viele Behauptungen der Philosophie im Rahmen der Logik weder beweisen noch widerlegen kann. Diese Behauptungen haben außerlogische Natur. Sie hängen von der ganzen Geschichte der menschlichen Kultur ab und ergeben sich nicht allein aus der logischen Technik zur Bearbeitung einer Terminologie. So kann man im Rahmen der Logik den Beweis finden, daß die Behauptungen der Philosophie über die inneren Quellen der Entwicklung, über die prinzipielle Unendlichkeit der Entwicklung der Welt usw. nicht von den Postulaten und Regeln der Logik abhängen, obwohl sich diese Behauptungen bis zu einem gewissen Grade in der Sprache der Logik explizieren lassen. Die Nichtreduzierbarkeit der Philosophie auf die Logik erweist sich hier also als eine streng beweisbare These.

Andererseits lassen sich aus den Definitionen der Entwicklungstermini nach logischen Regeln Folgerungen ableiten, die rein logischer Natur sind, aber als philosophische oder naturwissenschaftliche (insbesondere physikalische) angesehen werden. In der Arbeit [11] werden in dieser Hinsicht viele Beispiele angegeben. Eine Analyse solcher Folgerungen fördert ebenso die Ermittlung genauerer Grenzen zwischen Logik und Philosophie.

Literatur:

1. Sidorenko E. A. u. Tavanec P. V., *Teoriâ logičeskogo vyvoda v covremenoj logike u filosofii. Teoriâ logičeskogo vyvoda.* Moskva, 1973.
2. Prior A. N., *Time and Modality.* Oxford, 1957.
3. Prior A. N., *Past, Present and Future.* Oxford, 1967.
4. Wright G. H. von, *And next.* – *Acta Philosophica Fennica.* 18, 1965.
5. Wright G. H. von, *And then.* – *Societas Scientiarum Fennica*, v. 32, N 7, 1966.
6. Ivin A. A., *Logika vremenu. Neklassičeskaâ logika.* M., 1971.
7. Ivin A. A., *Aksiomatičeskie teorii vremeni.* – *Logika i empiričeskoe poznanie.* M., 1972.
8. Kuznecov G. A., *Nepreryvnoč' u geometričeskaâ forma.* – *Logika i empiričeskoe poznanie*, M., 1972.
9. Zinov'ev A. A., *Logika nauki.* M., 1971.

10. Sinowjew A. A., Komplexe Logik. Berlin, 1970.
11. Zinov'ev A. A., Logičeskaâ fizika. M., 1972.
12. Cantor G., Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts. Hildesheim, 1966.
13. Monjallon A., Einführung in die moderne Mathematik. Leipzig, 1970.
14. Görke L., Mengen, Relationen, Funktionen. Berlin, 1967.
15. Kleine Enzyklopädie der Mathematik. Leipzig, 1967.
16. Lorenzen P., Metamathematik. Mannheim, 1962.
17. Klaus G., Moderne Logik. Berlin, 1964.

Nachwort des Herausgebers zu dem Buch: J. A. Petrov, Logische Probleme der Realisierbarkeits- und Unendlichkeitsbegriffe, Berlin 1971*

„Sehr viele und vielleicht die meisten
Menschen müssen, um etwas zu finden,
erst wissen, daß es da ist.“

G. Ch. Lichtenberg

Unseres Erachtens ist es kein Zufall, daß sich seit der Antike viele bedeutende Philosophen intensiv mit der Mathematik beschäftigten, während große Mathematiker sich der Philosophie zuwandten. Plato, Aristoteles, Descartes, Leibniz, Kant, Bolzano, Cantor und Marx seien in diesem Zusammenhang stellvertretend für viele genannt. Eine der Ursachen hierfür liegt sicher in dem hohen Allgemeinheitsgrad beider Disziplinen. Bedeutsamer ist aber der schwierige erkenntnistheoretische Status mathematischer Sätze. Vor allem die Frage nach dem Verhältnis von Mathematik und Wirklichkeit führt den Mathematiker auf philosophisches Gebiet und beschäftigte die Philosophen von der Antike bis in die Gegenwart. Diese Frage ist die spezifische Form der Grundfrage der Philosophie, wie sie sich bezüglich der Mathematik stellt.

Heute gewinnt dieses Problem angesichts der Mathematisierung fast aller Wissenschaften und weiter Bereiche des gesellschaftlichen Lebens ständig an Bedeutung. In den letzten Jahren ist bei uns in der DDR, bedingt durch die

*Erstveröffentlichung in: J. A. Petrov, *Logische Probleme der Realisierbarkeits- und Unendlichkeitsbegriffe*, Berlin 1971, S. 155–179.

objektiven Erfordernisse von Wissenschaft, Technik und Wirtschaft, das gesellschaftliche Ansehen der Mathematik merklich gewachsen. Tagungen des Zentralkomitees und Tageszeitungen beschäftigen sich mit der Entwicklung der Mathematik. Populäre Einführungen in verschiedene Bereiche der Mathematik erscheinen als Massenaufgaben. Die Literatur zu philosophischen Fragen der Mathematik ist dagegen leicht zu überschauen.

Zum Grundlagenstreit in der Mathematik wurde bisher in der DDR kaum Stellung genommen. In der Sowjetunion hingegen wird seit Ende der zwanziger Jahre kontinuierlich an philosophischen Problemen der Mathematik gearbeitet; als Ergebnis dessen sind in den letzten Jahren einige interessante Monographien zu diesem Problemkreis erschienen. Die vorliegende Arbeit von Petrov dürfte für den Leser in der DDR – sowohl für den Philosophen als auch für den Mathematiker – schon deshalb interessant sein, weil sie wertvolle Informationen über die konstruktive und ultraintuitionistische Richtung in der Mathematik enthält, die der dominierenden Rolle der mengentheoretisch orientierten klassischen Mathematik wegen in der DDR in weiteren Kreisen kaum bekannt sein dürften. Außerdem wirft Petrov interessante Probleme auf und schlägt originelle Lösungswege vor. Petrov vertritt bezüglich des Charakters logischer und mathematischer Gesetze eine bestimmte methodologische und philosophische Auffassung, die er konsequent verfolgt und sachkundig begründet. Mit wenigen Worten könnte man diese Konzeption wie folgt zusammenfassen: Die Verwendbarkeit dieser oder jener logischen (oder mathematischen) Theorie hängt vom jeweiligen Untersuchungsbereich bzw. von den zugrunde liegenden Abstraktionen ab. Dadurch gelingt es ihm, die verschiedenen konkurrierenden Richtungen in den Grundlagen der Mathematik philosophisch zu rechtfertigen. Als Preis hierfür gibt er allerdings die Universalität logischer (und mathematischer) Gesetze und Regeln auf. Wir möchten darauf aufmerksam machen, daß es sich hierbei um eine Problematik handelt, die sich in der Diskussion befindet und zu der in der sowjetischen logisch-philosophischen Literatur unterschiedliche Auffassungen vertreten werden (vgl. etwa [109, 110]). Auch der Herausgeber vertritt in dieser grundsätzlichen Frage eine andere Auffassung als J. A. Petrov. Das schließt jedoch in keiner Weise aus, daß die deutsche Ausgabe von Petrovs Arbeit eine wertvolle Bereicherung unserer philosophischen Literatur zu Problemen der Logik und der Mathematik darstellt. Petrov ist ein guter Kenner der philosophischen Probleme von Mathematik und Logik, und seine Konzeption ist in sich konsistent. Nur eine sachkundige Diskussion der verschiedenen existierenden Konzeptionen zur Philosophie der Mathematik und Logik kann uns weiterhelfen bei der Erarbeitung eines marxistisch-leninistischen Standpunktes zu dieser Problematik. Wir hoffen deshalb, daß die vorliegende deutschsprachige Ausgabe dieses Buches die wissenschaftliche Auseinandersetzung

mit unterschiedlichen Auffassungen zum Verhältnis von Philosophie, Logik und Mathematik zu beleben vermag und möchten im folgenden einige Gedanken darlegen, die teilweise die Konzeption der Arbeit von Petrov ergänzen, teilweise aber auch weiterführender Natur sind.

Um unnötige Mißverständnisse zu vermeiden sei betont: Die Philosophie darf einerseits nicht unbesehen alles das rechtfertigen, was in den Einzelwissenschaften betrieben wird, will sie sich nicht selbst aufgeben; sie darf andererseits jedoch auch nicht versuchen wollen, den Einzelwissenschaftlern vorzuschreiben, was diese zu tun haben, denn dann könnte sie sich als ein Hemmschuh für die Entwicklung der Wissenschaften erweisen. Es geht vielmehr darum, daß sich der Philosoph gemeinsam mit dem Einzelwissenschaftler um ein Verständnis dessen bemüht, was die einzelnen Wissenschaften über die Welt zu sagen haben.

1 Probleme der Abstraktion

Bei der Lektüre der vorliegenden Arbeit tritt zwangsläufig die Frage auf: Was ist eine Abstraktion? Petrov sagt nicht explizit, was er unter einer Abstraktion versteht und verweist nur auf die einschlägige Literatur. Er ist sich der Problematik durchaus bewußt, denn in einer anderen Arbeit [86, S. 35] betont er die Wichtigkeit der Frage: Welche Abstraktionen dürfen in der Wissenschaft verwendet werden und können deshalb wissenschaftliche Abstraktionen genannt werden (ungeachtet dessen, ob es die Gegenstände in der Natur gibt, über die in ihnen gesprochen wird) und welche nicht?

Es ist offensichtlich, daß solche Ausdrücke wie „Begriff“, „Wert“, „Punkt“, „Linie“ usw. durchaus berechtigt sind, während abstrakte Begriffe wie „Gott“, „Engel“ und „Hölle“ in der Wissenschaft keine Rolle spielen sollten. Die Frage nach der Zulässigkeit einer Abstraktion ist aber nicht immer so leicht zu beantworten, zumal der Terminus „Abstraktion“ in einem breiten Bedeutungsspektrum verwendet wird, das von einem negativen Wertungsprädikat bis zum methodologisch streng definierten Abstraktionsbegriff reicht.

Die Logik und die mathematische Grundlagenforschung haben in den letzten fünfzig Jahren Wesentliches zu einer präzisen Fassung des Abstraktionsbegriffes beigetragen. Wie die Abstraktionstechnik zu handhaben ist, darin sind sich alle Vertreter der Grundlagenforschung völlig einig. Allerdings besteht zwischen den Vertretern der klassischen mengentheoretisch orientierten Mathematik und denen der konstruktiven (operativen) Mathematik in der Frage nach der philosophischen Begründung der Abstraktion keine Einmütigkeit. Wir wollen die beiden Standpunkte kurz skizzieren.

Für eine präzise Fassung des Abstraktionsbegriffs war die Ausarbeitung der Relationslogik eine Voraussetzung. Eine Relation R nennt man eine Äquivalenzrelation (oder eine Relation vom Typ der Gleichheit, oder eine abstrakte Gleichheit), wenn sie folgende Eigenschaften besitzt:

1. R ist reflexiv, d. h. $\forall(x) R(x, x)$;
2. R ist symmetrisch, d. h. $\forall(x) \forall(y) (R(x, y) \rightarrow R(y, x))$;
3. R ist transitiv, d. h. $\forall(x) \forall(y) \forall(z) (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z))$;

Ist nun ein Bereich von Objekten gegeben und läßt sich in diesem Bereich eine Äquivalenzrelation R definieren, so kann eine Abstraktion durchgeführt werden. Wir veranschaulichen uns das zunächst an einem Beispiel.¹ Gegeben sei ein Bereich von Waren. In diesem Bereich läßt sich eine Relation der Gleichwertigkeit definieren, die offenbar die drei angegebenen Eigenschaften einer Äquivalenzrelation besitzt. Die Gleichwertigkeit zweier Waren a und b läßt sich praktisch immer feststellen, etwa durch Preisvergleich. Anstelle der Redewendung „die Waren a und b sind gleichwertig“ sagt man meist „die Waren a und b haben den gleichen Wert“ und hat damit durch die Einführung des Abstraktums „Wert“ eine Abstraktion vollzogen. Diesen Ausführungen würden sicher sowohl die Vertreter der klassischen Richtung in der Mathematik als auch die Vertreter der konstruktiven (operativen) Mathematik zustimmen. Meinungsverschiedenheiten treten erst auf, wenn es zu klären gilt, was solch eine Abstraktion eigentlich bedeutet.

Gewöhnlich wird das von Russell formulierte Abstraktionsprinzip zugrunde gelegt: Wenn wir über ein Merkmal verfügen, auf Grund dessen zwischen Paaren von Elementen einer Menge M eine Äquivalenzrelation aufgestellt werden kann, so wird die Menge M durch diese Relation eindeutig in paarweise disjunkte Teilmengen zerlegt. Wir wollen uns diese mengentheoretische Auffassung der Abstraktion am Beispiel der Äquivalenzrelation „wertgleich“ etwas näher ansehen. Auf Grund des Russellschen Abstraktionsprinzips wird die Menge aller Waren, die einer gegebenen Ware a wertgleich sind, „Wert der Ware a “ genannt. Werte sind nach dieser Auffassung also Mengen von Waren. Da die Beziehung der Wertgleichheit reflexiv, symmetrisch und transitiv ist,

¹Wir wählen hier bewußt ein nichtmathematisches Beispiel zur Erläuterung der Abstraktion, denn die von der mathematischen Grundlagenforschung erarbeitete Abstraktionstechnik ist nicht nur für die Mathematik und Logik, sondern für jedes wissenschaftliche Abstrahieren verbindlich. Wir hätten ebensogut die abstraktive Einführung des Längen-, Massen-, oder Temperaturbegriffes in der Physik als Beispiel wählen können. Bei unserem Beispiel handelt es sich um den von Marx verwendeten Wertbegriff (vgl. K. Marx, Theorien über den Mehrwert, 3. Teil, in: MEW, Bd. 26. 3, S. 125/126).

läßt sich jetzt leicht beweisen, daß jede Ware zu einer und nur einer solchen Menge gehört, zwei wertgleiche Waren zur selben Menge gehören und zwei Waren, die nicht wertgleich sind, zu verschiedenen Mengen gehören. Hieraus ergibt sich die Äquivalenz der beiden Wendungen „die Waren a und b sind wertgleich“ und „die Waren a und b haben denselben Wert“.

Diese mengentheoretische Auffassung der Abstraktion führt dazu, daß neben den konkreten, sinnlich wahrnehmbaren Waren noch die Existenz von Werten, d. h. die Existenz von neuen, sogenannten abstrakten Objekten postuliert wird. Einerseits existieren die konkreten Waren, andererseits sollen daneben noch zueinander disjunkte Mengen von gleichwertigen Waren als abstrakte Objekte existieren. Analog verhält es sich bei allen anderen Abstraktionen, wenn man die abstrakten Objekte als Mengen (insbesondere als unendliche Mengen) von konkreten Objekten auffaßt. Wie die Existenz dieser abstrakten Objekte aufzufassen und nachzuweisen ist, ohne von materialistischen Positionen zu einem Bereich des objektiv Idealen, d. h. zu platonistischen Ideen überzugehen, bleibt bei der mengentheoretischen Begründung der Abstraktion allerdings eine offene Frage. Wir wollen damit keineswegs behaupten, daß der klassische Standpunkt im allgemeinen und in der Abstraktionsproblematik im besonderen zwangsläufig zum objektiven Idealismus in der Form des Platonismus führt. Wenn wir hier und im weiteren von dem klassischen, konstruktiven (intuitionistischen, operativen) oder ultraintuitionistischen Standpunkt sprechen, so meinen wir zunächst immer nur die entsprechende innermathematische bzw. innerlogische Richtung. Die Unterscheidung dieser innermathematischen Richtungen darf auf keinen Fall mit der Unterscheidung von Materialismus und Idealismus in der Philosophie der Mathematik und Logik verwechselt werden. Es gab und gibt sowohl materialistische als auch idealistische philosophische Begründungsversuche dieser verschiedenen mathematischen Richtungen. Die Erarbeitung eines marxistischen Standpunktes zu den Grundlagenfragen der Mathematik und Logik ist eine in vieler Hinsicht noch zu lösende Aufgabe. Wenn wir in diesem Nachwort die Bedeutung des konstruktiven Standpunktes stärker hervorheben, als es bei uns in der Literatur üblich ist, so erheben wir damit keinen Ausschließlichkeitsanspruch und sind für jeden sachkundigen kritischen Hinweis dankbar.

Unseres Erachtens vermeidet die operative Auffassung der Abstraktion die mit dem klassischen Standpunkt verbundenen Schwierigkeiten [97, 100]. Auch hier geht man von einem Bereich konkreter Objekte aus, zwischen denen eine Äquivalenzrelation festgelegt ist. Die Abstraktion wird aber so gedeutet, daß man auch weiterhin nur über die gegebenen konkreten Objekte spricht (andere Objekte müßte man ja auch erst nachweisen), sich allerdings bei den Aussagen über diese Objekte auf solche Aussagen beschränkt, die mit

der entsprechenden Äquivalenzrelation verträglich sind. Anders gesagt, man beschränkt sich auf Aussagen, die invariant bezüglich der entsprechenden Äquivalenzrelation sind. Im Bereich der Waren mit der Äquivalenzrelation „wertgleich“ bedeutet das folgendes: Wir sprechen weiter nur über konkrete Waren, beschränken uns aber in unseren Aussagen nur auf solche, die wahr (bzw. falsch) bleiben, wenn wir in solch einer Aussage für den Namen einer Ware a den Namen einer ihr wertgleichen Ware b einsetzen. Wir treffen also, wenn wir abstrahieren, nur Aussagen, die invariant bezüglich der Wertgleichheit sind. Wie wir sehen, besteht hier keine Notwendigkeit, neben den konkreten Objekten noch irgendwelche abstrakten Objekte als Mengen von konkreten Objekten zu postulieren. Ist man sich aber einmal über die Abstraktion als Beschränkung in der Redeweise im klaren, so braucht man auch den Terminus „abstraktes Objekt“ nicht mehr ängstlich zu meiden, da dessen Bedeutung bekannt ist. Wir können folglich ruhig sagen, daß ein durch Abstraktion eingeführtes Abstraktum ein abstraktes Objekt bezeichnet.

In diesem Sinne ist es also zu verstehen, wenn Lenin beispielsweise schreibt: „Die Natur ist sowohl konkret als auch abstrakt.“ [64, S. 198] Konkret sind die Einzeldinge der Natur, zwischen gegebenen Einzeldingen können wir aber nur eine Äquivalenzrelation feststellen, wenn dieser zwischen den Einzeldingen objektiv real etwas entspricht. Insofern sind die gegebenen konkreten Dinge auch „abstrakt“. Wichtig dabei ist, daß es sich immer um dieselben Dinge handelt, die unter verschiedenen Aspekten betrachtet und in verschiedenen Redeweisen behandelt werden.

Für alle auf die geschilderte Weise gewonnenen Abstrakta gelten die Worte Lenins: „... alle wissenschaftlichen Abstraktionen spiegeln die Natur tiefer, richtiger, vollständiger wider. Von der lebendigen Anschauung zum abstrakten Denken und von diesem zur Praxis – das ist der dialektische Weg der Erkenntnis der Wahrheit, der Erkenntnis der objektiven Realität.“ [64, S. 160]

Petrov übernimmt die traditionelle Redeweise und spricht laufend von den Abstraktionen der Unendlichkeit und der Realisierbarkeit (wir haben bei der Übersetzung nicht zwischen einer Abstraktion, d. h. der Tätigkeit des Abstrahierens, und dem im Ergebnis einer Abstraktion eingeführten Abstraktum terminologisch unterschieden, da Petrov diese Unterscheidung nicht durchführt). Bei den Unendlichkeits- und Realisierbarkeitsbegriffen handelt es sich aber ganz bestimmt nicht um Abstrakta im eben beschriebenen Sinne, sondern eher um Idealisierungen oder Fiktionen. Die Mathematiker werfen manchmal den Philosophen vor, ihre Begriffsbildungen nicht immer nach dem methodisch exakten Abstraktionsverfahren zu bilden. Häufig wird dabei jedoch vergessen, daß die moderne Mathematik selbst fiktive Begriffe verwendet, die durchaus nicht immer methodisch gerechtfertigt sind. Unseres Er-

achtens ist die Verwendung von fiktiven Begriffen, die methodisch nicht oder ungenügend gerechtfertigt sind, ein allgemeiner Zug der modernen Wissenschaft. Nichts wäre nun schädlicher, als rigoros auf solche Begriffe zu verzichten und sich nur auf das methodisch Gerechtfertigte zu beschränken, denn die moderne Wissenschaft ist trotz ihrer teilweise methodisch ungerechtfertigten Begriffsbildungen theoretisch und praktisch erfolgreich.

S. A. Janovskaja, die sich seit den dreißiger Jahren [89] mit den Problemen der Abstraktion beschäftigte, entwickelt in einer ihrer letzten Arbeiten [91] interessante Gedanken zur Einführung und zur Beseitigung von wissenschaftlichen Abstraktionen. Damit die Wissenschaft Aufgaben der gesellschaftlichen Praxis erfüllen kann, muß sie allgemeine Regeln und Gesetze aufstellen, die das sich in verschiedenen Gegenständen und Erscheinungen wiederholende (invariante, ruhige) Wesen der Sache erfassen. Das gelingt jedoch nur – so meint S. A. Janovskaja –, wenn von unwesentlichen Details abgesehen (abstrahiert) wird. Resultat dieses Prozesses sind abstrakte Begriffe und Objekte, ohne deren Einführung sich kein allgemeines Gesetz (keine allgemeine Regel) formulieren läßt. Um jedoch ein allgemeines Gesetz in der Praxis anwenden zu können, müssen die abstrakten Objekte durch ihre konkreten Repräsentanten ersetzt und wieder ausgeschlossen werden. Für jeden abstrakten Begriff bzw. für jedes abstrakte Objekt müssen deshalb in der Wissenschaft Regeln zu seiner Einführung und zu seinem Ausschluß angegeben werden. Zusammenfassend charakterisiert S. A. Janovskaja ihre Auffassung wie folgt: „1) Wissenschaftlichen Sinn besitzen nur die Abstraktionen, die das Wesen einer Sache widerspiegeln und deshalb auf irgend etwas anwendbar sind, d. h. die sich ausschließen lassen; 2) es ist jedoch nicht erforderlich, daß dieser Ausschluß in beliebigen Kontexten oder im absoluten (und nicht nur in einem angenäherten) Sinne möglich ist; 3) es muß aber Fälle – und zwar praktisch wichtige – geben, in denen der Ausschluß (zumindest angenähert) möglich ist.

Dies unterscheidet unseren Standpunkt sowohl vom Standpunkt der Nominalisten, die fordern, daß Abstraktionen höherer Ordnung sich *immer ausschließen lassen*, so daß man sie faktisch gar nicht einzuführen brauchte, als auch vom Standpunkt der Realisten (Platonisten), die annehmen, daß es ausreicht, Abstraktionen (auf widerspruchsfreie Weise) *nur einzuführen*, da sie (in diesem Falle) für sich genommen einen realen Sinn besitzen (in einer besonderen Welt realer idealer Objekte existieren). Die einen wie die anderen nehmen der Abstraktion faktisch ihren Erkenntniswert in bezug auf die uns umgebende Welt.“ [91, S. 108/109]

2 Aktuelle und potentielle Unendlichkeit

J. A. Petrov stützt sich in der vorliegenden Arbeit ausdrücklich auf die hier skizzierten methodologischen Ansichten von S. A. Janovskaja und prüft ihre Brauchbarkeit bei der Analyse der Unendlichkeits- und Realisierbarkeitsbegriffe. Er kommt dabei zu dem Ergebnis, daß die sich auf den Begriff der aktuellen Unendlichkeit stützende klassische Mathematik und die sich auf den Begriff der potentiellen Unendlichkeit beschränkende konstruktive Mathematik gleichberechtigt nebeneinander bestehen. Man müsse dabei den Begriff der aktuellen Unendlichkeit nur widerspruchsfrei verwenden und vom Erzeugungsprozeß aktual-unendlicher Mengen absehen. Sicher ist die Forderung Petrovs nach der Widerspruchsfreiheit richtig und wichtig. Er wendet sich damit implizit gegen widersprüchliche Auffassungen von der aktuellen Unendlichkeit, die in der philosophischen Literatur ebenfalls vertreten werden, etwa im Philosophischen Wörterbuch von Rosental/Judin, wo es heißt: „Unter einer aktuellen Unendlichkeit versteht man in der Mathematik eine unendliche Menge, die vollendet ist und schon realisiert wurde“ [87, S. 14]. Legt man nicht den dem Begriff des Aktual-Unendlichen gleichwertigen Begriff der absoluten Realisierbarkeit zugrunde (alles was widerspruchsfrei denkbar ist, ist auch realisierbar), so ist es sinnlos, davon zu sprechen, daß eine aktual-unendliche Menge „schon realisiert wurde“.

Die Forderung Petrovs nach der Widerspruchsfreiheit allein ist unseres Erachtens jedoch ebensowenig ausreichend, um die Berechtigung des Aktual-Unendlichen nachzuweisen, wie allgemein die Widerspruchsfreiheit von wissenschaftlichen Begriffen und Theorien zu deren Rechtfertigung genügt. Es ist beispielsweise durchaus möglich, eine widerspruchsfreie axiomatische Darstellung rein fingierter Verhältnisse zu geben, doch damit ist die Wissenschaftlichkeit der darin benutzten Grundbegriffe und dieses Aussagensystems keineswegs nachgewiesen. Neben der Forderung nach der Widerspruchsfreiheit müssen die Forderungen der Verständlichkeit und der praktischen Verwendbarkeit an wissenschaftliche Begriffe und Theorien gestellt werden. Den Terminus „Theorie“ verwenden wir hier im folgenden Sinne: Eine Theorie besteht erstens aus einer Sprache, die bestimmte Termini und Begriffe enthält, zweitens aus einer Gesamtheit von in dieser Sprache formulierten und logisch geordneten Aussagen, unter denen einige (mindestens eine) universale Aussagen vorkommen, und drittens aus gewissen Schlußregeln (Regeln der Logik, der Mathematik usw.), nach denen man aus gegebenen Aussagen neue Aussagen erhält. Sind die wesentlichen Begriffe einer Theorie verständlich (ist deren Bedeutung bekannt) und bestätigen sich die in einer Theorie gewonnenen Aussagen praktisch in einer ausreichend großen Zahl von Fällen, so kann man sagen, daß der Aussagenteil der betreffenden Theorie wahr ist und daß

die Theorie den ihr zugrunde liegenden Objektbereich adäquat widerspiegelt. (Die Realität solcher Wertungen wollen wir hier außer acht lassen.)

Schwierigkeiten beim Verständnis des Begriffs des Aktual-Unendlichen und der ihn verwendenden Theorien gab es schon bei den Griechen, und diese Schwierigkeiten sind auch gegenwärtig nicht überwunden, wenn auch meist schweigend über sie hinweggegangen wird, als gäbe es sie nicht mehr. Unter Verständnis verstehen wir dabei allerdings nicht einfach die Kenntnis von Regeln zum Operieren mit mathematischen Symbolen, sondern auch eine Begründung dieser Regeln.

Warum es solche Verständnisschwierigkeiten gibt, wird deutlich, wenn wir die Charakteristik des Aktual-Unendlichen durch W. Uspenski in Betracht ziehen: „Die Abstraktion der aktualen Unendlichkeit besteht darin, daß vom Unvollendetsein und vom Unvollendbarsein des Erzeugungsprozesses einer unendlichen Menge, von der Unmöglichkeit, eine solche Menge durch ein vollständiges Verzeichnis ihrer Elemente anzugeben, abgesehen wird (in diesem Sinne besteht die Abstraktion der aktualen Unendlichkeit im Abstrahieren von der ‚Unendlichkeit‘ der Menge).“ [88, S. 16] Hilbert stellte bereits fest, daß wir in der Natur nichts Unendliches auffinden.² Bei menschlichen materiellen und gedanklichen Konstruktionen ist nur der Begriff des potentiell Unendlichen sinnvoll, der die Möglichkeit ausdrückt, immer weiter zu konstruieren. Von diesem endlos „Immer-weiter-konstruieren“, „Immer-mehr-erkennen“ usw. wird aber beim Begriff des Aktual-Unendlichen gerade abgesehen. Es handelt sich bei diesem Begriff genau genommen also um keine Abstraktion, sondern um eine Fiktion.

Gegen die Verwendung von Fiktionen in der Wissenschaft ist zunächst nichts einzuwenden. Theorien, die Fiktionen verwenden, müssen dabei nur widerspruchsfrei und praktisch verwendbar sein. Gerade die Geschichte der Mathematik gibt genügend Beispiele dafür, wie fiktive, ja teilweise sogar widersinnige Begriffsbildungen zu äußerst erfolgreichen Theorien führten. Zwei Beispiele mögen dies illustrieren:

Einmal geht es um das Unendlich-Kleine, das bekanntlich als Grundbegriff in der von Leibniz und Newton entwickelten Infinitesimalrechnung auftrat. Die Infinitesimalrechnung war im vorigen Jahrhundert eines der umstrittensten Gebiete der Mathematik, und Engels charakterisierte ihren damaligen Zustand mit den Worten: „... wir sind dahin gekommen, daß die meisten

²Die Problematik der Unendlichkeit der Welt und der Materie können wir hier in diesem Nachwort nicht behandeln. Den interessierten Leser verweisen wir auf den Artikel von H. Hörz, Die Unendlichkeit der Materie, in: Deutsche Zeitschrift für Philosophie, H. 12/1961. Hörz äußert dort folgenden interessanten Gedanken: „Wer die Unendlichkeit außerhalb des Endlichen unabhängig von ihm sucht, wird keine Aussage über die Unendlichkeit machen können.“ (S. 1511)

Leute differenzieren und integrieren, nicht weil sie verstehen, was sie tun, sondern aus reinem Glauben, weil es bisher immer richtig herausgekommen ist.“ [104, S. 81]

Es war kein Zufall, daß man damals ohne hinreichende innermathematische Erklärung der Infinitesimalrechnung differenzierte und integrierte, denn der von Leibniz und Newton ausgearbeitete Differentialkalkül war unzureichend begründet und verwendete widersinnige Begriffsbildungen. Marx, der sich lange Jahre mit der Geschichte und den Problemen des Differentialkalküls beschäftigte und dessen Ergebnisse wir in den „Mathematischen Manuskripten“ [85] nachlesen können, nennt deshalb auch die durch Leibniz und Newton bestimmte Periode der Differentialrechnung „den mystischen Differentialcalculus“. Auf die Frage, wie im Differentialkalkül von Leibniz und Newton der Ausgangspunkt für die Differentialsymbole als Operationsformel gewonnen wird, antwortet Marx: „Entweder durch verhüllte oder unverhüllte metaphysische Voraussetzungen, die selbst wieder zu metaphysischen, unmathematischen Konsequenzen führen, als da ist die gewaltsame Unterdrückung gewisser, der Ableitung im Wege stehender und doch aus ihr selbst hervorgegangener Größen.“ [85, S. 122]

Marx sieht, daß der Begriff der „unendlich kleinen Größe“, die einerseits gleich Null, andererseits von Null verschieden ist, kein solides Fundament der Infinitesimalrechnung bildet, und bemüht sich um eine positive Lösung des Problems. „Es ist hier wie überall wichtig, der Wissenschaft den Schleier des Geheimnisvollen abzureißen.“ [85, S. 192]

Wir wollen hier auf den Marxschen mathematischen Lösungsvorschlag nicht näher eingehen, er besitzt heute nach fast hundertjähriger Entwicklung der Mathematik in erster Linie historisches Interesse. Wir können hier auch weder darauf eingehen, auf welche Weise in der Begründung der Analysis vor allem durch A. Cauchy, K. Weierstraß, R. Dedekind und G. Cantor das Unendlich-Kleine ausgemerzt wurde, noch die Entwicklung von der klassischen zur konstruktiven Analysis (vgl. [102]) skizzieren. Es kam uns in diesem Zusammenhang nur darauf an zu verdeutlichen, daß in der Geschichte der Mathematik eine Theorie zunächst mit Hilfe von unkorrekten Begriffen aufgebaut wurde, die betreffende Theorie trotzdem praktisch verwendbar war und daß es erst nach und nach gelang, den wesentlichen Bestand der ursprünglichen Theorie methodisch korrekt zu sichern.

Ähnlich verhält es sich mit den imaginären Zahlen, die im 16. Jahrhundert als Quadratwurzeln aus negativen Zahlen eingeführt wurden. Das Quadrat einer beliebigen reellen Zahl ergibt eine positive Zahl. Es bleibt also unverständlich, was eine Quadratwurzel aus einer negativen Zahl bedeuten soll. Doch die Mathematiker entwickelten die Theorie der imaginären und komplexen Zahlen, ohne zunächst zu beachten, was diese Theorie eigent-

lich bedeutet. Der Erfolg gab ihnen recht, denn die von ihnen formulierten Operationsregeln für imaginäre und komplexe Zahlen wurden von den Physikern aufgegriffen und in verschiedenen physikalischen Theorien erfolgreich verwendet. Natürlich wurde auch hier ohne innermathematische Begründung gerechnet, und Engels bemerkt zu dieser Problematik: „Die Quadratwurzel aus Minus Eins ist daher nicht nur ein Widerspruch, sondern sogar ein absurder Widerspruch, ein wirklicher Widersinn. Und dennoch ist $\sqrt{-1}$ ein in vielen Fällen notwendiges Resultat richtiger mathematischer Operationen; ja mehr noch, wo wäre die Mathematik, niedere wie höhere, wenn ihr verboten würde, mit $\sqrt{-1}$ zu operieren?“ [104, S. 113]

Zufriedenstellend war die Situation aber keineswegs, und es ist verständlich, daß sich die Mathematiker bemühten, dem Begriff der imaginären Zahl eine vernünftige Deutung zu geben. Dies ist auch gelungen, indem man die komplexen Zahlen als geordnete Paare von reellen Zahlen deutete. Für komplexe Zahlen gelten die gleichen Rechenregeln wie für geordnete Paare von reellen Zahlen; man käme also praktisch ohne die imaginären Zahlen aus. Aus traditionellen Gründen verwendet man die imaginären Zahlen aber trotzdem.

Der Begriff des Aktual-Unendlichen ist zumindest ein ebenso unklarer Begriff wie die in unseren Beispielen betrachteten. Dies wäre in der vorliegenden Arbeit von Petrov deutlicher geworden, wenn er die historische Entwicklung der Unendlichkeitsbegriffe weiter verfolgt hätte. Petrov untersucht zwar die Unendlichkeitsauffassungen im antiken Griechenland, überspringt dann aber vollständig die Behandlung dieser Problematik im Mittelalter und wendet sich gleich der Unendlichkeitsproblematik in der Mathematik seit Beginn der Neuzeit zu. Wir können in diesem Nachwort die Lücke nicht ausfüllen, dazu wäre eine gesonderte Arbeit notwendig. Wir wollen aber wenigstens auf einige Fragen hinweisen.

Im Mittelalter spielte das Problem des Unendlichen vor allem in der Theologie eine Rolle. Gott werden sowohl die Eigenschaften der Aktualität als auch der Unendlichkeit zugeschrieben. Diese Auffassung Gottes als aktueller Unendlichkeit findet man beispielsweise bei Albertus Magnus und bei Thomas von Aquino. Am Ausgang des Mittelalters vertritt am ausgeprägtesten Nicolaus Cusanus den Unendlichkeitsgedanken. Ziel der menschlichen Erkenntnis sei das Erkennen Gottes. Gott sei aber das Unendliche, und zwar das unendlich Große und das unendlich Kleine. Der Erkenntnis Gottes komme man daher am nächsten, wenn man den Übergang vom Endlichen zum Unendlichen vollziehe. Diesen Übergang erläutert Cusanus an Hand von Beispielen aus der Mathematik. Läßt man eine Seite eines Dreiecks unbeschränkt wachsen, so wachsen auch die beiden anderen Seiten und fallen im Unendlichen zu einer Geraden zusammen. Vergrößert man den Durchmesser eines Kreises bis ins Unendliche, so fällt die Kreislinie mit der Geraden zusammen. Ebenso

wie im Kreis mit unendlichem Durchmesser Umfang und Durchmesser zusammenfallen, so fällt in Gott alles zusammen. Gott ist aktuelle Unendlichkeit, Anfang von allem, alles durchdringend und umfassend.

Bei Cusanus sehen wir, wie eng verwoben philosophischer und mathematischer Unendlichkeitsbegriff waren. Seine metaphysischen Spekulationen führen ihn zu mathematischen Spekulationen, zu den Anfängen von Grenzbeobachtungen, die später über Kepler und Cavalieri zur Infinitesimalrechnung von Newton und Leibniz führen. So wie Cusanus die Unendlichkeitsproblematik von der Theologie auf die Mathematik verlagert, so wird später in der Naturphilosophie G. Brunos und im Pantheismus Spinozas die aktuelle Unendlichkeit Gottes auf die Welt übertragen.

Der Zusammenhang zwischen der theologischen Auffassung von der aktuellen Unendlichkeit Gottes und dem mathematischen Begriff der aktuellen Unendlichkeit ist auch noch bei dem Begründer der Mengenlehre, G. Cantor, sichtbar. Cantor unterscheidet das Aktual-Unendliche in drei Beziehungen: „Erstens sofern es in der höchsten Vollkommenheit, im völlig unabhängigen, außerweltlichen Sein, in Deo realisiert ist, wo ich es Absolut Unendliches oder kurzweg Absolutes nenne; zweitens sofern es in der abhängigen, kreatürlichen Welt vertreten ist; drittens sofern es als mathematische Größe, Zahl oder Ordnungstypus vom Denken in abstracto aufgefaßt werden kann. In den letzten beiden Beziehungen, wo es offenbar als beschränktes, noch weiterer Vermehrung fähiges und insofern dem Endlichen verwandtes Aktual-Unendliches sich darstellt, nenne ich es Transfinitum und setze es dem Absoluten strengstens entgegen.“ [46]

Cantor besteht ausdrücklich auf der metaphysischen Bedeutung seiner Lehre von Transfiniten, und er besitzt engen Kontakt mit dem katholischen Philosophen C. Gutberlet, der in seiner Schrift „Das Unendliche, metaphysisch und mathematisch betrachtet“ (1878) das Aktual-Unendliche verteidigt. Ausführlich werden die philosophischen und mathematischen Ansichten G. Cantors in [105] behandelt.

Neben den Verteidigern des Aktual-Unendlichen gab es seit dem Ausgang des Mittelalters stets Wissenschaftler, die sich gegen diesen Begriff wandten. Zu ihnen gehören so bedeutende Mathematiker wie Descartes, Gauß und Kronecker, aber auch bedeutende Philosophen wie Kant und Hobbes. Auch Marx verwendet den Terminus „unendlich“ immer im Sinne von „potentiell-unendlich“, so etwa, wenn er kommentarlos Hobbes resümierend schreibt: „Das Wort unendlich ist sinnlos, wenn es nicht die Fähigkeit unseres Geistes bedeutet, ohne Ende hinzuzufügen.“ [103, S. 136] Hier ließe sich einwenden, daß Marx ja nur die Auffassung von Hobbes wiedergibt. In seinen Mathematischen Manuskripten sind jedoch Ausführungen enthalten, die nur die gleiche Deutung zulassen. So heißt es: „Aber unendlich kleine Größen sind

Größen wie unendlich große (das Wort unendlich [klein] meint in der Tat nur unbestimmt klein), ...“ [85, S. 150/152]

Eine Analyse der Bemerkungen von Engels in seiner „Dialektik der Natur“ über die Urbilder des Mathematisch-Unendlichen in der wirklichen Welt zeigt, daß Engels hier den Begriff der „faktischen“ oder „praktischen Unendlichkeit“ gebraucht, der von der ultraintuitionistischen Richtung in der Mathematik als einziger Unendlichkeitsbegriff akzeptiert wird. Außerdem verwendet er den idealisierten Begriff der potentiellen Unendlichkeit. Keine seiner Textstellen läßt sich eindeutig im Sinne der aktualen Unendlichkeit deuten.³

Unser historischer Exkurs soll und kann natürlich nicht den Grundlagenstreit um das Aktual-Unendliche in der Mathematik entscheiden. Unsere philosophischen Einwände gegen das Aktual-Unendliche sollen auch keineswegs die geniale mathematische Leistung G. Cantors schmälern. Ohne die klassische Mengenlehre Cantors gäbe es heute keine konstruktive Mengenlehre, ebenso wie es ohne die klassische zweiwertige Logik heute keine konstruktive Logik gäbe. Der Grundlagenstreit in der Mathematik muß von Mathematikern und Philosophen in gemeinsamer Arbeit entschieden werden. Unseres Erachtens kommt es gegenwärtig darauf an, den nichtkonstruktiven Ergebnissen der klassischen Mathematik eine konstruktive Deutung zu geben. Die Sätze der klassischen Mathematik, die bisher keine konstruktive Deutung erhielten, sollte man nicht leichtfertig verwerfen. Man müßte zunächst prüfen, ob sie praktisch verwendbar sind. Wenn dies der Fall ist, so lassen sie sich sicher konstruktiv auslegen, ohne zur aktualen Unendlichkeit Zuflucht zu nehmen, und es muß weiter nach einer solchen Deutung gesucht werden.

Im Gegensatz zum Aktual-Unendlichen wird der Begriff des potentiell Unendlichen in der Mathematik wohl immer eine wesentliche Rolle spielen. Nach der Auffassung von P. Lorenzen, der sich entschieden gegen die Verwendung des Aktual-Unendlichen in der Mathematik wendet [101], tritt das Unendliche in der Arithmetik in der einfachsten Form auf, und die Arithmetik ist im wesentlichen nichts anderes als die Theorie des Unendlichen selbst. „Der Begriff der Unendlichkeit tritt dann auf, wenn der Mensch eine Regel ‚begrift‘, deren wiederholte Anwendung immer wieder zu etwas Neuem führt. Die einfachste Regel, die auf diese Weise eine Unendlichkeit erzeugt, ist die Regel zur Konstruktion von Zahlensymbolen, den Ziffern, etwa in der Form

³Es sei darauf hingewiesen, daß auch viele marxistische Autoren den Begriff der aktualen Unendlichkeit verwenden und für sinnvoll halten. Man versucht diesen Begriff dabei so zu begründen, daß man unter Anerkennung der potentiellen Unendlichkeit und der Objektbedingtheit der Wiederholbarkeit gleicher Handlungen auf die Existenz eines aktual unendlichen Bereiches von Gegenständen extrapoliert.

|, ||, |||, ... Die Konstruktion beginnt mit dem Symbol |, und sie schreitet fort nach der Regel

$$n \Rightarrow n |,$$

die vorschreibt, zu der schon konstruierten Ziffer n durch Anfügen von | die Ziffer $n |$ zu erzeugen.“ [100, S. 50] A. Heyting spricht davon, daß es die Mathematik von Anfang an mit dem Unendlichen zu tun habe [94]. Hiergegen wendet sich A. A. Markov in seinen Kommentaren zur russischen Ausgabe von Heytings Buch [94], indem er den Begriff der potentiellen Unendlichkeit aus der praktischen menschlichen Tätigkeit erklärt. Bei der Abstraktion der potentiellen Realisierbarkeit „wird von den praktischen Grenzen unserer konstruktiven Möglichkeiten abgesehen, die durch die Beschränktheit des uns zur Verfügung stehenden Raumes, der Zeit und des Materials bedingt sind. Gedankliche Konstruktionen sind potentiell realisierbar. Als Vorbild dienen ihnen praktisch realisierbare materielle Konstruktionen.“ [94, S. 161]

P. Lorenzen hat natürlich Recht, wenn er behauptet, daß der Begriff des Unendlichen dann auftritt, wenn eine Regel begriffen wird, deren Anwendung immer wieder zu etwas Neuem führt. Philosophisch interessant ist dabei aber vor allem die Frage: Wie kommt es, daß der Mensch eine solche Regel begreift? Eine befriedigende Antwort auf diese Frage gibt die Philosophie des dialektischen Materialismus. „Das mathematische Unendliche ist aus der Wirklichkeit entlehnt, wenn auch unbewußt, und kann daher auch nur aus der Wirklichkeit und nicht aus sich selbst, aus der mathematischen Abstraktion erklärt werden“ [104, S. 534]. Hier liegt der materialistische Ausgangspunkt für ein Verständnis der Unendlichkeitsproblematik. In diesem Zusammenhang sei jedoch ausdrücklich hervorgehoben, daß im Marxismus-Leninismus der Erkenntnisprozeß nicht als kontemplative, spiegelmäßige Abbildung verstanden wird, sondern daß Erkenntnis nur durch aktives und gesellschaftliches Handeln der Menschen ermöglicht wird. „Aber gerade die *Veränderung der Natur durch den Menschen*, nicht die Natur als solche allein, ist die wesentlichste und nächste Grundlage des menschlichen Denkens, und im Verhältnis, wie der Mensch die Natur verändern lernte, in dem Verhältnis wuchs seine Intelligenz.“ [104, S. 498]

Der Mensch baut immer mehr Häuser, verbraucht immer mehr Steine beim Bau von immer größeren Häusern. Es gab kein Haus, zu dem man sich nicht ein noch größeres vorstellen konnte, das später sogar gebaut wurde. Solche menschlichen Tätigkeiten bilden die Grundlage für das Begreifen einer Regel, „deren wiederholte Anwendung immer wieder zu etwas Neuem führt“. Wir können in der Natur zwar keine unendlich-großen oder unendlich-kleinen Gegenstände nachweisen, wir wiederholen aber ständig bestimmte Handlun-

gen, insbesondere im Produktionsprozeß werden gewisse Handlungen immer wieder ausgeführt. Diese materiellen Tätigkeiten bilden die genetische Grundlage für ein Begreifen beispielsweise der Regel zur Konstruktion der Grundzahlen. Dies bedeutet nicht, daß jedes einzelne menschliche Individuum zunächst produzieren muß, um etwa die Regel zur Konstruktion der Grundzahlen begreifen zu können. Der gesellschaftliche Charakter der menschlichen Erkenntnis ermöglicht es, diese Regel einem Kind sehr früh begreiflich zu machen. Doch auch das Kind lernt diese Regel nur in der Tätigkeit, nämlich durch die Tätigkeit des Zählens seiner Finger, seines Spielzeugs usw. Diese einfache Tatsache widerlegt alle apriorischen Begründungsversuche der Mathematik, denn dem Begreifen einer Regel gehen genetisch notwendigerweise bestimmte wiederholte materielle menschliche Tätigkeiten voraus, und in diesem Sinne haben alle mathematischen Sätze genetisch aposteriorischen Charakter. Anders verhält es sich in methodischer Hinsicht. Mathematische Sätze werden nicht empirisch durch Beobachtung der Wirklichkeit überprüft. Hat man etwa die Regel der vollständigen mathematischen Induktion begriffen (dazu sind genetisch gewisse erfahrungsmäßige Voraussetzungen nötig), so lassen sich mit Hilfe dieses Prinzips mathematische Sätze ohne irgendeinen weiteren Bezug zur erfahrbaren Wirklichkeit beweisen. Nur in diesem Sinne kann man von einem methodisch-apriorischen Charakter mathematischer Sätze sprechen. Ebenso verhält es sich mit dem Begreifen des potentiell Unendlichen. Genetisch sind unsere praktischen Erfahrungen Voraussetzung für dieses Begreifen, haben wir aber das Wesen des potentiell Unendlichen erfaßt, so können und brauchen wir nicht jedesmal auf die Erfahrung zurückzugreifen.

3 Einige Probleme der Logik

Petrov hebt in seiner Arbeit den engen Zusammenhang zwischen den verschiedenen Realisierbarkeits- und Unendlichkeitsbegriffen einerseits und der jeweiligen Logik andererseits hervor. Er kommt dabei zu dem Ergebnis, daß die Wahl einer Logik vom Untersuchungsbereich abhängig ist. Er bestreitet damit die Universalität der logischen Gesetze und Regeln und kommt zu diesem Ergebnis, weil er ausgehend von der klassischen bzw. konstruktiven Semantik die klassische bzw. konstruktive Syntax bestimmt. Die semantische Begründung der logischen Gesetze und Regeln wird jedoch nicht allgemein akzeptiert, und es gibt andere Begründungsversuche der logischen Gesetze und Regeln. Wir wollen hier zunächst die Begründung logischer Gesetze und Regeln anhand von Dialogbeispielen durch P. Lorenzen [99, 100] und K. Lorenz [98] anführen, weil sie uns philosophisch besonders interessant erscheint.

Im Unterschied zur semantischen Begründung der Logik, die letztlich von einigen unbegründeten (ontologischen) Prinzipien ausgeht, versuchen P. Lorenzen und K. Lorenz, die logischen Gesetze und Regeln aus der inneren Gesetzlichkeit von Dialogen zwischen zwei Personen zu begründen. Wir können ihr Vorgehen hier nur kurz skizzieren und verweisen deshalb auf die Originalliteratur.

Lorenzen betrachtet Dialogspiele zwischen einem Proponenten und einem Opponenten und definiert die logischen Partikel („und“, „oder“, „wenn . . . , so . . .“, „nicht“, „einige“, „alle“) durch ihre Verwendungsregeln im Dialog. Wird von einem der Dialogpartner eine zusammengesetzte Aussage behauptet, so hat der andere Partner das Recht, diese Aussage anzugreifen und eine Rechtfertigung zu verlangen. Wird etwa vom Proponenten (P) eine Aussage $A \wedge B$ (A und B) behauptet, so hat der Opponent (O) das Recht, zu verlangen, daß P sowohl die Aussage A als auch die Aussage B verteidigt. Gelingt P dies, so hat er den Dialog gewonnen, andernfalls verliert er ihn. Bezeichnen wir in der zusammengesetzten Aussage $A \wedge B$ die linke Teilaussage A mit L und die rechte Teilaussage B mit R , so läßt sich die dialogische Verwendungsregel für die Konjunktion wie folgt schreiben:

Behauptung	Angriff	Verteidigung
$A \wedge B$	$?L$	A
$A \wedge B$	$?R$	B

Analog lassen sich die dialogischen Verwendungsregeln für die anderen logischen Partikel aufstellen:

Behauptung	Angriff	Verteidigung
$A \vee B$	$?$	A
$A \vee B$	$?$	B
$A \rightarrow B$	$A?$	B
$\neg A$	$A?$	
$\forall(x) A(x)$	$y?$	$A(y)$
$\exists(x) A(x)$	$?$	$A(y)$

Während bei der Konjunktion der angreifende Partner das Recht hat, die zu verteidigende Teilaussage auszuwählen, hat bei der Alternative der verteidigende Partner das Recht dieser Wahl. Ganz analog verhält es sich bei Aussagen mit dem Allquantor bzw. mit dem Existenzquantor. Bei einer Allaussage kann der Angreifende die betreffende Individuenvariable wählen, bei einer Existenzaussage der Verteidigende. Bei einer Implikation $A \rightarrow B$ ist

der Angriff mit dem Setzen der Aussage A verbunden, und es muß B verteidigt werden. Eine negierte Aussage $\neg A$ wird durch das Setzen der Aussage A angegriffen und eine Verteidigung nicht zugelassen.

Lorenzen unterscheidet materiale und formale Dialogspiele. Materiale Spiele sind Spiele mit Aussagen, formale – Spiele mit Formeln (Aussageformen). Für materiale Spiele verläuft der Dialog nach folgender allgemeiner Spielregel:

1. Der Proponent darf nur eine der vom Opponenten gesetzten Aussagen angreifen oder sich gegen den letzten Angriffszug des Opponenten verteidigen.
2. Der Opponent darf nur die im vorhergehenden Zuge des Proponenten gesetzte Aussage angreifen oder sich gegen den Angriff des Proponenten im vorhergehenden Zuge verteidigen.

Die Gewinnregel für materiale Spiele lautet:

Der Proponent hat genau dann gewonnen, wenn der Opponent nicht mehr ziehen kann.

Ein Dialog beginnt stets mit dem Setzen einer Aussage durch den Proponenten. Danach sind abwechselnd je einmal der Opponent und der Proponent am Zuge. Die Verwendungsregeln für die logischen Partikel sind so formuliert, daß sie stets von komplizierteren zu einfacheren und schließlich zu einfachen Aussagen führen. Damit der dialogische Aufbau für materiale Spiele sinnvoll ist, muß vorausgesetzt werden, daß die einfachen Aussagen dialogisch-definit sind, d. h., daß der Opponent und der Proponent sich stets mit außerlogischen Mitteln darüber einigen können, ob die Behauptung einer einfachen Aussage berechtigt ist oder nicht. Eine Aussage wird nun effektiv-wahr genannt, wenn sie – unter Voraussetzung, daß die einfachen Aussagen, aus denen sie zusammengesetzt ist, dialogisch-definit sind – gegen jede Strategie des Opponenten gewinnbar ist. Bei der Definition der effektiven Wahrheit wird also noch eine außerlogische Voraussetzung gemacht, nämlich die der dialogischen Definitheit der einfachen Aussagen. Die Klasse der dialogisch-definiten einfachen Aussagen ist aber nicht ein für allemal gegeben, sie ist abhängig vom jeweiligen Entwicklungsniveau der menschlichen Gesellschaft. Zu jedem konkreten historischen Zeitpunkt wird man sich offensichtlich über verschiedene Mengen von einfachen Aussagen einigen können.

Es gibt jedoch eine bestimmte Gruppe von zusammengesetzten Aussagen, bei deren Verteidigung der Proponent faktisch von der dialogischen Definitheit der einfachen Aussagen keinen Gebrauch macht. Es sind dies all die Aussagen, bei deren Verteidigung der Proponent keine anderen einfachen

Aussagen behauptet als solche, die der Opponent schon vorher gesetzt hat. Bei derartigen Aussagen braucht der Proponent über die einfachen Aussagen gar nichts zu wissen. Er wiederholt nur solche einfachen Aussagen, die der Opponent schon vorher behauptet hat. Aussagen mit dieser Eigenschaft nennt Lorenzen effektiv-logisch wahr. Mit einer Aussage, die effektiv-logisch wahr ist, sind auch alle Aussagen der gleichen logischen Form effektiv-logisch wahr. Der Begriff der effektiven logischen Wahrheit kann also auch auf Aussageformen (Formeln) ausgedehnt werden. Unter Beibehaltung der Verwendungsregeln für die logischen Partikel kann man jetzt die allgemeine Spielregel und die Gewinnregel so umformulieren, daß genau die effektiv-logisch-wahren Aussageformen gegen jeden Opponenten gewinnbar sind. Die allgemeine Spielregel für solche formalen Spiele lautet dann:

1. Der Proponent darf nur eine der vom Opponenten behaupteten zusammengesetzten Formeln angreifen oder sich gegen den letzten Angriffszug des Opponenten verteidigen.
2. Der Opponent darf nur die im vorhergehenden Zuge des Proponenten gesetzte Formel angreifen oder sich gegen den Angriff des Proponenten im vorhergehenden Zuge verteidigen.

Die Gewinnregel nimmt folgende Form an:

Der Proponent hat gewonnen, wenn er eine Primformel zu verteidigen hat, nachdem eine gleiche Primformel vom Opponenten behauptet wurde.

Eine Formel ist genau dann effektiv-logisch wahr, wenn sie gegen jeden Opponenten verteidigt werden kann.

Wir betrachten einen einfachen Dialog um eine effektiv-logisch-wahre Formel:

Opponent	Proponent
1.	$(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r))$
2. $p \rightarrow q$? 1.	$(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
3. $q \rightarrow r$? 2.	$p \rightarrow r$
4. p ? 3.	p ? 2.
5. q	q ? 3.
6. r	r

Der Proponent hat den Dialog gewonnen, da er nur solche Primformeln behauptet, die der Opponent bereits gesetzt hat. (Hinter dem Angriffszeichen (?) haben wir jeweils die angegriffene Zeile angegeben.)

Nicht alle klassisch-logisch wahren Formeln lassen sich im formalen Dialog verteidigen. Das folgende Beispiel mag das illustrieren:

O	P
1.	$p \vee \neg p$
2. ? 1.	$p \quad \quad \neg p$
3. $ p$	

Im zweiten Zug sind für P zwei Varianten möglich. Er kann entweder p setzen und verliert gleich, oder er setzt $\neg p$ und verliert einen Zug später. Ebenso läßt sich die klassisch-logisch wahre Formel $\neg\neg p \rightarrow p$ nicht erfolgreich im formalen Dialog verteidigen.

Jede effektiv-logisch wahre Formel ist auch klassisch-logisch wahr, die Umkehrung gilt jedoch nicht. Die effektiv-logisch wahren Formeln bilden eine echte Teilklasse der klassisch-logisch wahren. Lorenzen hat bewiesen, daß seine effektive Logik der intuitionistischen Logik von A. Heyting äquivalent ist. In unserem Zusammenhang ist jedoch nicht so sehr die Äquivalenz dieser beiden Logiksysteme von Interesse als vielmehr der Umstand, daß die intuitionistische Logik nun eine vernünftige, genau umrissene Interpretation besitzt. Bisher wurde innerhalb der intuitionistischen Logik zwar die Verwendbarkeit des tertium non datur und seiner Varianten in bezug auf unendliche Mengen verneint, man hatte aber im wesentlichen keine Kriterien dafür, ob die von Heyting vorgeschlagene Formalisierung der intuitionistischen Logik auch alle zulässigen logischen Mittel erfaßte. Mit den Arbeiten von Lorenzen ist nun gesichert, daß die Heytingsche Formalisierung der intuitionistischen Logik vollständig in bezug auf die dialogische Interpretation der logischen Partikel ist. Wesentlich bei dem dialogischen Aufbau der Logik ist die Tatsache, daß hier keine semantischen Prinzipien vorausgesetzt werden, sondern der Wahrheitsbegriff erst nach den logischen Partikeln eingeführt wird. Lorenzen benötigt bei seinem Aufbau also weder die „Abstraktion“ der potentiellen Realisierbarkeit noch den Begriff der potentiellen Unendlichkeit. Der Begriff der potentiellen Unendlichkeit spielt erst in der Arithmetik eine Rolle.

Ein wichtiger Unterschied zwischen der intuitionistischen Mathematik und der von A. A. Markov begründeten konstruktiven Mathematik besteht darin, daß im Konstruktivismus im Gegensatz zum Intuitionismus das sogenannte Markovsche Prinzip akzeptiert wird. Dieses Prinzip besagt folgendes [90, S. 81]: Wenn es einen Algorithmus gibt, der es gestattet, für eine beliebige natürliche Zahl festzustellen, ob sie die Eigenschaft A besitzt, und wenn die Annahme, es existiere keine natürliche Zahl mit der Eigenschaft A , widerlegt ist, so gibt es eine natürliche Zahl mit der Eigenschaft A .

Das Markovsche Prinzip läßt sich wie folgt darstellen:

$$\forall(x) (A(x) \vee \neg A(x)) \rightarrow (\neg\neg\exists(x) A(x) \rightarrow \exists(x) A(x))$$

oder aber

$$\forall(x) (A(x) \vee \neg A(x)) \rightarrow (\neg\forall(x) \neg A(x) \rightarrow \exists(x) A(x)).$$

Heyting hebt Markovs Zwischenposition bezüglich der intuitionistischen und der klassischen Logik hervor, da er das genannte Prinzip als zusätzliche logische Regel neben der intuitionistischen Logik akzeptiert. Weiter schreibt er, daß es interessant wäre zu wissen, welche Resultate der Markovschen Schule nicht von dieser Annahme abhängen [95]. Das Markovsche Prinzip läßt sich dialogisch nicht erfolgreich verteidigen, wovon wir uns leicht überzeugen können (die Individuenvariablen nehmen als Werte natürliche Zahlen an):

<i>O</i>	<i>P</i>
1.	$\forall(x) (A(x) \vee \neg A(x)) \rightarrow$ $\rightarrow (\neg\neg\exists(x) A(x) \rightarrow \exists(x) A(x))$
2. $\forall(x) (A(x) \vee \neg A(x))$? 1.	$\neg\neg\exists(x) A(x) \rightarrow \exists(x) A(x)$
3. $\neg\neg\exists(x) A(x)$? 2.	$\exists(x) A(x)$
4.? 3.	1? 2.
5. $A(1) \vee \neg A(1)$	? 5.
6. $\neg A(1)$	2? 2.
7. $A(2) \vee \neg A(2)$	? 7.
8. $\neg A(2)$	3? 2.
$\vdots$	$\vdots$

Der Proponent hätte in der vierten Zeile auch die vom Opponenten in der dritten Zeile gesetzte Formel angreifen können, er hätte den Dialog dann allerdings auch nicht gewonnen. So wie der Dialogverlauf oben angegeben ist, kann der Proponent den Opponenten nicht zwingen, für irgendeine Zahl n den Ausdruck $A(n)$ zu behaupten, obwohl der Opponent $\neg\neg\exists(x) A(x)$ behauptet hat. An diesem Beispiel wird das Wesen des potentiell Unendlichen deutlich. Für welche Zahl m der Proponent vom Opponenten auch fordern mag, er möge die Formel $A(m) \vee \neg A(m)$ begründen, der Opponent kann immer $\neg A(m)$ wählen, ohne seiner Behauptung $\neg\neg\exists(x) A(x)$ zu widersprechen. Da Markov das potentiell Unendliche als eine Abstraktion auffaßt, der die Abstraktion der potentiellen Realisierbarkeit zugrunde liegt, akzeptiert er das oben genannte Prinzip, da es sich seiner Ansicht nach im Rahmen

der Abstraktion der potentiellen Realisierbarkeit bewegt. Er begreift die Abstraktion der potentiellen Realisierbarkeit als ein Absehen von den Grenzen unserer praktischen Realisierungsmöglichkeiten.

Im Rahmen der dialogischen Interpretation der Logik erhält man die Gesetze der klassischen zweiwertigen Logik, wenn der Opponent für alle in den betreffenden Ausdrücken vorkommenden Variablen sogenannte klassische Hypothesen (Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten) vorgibt.

In der Literatur findet man manchmal die Behauptung, die Vertreter der intuitionistischen bzw. konstruktiven Logik lehnten in der Mathematik alle indirekten Beweise ab [84]. So undifferenziert ist diese Behauptung nicht richtig. Auch die Ausführungen Petrovs zu dieser Problematik sind nicht präzise (vgl. S. 30). Im Rahmen der klassischen Logik lassen sich indirekte Beweise wie folgt charakterisieren: Soll ein bestimmter Satz bewiesen werden, so nimmt man zunächst an, dieser Satz gelte nicht, und leitet aus dieser Annahme gewisse Folgerungen ab, die die ursprüngliche Annahme widerlegen. Meist leitet man dabei als Folgerung einen logischen Widerspruch ab. Die Ausarbeitung der konstruktiven Logik führte dazu, daß zwischen verschiedenen Arten von indirekten Beweisen unterschieden werden muß, da nur einige indirekte Beweise konstruktiv gültig sind. Abgelehnt werden von den Konstruktivisten nur solche indirekten Beweise, in denen der zu beweisende Satz eine unnegierte Behauptung A ist, die Annahme des indirekten Beweises demzufolge $\neg A$. Gelingt es nun, aus $\neg A$ einen Widerspruch herzuleiten, so ist damit auch konstruktiv gezeigt, daß $\neg\neg A$ gilt. Da es in der konstruktiven Logik aber nicht statthaft ist, von der doppelten Negation einer Behauptung zu der Behauptung selbst überzugehen, folgt daraus jedoch nicht, daß A gilt, während klassisch A natürlich aus $\neg\neg A$ logisch folgt. Hat die zu beweisende Behauptung hingegen die Form $\neg A$, und gelingt es, aus der Annahme des indirekten Beweises A einen Widerspruch herzuleiten, so gilt natürlich auch konstruktiv $\neg A$. Ist die zu beweisende Behauptung eine negierte Aussage $\neg A$, und wird aus der Annahme des indirekten Beweises $\neg\neg A$ ein Widerspruch abgeleitet, so gilt $\neg\neg\neg A$. Da auch konstruktiv der Übergang von der dreifachen Negation zur einfachen Negation einer Behauptung zulässig ist, folgt daraus $\neg A$.

Nach dem bisher Gesagten scheint es, als ob es zwei völlig verschiedene Logiken gäbe und die Auswahl dieser oder jener Logik vom jeweiligen Untersuchungsbereich abhinge. Der wesentliche Unterschied zwischen der klassischen und der intuitionistischen Logik besteht dabei in der unterschiedlichen Auffassung der logischen Negation. Heyting schreibt dann auch: „Streng gesagt, müssen wir genau unterscheiden zwischen der Verwendung von ‚nicht‘ in der Mathematik und in der gewöhnlichen Sprache nichtmathematischer Erörterungen. In mathematischen Behauptungen kann keine Unbestimmt-

heit entstehen; ‚nicht‘ hat immer einen genauen Sinn. ‚Das Urteil p ist nicht wahr‘ oder ‚das Urteil p ist falsch‘ bedeutet ‚wenn wir die Wahrheit von p annehmen, so gelangen wir zu einem Widerspruch‘.“ [94] Weiter schreibt Heyting, daß sich jede mathematische Behauptung in der folgenden Form ausdrücken ließe: „Ich habe gedanklich die Konstruktion A durchgeführt.“ Die Mathematische Negation dieser Behauptung hingegen läßt sich wie folgt ausdrücken: „Ich habe gedanklich die Konstruktion B durchgeführt, die die Annahme zum Widerspruch führt, daß sich die Konstruktion von A vollenden läßt.“ Im Unterschied zur mathematischen ist die faktische Negation der ersten Behauptung: „Ich habe gedanklich die Konstruktion von A nicht durchgeführt.“ Nach Heytings Auffassung hat diese letzte Feststellung aber nicht die Form einer mathematischen Behauptung.

Wir können uns leicht davon überzeugen, daß für die mathematische Negation im Sinne Heytings das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten nicht gilt. Wir betrachten dazu den beliebten Beispielsatz: „Einige ungerade Zahlen sind vollkommen.“ (Unter einer vollkommenen Zahl versteht man eine Zahl, die gleich der Summe ihrer echten Teiler ist, also z. B. $6 = 1 + 2 + 3$.) Diesen Satz könnten wir als wahr ansehen, wenn wir eine ungerade Zahl angeben könnten, die vollkommen ist. Eine Zahl, die ungerade und vollkommen ist, wurde allerdings bisher nicht konstruiert. Wir haben also nicht das Recht, den Satz „Einige ungerade Zahlen sind vollkommen“ zu behaupten. Nach Heyting wären wir berechtigt, die mathematische Negation dieses Satzes („Keine ungerade Zahl ist vollkommen“) zu behaupten, wenn wir die Annahme „Einige ungerade Zahlen sind vollkommen“ zum Widerspruch geführt hätten. Es ist aber auch nicht bewiesen, daß der Satz „Einige ungerade Zahlen sind vollkommen“ zum Widerspruch führt. Wir haben also weder das Recht, die Aussage „Einige ungerade Zahlen sind vollkommen“ noch die Aussage „Keine ungerade Zahl ist vollkommen“ zu behaupten. In intuitionistischer Sicht darf man eine Alternative aber nur behaupten, wenn man nachgewiesen hat, daß mindestens eines ihrer Glieder gültig ist. Deshalb wird von den Intuitionisten die Aussage „Einige ungerade Zahlen sind vollkommen, oder keine ungerade Zahl ist vollkommen“ nicht als begründet angesehen. Bei diesem Satz handelt es sich um einen Spezialfall des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten, und mit diesem Spezialfall werden das aussagenlogische Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten und seine Varianten von den Intuitionisten für die mathematische Negation in allgemeiner Form verworfen. Das bedeutet natürlich nicht, daß für die mathematische Negation etwa die Negation des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten akzeptiert würde. Es ist im Gegenteil auch intuitionistisch bewiesen, daß die Negation des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten zum Widerspruch führt, d. h., die Negation der Negation des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten ist auch intuitionistisch

gültig. Das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten wird für die mathematische Negation Heytings nur als nichtanwendbar betrachtet. Für die von ihm so benannte faktische Negation akzeptierte Heyting sicher das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten bedenkenlos.

Er unterscheidet also zwischen zwei Formen der Negation: Für die eine gilt das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten, für die andere nicht. Diese inhaltlichen Überlegungen Heytings finden aber keinen Niederschlag in dem von ihm aufgestellten System der intuitionistischen Logik, dort beschreibt er nur die mathematische Negation.

Wir sagten eingangs bereits, daß auch in der sowjetischen logisch-philosophischen Literatur zur Problematik der Universalität logischer Gesetze verschiedene Standpunkte vertreten werden. In diesem Zusammenhang verdienen vor allem die Arbeiten A. A. Sinowjews [108, 109] genannt zu werden. Sinowjew ist es gelungen, ein logisches System aufzubauen, in dem das Anliegen der Intuitionisten und Konstruktivisten berücksichtigt wird, ohne die klassische Logik einzuschränken. Da seine Arbeiten auch in deutscher Sprache vorliegen, können wir uns hier darauf beschränken, nur einige seiner Grundgedanken zu skizzieren.

Er geht davon aus, daß es zwei verschiedene Formen der Negation gibt. Dieser Gedanke wurde bereits von Aristoteles geäußert und in neuerer Zeit von A. N. Kolmogoroff, D. A. Botschwar, G. H. v. Wright u. a. vertreten. Sinowjew entwickelte aber unseres Wissens das am weitesten ausgereifte System dieser beiden Negationen. Die beiden Negationen werden äußere und innere Negation genannt und im weiteren entsprechend mit $\sim$ und $\neg$ symbolisiert. Der Unterschied beider Negationen sei am folgenden Beispiel erläutert. In der klassischen (und intuitionistischen) Logik werden zwei Formen des Prädizierens betrachtet. Einem Subjekt s wird ein Prädikat P entweder zugesprochen oder abgesprochen. Andere Möglichkeiten werden von vornherein ausgeschlossen. Nun ist es aber empirisch nachgewiesen, daß es Fälle gibt, in denen wir nicht imstande sind, für ein gegebenes Subjekt zu entscheiden, ob ihm ein gegebenes Prädikat zuzusprechen oder abzusprechen ist. Das ist insbesondere der Fall, wenn es sich um ein sich veränderndes Subjekt handelt. Diese Fälle werden sowohl in der klassischen als auch in der intuitionistischen Logik ausgeschlossen. Will man aber eine Logik aufbauen, die auch den Erfordernissen der empirischen Wissenschaften genügt, so muß diese faktisch häufig anzutreffende Situation berücksichtigt werden. Sinowjew betrachtet demzufolge drei verschiedene Möglichkeiten des Prädizierens: Wenn wir für ein gegebenes Subjekt s feststellen können, daß ihm der Prädikator P zugesprochen ist, so können wir die Aussage bilden „ s besitzt die Eigenschaft P “ (symbolisch: $s \leftarrow P$). Wenn wir für ein gegebenes Subjekt s feststellen können, daß ihm der Prädikator P abzusprechen ist, so können wir die Aus-

sage bilden „ s besitzt nicht die Eigenschaft P “ (symbolisch: $s \neg \leftarrow P$). Wenn wir dagegen nicht in der Lage sind, $s \leftarrow P$ oder $s \neg \leftarrow P$ festzustellen, d. h., wenn es unbestimmt ist, ob $s \leftarrow P$ oder $s \neg \leftarrow P$, so drücken wir diese Sachlage durch eine Aussage der Form $s ? \leftarrow P$ aus ($?$ ist das Zeichen der Unbestimmtheit). Es sei vermerkt, daß die hier auftretende innere Negation $\neg$ nicht mit der mathematischen Negation Heytings identisch ist.

Ähnlich wie bei den elementaren Aussagen läßt sich die innere Negation für Aussagen anderen Typs, insbesondere für Aussagen mit Quantoren einführen. Zwischen innerer Negation $\neg$ und äußerer Negation $\sim$ bestehen folgende Beziehungen. Während sich die innere Negation immer nur auf den jeweiligen logischen Operator bezieht, bezieht sich die äußere Negation nur auf Aussagen als Ganzes. Die äußere Negation ist ein aussagenlogischer Operator, und die Gesetze für die äußere Negation gelten unabhängig von der inneren Struktur der Aussagen. Ihren Sinn kann man wie folgt erklären: Wenn jemand eine Aussage p behauptet und ein anderer sagt „Nein, p gilt nicht“ („Es ist nicht so, daß p “), so können wir dies als $\sim p$ wiedergeben. Die äußere Negation besitzt die Eigenschaften der faktischen Negation von Heyting bzw. der klassischen Negation. Für sie gelten alle Gesetze der klassischen Logik. Systematisch einführen läßt sich die äußere Negation nur mit Hilfe der inneren Negation und dem Unbestimmtheitszeichen. Beispielsweise kann man $\sim(s \leftarrow P)$ definieren als „Entweder $(s \neg \leftarrow P)$ oder $(s ? \leftarrow P)$ “, während sich $\sim(s \neg \leftarrow P)$ als „Entweder $(s \leftarrow P)$ oder $(s ? \leftarrow P)$ “ und $\sim(s ? \leftarrow P)$ als „Entweder $(s \leftarrow P)$ oder $(s \neg \leftarrow P)$ “ definieren lassen. Es ist offensichtlich, daß „ $(s \leftarrow P)$ oder $(s \neg \leftarrow P)$ “ kein logisches Gesetz ist, es gilt nur „ $(s \leftarrow P)$ oder $(s \neg \leftarrow P)$ oder $(s ? \leftarrow P)$ “. Ebenso folgt aus $\sim(s \neg \leftarrow P)$ nicht $s \leftarrow P$, sondern nur „ $(s \leftarrow P)$ oder $(s ? \leftarrow P)$ “, während natürlich für beliebige Aussagen p die Gesetze $p \vee \sim p$ und $\sim \sim p \rightarrow p$ erhalten bleiben.

Kehren wir zu unserem Beispiel mit den vollkommenen Zahlen zurück. Wenn die Intuitionisten den Satz „Einige ungerade Zahlen sind vollkommen, oder keine ungerade Zahl ist vollkommen“ nicht als logisch wahr ansehen, so meinen sie eigentlich den Satz „Wir können nachweisen, daß einige ungerade Zahlen vollkommen sind, oder wir können nachweisen, daß keine ungerade Zahl vollkommen ist“. Und dieser Satz ist offensichtlich nicht logisch wahr, da wir beides nicht nachweisen können und die beiden in Frage stehenden Teilsätze gerade Beispiele für Unbestimmtheiten sind. Logisch gültig ist hingegen der Satz: „Wir können nachweisen, daß einige ungerade Zahlen vollkommen sind, oder wir können nachweisen, daß keine ungerade Zahl vollkommen ist, oder wir können weder das eine noch das andere nachweisen.“ Da die Intuitionisten das Zeichen der Unbestimmtheit nicht einführen und nicht zwischen innerer und äußerer Negation unterscheiden, sind sie gezwungen, aus Überlegungen, die sich aus der inneren Struktur der Aussagen

ergeben, der Aussagenlogik bestimmte Beschränkungen aufzuerlegen. Sinowjew hingegen ist es gelungen, das Anliegen der Intuitionisten durch eine echte Erweiterung der klassischen Logik zu realisieren.

Lorenzen hat durch seine dialogische Interpretation der logischen Partikel und seine anderen protologischen Überlegungen gezeigt, daß die Regeln der intuitionistischen Logik keine willkürlichen Konventionen sind, sondern Festlegungen, die man begründen kann. Bei seiner Begründung geht er allerdings von Voraussetzungen aus, deren Gültigkeit man nicht zwingend nachweisen kann, sondern die man nur einsehen oder verstehen kann. Einsicht und Verständnis sind aber nichts ein für allemal Gegebenes, sondern sie verändern sich im Verlaufe der menschlichen Geschichte. Es wäre deshalb unseres Erachtens nicht richtig, logische Gesetze und Regeln, die allgemein akzeptiert werden oder aber neu eingeführt werden, nur deshalb zu verwerfen, weil sie sich nicht oder vielleicht nur noch nicht dialogisch begründen lassen. Für das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten und seine Varianten gibt es keine dialogische Begründung. Man kann nur feststellen, daß es faktisch verwendet wird, und es beim dialogischen Aufbau als Hypothese setzen. Es ist aber eine zulässige und brauchbare sprachliche Konvention, da auch konstruktiv erwiesen ist, daß es nicht zu Widersprüchen führt, und es gibt keine Gründe, es zu verwerfen, wenn das Anliegen der Konstruktivisten auf andere Weise realisiert werden kann. Wesentlich dabei ist allerdings, daß man den Satz $p \vee \sim p$ nicht als eine Aussage über die Welt auffaßt, sondern als eine sprachliche Festlegung.

Literatur:

- [46] Cantor, G., Mitteilungen zur Lehre vom Transfiniten. I., Zeitschrift für Philosophie und phil. Kritik, N. F., 91 (1887), S. 8–125 und 252–270: II. ebenda 92 (1888), S. 240–265.
- [64] Lenin, W. I., Werke, Bd. 38, Berlin 1968
- [83] Asmus, W. F., Problema intuizii w filosofii i matematike, Moskwa, 1965
- [84] Bunge, M., Intuizija i nauka, Moskwa, 1967
- [85] Marx, K., Matematitscheskie rukopisi, Moskwa, 1968

- [86] Petrov, J. A., Sowremennaja formalnaja logika i problemi filosofii i obščestwennich nauk, Westnik Moskovskogo unibersiteta, Filosofija, 4, 1969
- [87] Filosofski slowar, Pod redakziei M. M. Rosentalja i P. F. Judina, Moskwa, 1963
- [88] Filosofskaja enziklopedija, Tom 1, Moskwa, 1960
- [89] Janowska, S. A., O tak nasiwajemich opredelenijach tscheres abstrakziju, Sbornik statei po filosofii matematiki, Moskwa, 1936
- [90] Janowska, S. A., Matematitscheskaja logika i osnovanija matematiki, Matematika w SSSR sa sorok let 1917–1957, Moskwa 1959
- [91] Janowska, S. A., Problemi wwedenija i iskljutschenija abstrakzii bolee wisokich (tschem perwi) porjadkow, Problema snaka i snatschenija, Moskwa, 1969
- [92] Bruno, G., Von der Ursache, dem Prinzip und dem Einen, Philipp Reclam Leipzig
- [93] Frege, G., Begriffsschrift, Hildesheim, 1964
- [94] Heyting, A., Intuitionism. An Introduction, Amsterdam, 1956 (russische Ausgabe: Moskau, 1962)
- [95] Heyting, A., After thirty years, in: Logic, Methodology and Philosophy of Science, Standford, 1962
- [96] Janowska, S. A., Karl Marx' „Mathematische Manuskripte“, Sowjetwissenschaft - Gesellschaftswissenschaftliche Beiträge, 1/1969
- [97] Kamlah, W./Lorenzen, P., Logische Propädeutik, Mannheim, 1967
- [98] Lorenz, K., Dialogspiele als semantische Grundlage von Logikkalkülen, in: Archiv f. Math. Logik und Grundlagenforschung, 11, 1968
- [99] Lorenzen, P., Formale Logik, Berlin (West), 1967
- [100] Lorenzen, P., Metamathematik, Mannheim, 1962
- [101] Lorenzen, P., Das Aktual-Unendliche in der Mathematik, in: Philosophia Naturalis, Band 4, Heft 1, 1957
- [102] Lorenzen, P., Differential und Integral, Frankfurt a. M., 1965

- [103] Marx/Engels, Werke, Bd. 2, Berlin, 1957
- [104] Marx/Engels, Werke, Bd. 20, Berlin, 1962
- [105] Meschkowski, H., Probleme des Unendlichen, Werk und Leben Georg Cantors, Braunschweig, 1967
- [106] Petrov, J. A., Einige logische und philosophische Aspekte des Unendlichkeitsproblems in der Mathematik, Sowjetwissenschaft – Gesellschaftswissenschaftliche Beiträge, 1/1966
- [107] Schulz, G./Heitsch, W., Philosophische Fragen der Mathematik, in: Naturforschung und Weltbild, Berlin, 1964
- [108] Sinowjew, A. A., Über mehrwertige Logik, Berlin, Braunschweig, Basel, 1968
- [109] Sinowjew, A. A., Komplexe Logik, Berlin, 1970
- [110] Sinowjew, A. A., Das Problem der Veränderung in logischer Sicht, Sowjetwissenschaft – Gesellschaftswissenschaftliche Beiträge, 1/1965.

Schemata zur Einführung von Modalitäten in die Wissenschaftssprache*

1 Modalitäten

Unter Modalitäten im engeren Sinne (oder alethischen Modalitäten) versteht man die Worte „möglich“, „notwendig“, „unmöglich“, „zufällig“, „nicht zufällig“, „wirklich“ und von ihnen abgeleitete Worte. Dabei unterscheidet man zwischen logischen und faktischen (ontologischen, empirischen, physischen, mellontischen, kausalen usw.) alethischen Modalitäten, je nachdem, ob man den angeführten Worten das Wort „logisch“ oder „faktisch“ hinzufügt. Als Modalitäten im weiteren Sinne sieht man außer den bereits angeführten noch die Worte „beweisbar“, „widerlegbar“, „unentscheidbar“, „entscheidbar“, „verifizierbar“, „falsifizierbar“, „überprüfbar“ (epistemische Modalitäten) sowie die Worte „geboten“ („obligatorisch“) „verboten“, „erlaubt“ (deontische Modalitäten) an. Manchmal nennt man auch etwas willkürlich Wertungsprädikate wie „gut“, „schlecht“, „besser“, „gleichwertig“, „schlechter“ axiologische Modalitäten und Zeitermini wie „immer“, „manchmal“, „niemals“, „früher“, „später“, „gleichzeitig“ zeitliche Modalitäten.¹

Wir betrachten hier vorwiegend die alethischen Modalitäten und machen einige Bemerkungen zu den epistemischen Modalitäten. Die deontischen Modalitäten untersuchen wir in diesem Artikel nicht. Bei den sogenannten axiologischen und zeitlichen Modalitäten handelt es sich unseres Erachtens gar nicht um Modalitäten, da diese Termini auf ganz andere Art in den Sprachgebrauch eingeführt werden. Modalitäten werden in der Wissenschaftssprache und in der Sprache der Philosophie häufig verwendet. Aussagen, die Modalitäten enthalten, nennen wir modale Aussagen. Wir führen einige Beispiele

*Erstveröffentlichung in: *Teorie a Metoda*. VI/3 1974, 71–88.

¹Vgl. etwa A. A. Iwin, Grundprobleme der deontischen Logik, in: Quantoren, Modalitäten, Paradoxien, Berlin 1972.

von modalen Aussagen an: „Es ist möglich, daß ich dich morgen besuche“, „Alle Mutationen sind zufällig“, „Die Oktoberrevolution vollzog sich mit historischer Notwendigkeit“, „Dieser Verkehrsunfall war nicht notwendig“, „Die gleichzeitige Existenz eines Sachverhaltes und des ihm entgegengesetzten Sachverhaltes ist unmöglich“, „Eine gerade Zahl ist notwendigerweise durch 2 teilbar“.

Viele faktisch verwendeten modalen Aussagen lassen sich durch bedeutungsgleiche Aussagen ohne Modalitäten ersetzen. Dies gilt insbesondere für alle mathematischen Aussagen, in denen alethische Modalitäten vorkommen. Unser letzter Beispielsatz etwa besagt nur, daß jede gerade Zahl durch 2 teilbar ist. Da die alethischen Modalitäten in der Mathematik überflüssig sind, wurde die Untersuchung ihrer logischen Eigenschaften bei der Herausbildung der modernen mathematischen Logik zunächst vernachlässigt. Typisch in dieser Hinsicht ist etwa die Auffassung G. Freges, der in seiner „Begriffsschrift“ schreibt:

„Das apodiktische Urteil unterscheidet sich vom assertorischen dadurch, daß das Bestehen allgemeiner Urteile angedeutet wird, aus denen der Satz geschlossen werden kann, während bei den assertorischen eine solche Andeutung fehlt. Wenn ich einen Satz als notwendig bezeichne, so gebe ich dadurch einen Wink über meine Urteilsgründe. *Da aber hierdurch der begriffliche Inhalt des Urteils nicht berührt wird, so hat die Form des apodiktischen Urteils für uns keine Bedeutung.*

Wenn ein Satz als möglich hingestellt wird, so enthält sich der Sprechende entweder des Urteils, indem er andeutet, daß ihm keine Gesetze bekannt seien, aus denen die Verneinung folgen würde; oder er sagt, daß die Verneinung des Satzes in ihrer Allgemeinheit falsch sei. Im letzteren Falle haben wir ein *partikulär bejahendes Urteil* nach der gewöhnlichen Bezeichnung. ‚Es ist möglich, daß die Erde einmal mit einem anderen Weltkörper zusammenstößt‘ ist ein Beispiel für den ersten und ‚eine Erkältung kann den Tod zur Folge haben‘ ist eine für den zweiten Fall.“²

Heute hat sich die Situation entscheidend gewandelt. Es gibt eine solche Vielfalt von konkurrierenden modallogischen Systemen, daß es selbst dem Logiker schwerfällt, die Übersicht zu behalten. Von Einigkeit kann überhaupt keine Rede sein. Meistens werden die Eigenschaften und Wechselbeziehungen der Modalitäten axiomatisch beschrieben, ohne daß gesagt wird, was die

²G. Frege: Begriffsschrift, zitiert nach: K. Berka/L. Kreiser: Logik-Texte, Berlin 1971, S. 54 f.

Modalitäten eigentlich bedeuten sollen. Wir wissen dann etwa: Wenn etwas notwendig ist, so ist es auch möglich und nicht zufällig. Was die Worte „notwendig“, „möglich“ und „zufällig“ aber bedeuten, das wissen wir nicht. Es wurden zwar auch „Semantiken“ für einige modallogische Systeme ausgearbeitet und sogar die Vollständigkeit gewisser Modalkalküle bezüglich dieser Interpretation bewiesen³, doch zu einer Klärung dessen, was die Modalitäten eigentlich bedeuten, trug dies auch nicht bei. Wir können diese Problematik hier nicht weiter behandeln, sondern wenden uns einigen Deutungsversuchen der faktischen Modalitäten zu.

2 Deutungsversuche faktischer Modalitäten und ihre Mängel

In früheren Arbeiten, z. B. in „Meaning and Necessity“, vertrat R. Carnap die Auffassung, daß nur die sogenannten logischen Modalitäten sinnvoll seien. Er sah dabei eine Aussage als logisch notwendig an, wenn sie logisch wahr ist, und als logisch unmöglich, wenn sie logisch falsch ist. Mit dieser Deutung macht er selbst die logischen Modalitäten faktisch überflüssig, da ja die Termini „logisch wahr“ und „logisch falsch“ ausreichend sind. Später, z. B. in „Philosophical Foundations of Physics“, akzeptierte er jedoch auch faktische Modalitäten. Für Carnap ist eine Aussage faktisch notwendig (in seiner Terminologie: kausal wahr) genau dann, wenn sie logisch aus der Klasse aller Grundgesetze folgt. Grundgesetze definiert er dabei als Behauptungen, die die logische Form von Gesetzesaussagen haben und wahr sind. Diese Auffassung der faktischen Modalitäten unterscheidet sich von der H. Reichenbachs⁴ nur dadurch, daß dieser an die Grundgesetze (ursprüngliche nomologische Sätze) die strengere Forderung stellt, ihre Wahrheit müsse feststellbar sein. Eine ähnliche Auffassung vertreten andere Autoren⁵. Aus der Literatur ist auch bekannt, daß die Verwendung modaler Aussagen vor allem für Prognosen (für Aussagen über zukünftige Ereignisse) von Bedeutung ist.⁶ Aussagen

³Vgl. S. A. Kripke, A Completeness Theorem in Modal Logic, *Journal of Symbolic Logic*, vol. 24, 1959; K. Schütte, *Vollständige Systeme modaler und intuitionistischer Logik*, Berlin – Heidelberg – New York 1968.

⁴H. Reichenbach, *Nomological Statements and Admissible Operations*, Amsterdam 1954.

⁵A. A. Ivinskij, *Modalnaja logika i teorija implikazii*, in: *Teorija logičeskogo vyvoda*, Moskva 1973, O. F. Serebrjannikow, *Heuristische Prinzipien und logische Kalküle*, Berlin 1974, S. 210.

⁶Vgl.: A. A. Sinowjew, *Komplexe Logik. Grundlagen einer logischen Theorie des Wissens*, Berlin 1970, S. 250 f., P. Lorenzen, O. Schwemmer, *Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie*, Mannheim – Wien – Zürich 1973, S. 81 ff.

über zukünftige Ereignisse kann man nicht unmittelbar durch Beobachtung überprüfen. Man kann nicht ohne weiteres feststellen, ob sie wahr sind oder nicht, da die Ereignisse, von denen die Rede ist, noch nicht existieren. Prognosen stellt man auf, indem man aus unserem gegenwärtigen Wissen auf das Auftreten oder Nichtauftreten zukünftiger Ereignisse schließt.

Sei X eine beliebige empirische Aussage und $\downarrow$ der terminibildende Operator „die Tatsache, daß ...“, der aus einer Aussage einen Ereignisterminus bildet. Man sagt dann, ein zukünftiges Ereignis $\downarrow X$ ist notwendig, wenn aus dem gegenwärtigen Wissen X logisch folgt, und ein zukünftiges Ereignis $\downarrow X$ ist unmöglich, wenn aus dem gegenwärtigen Wissen $\sim X$ logisch folgt. Legen wir die Carnapsche Auffassung der faktischen Modalitäten zugrunde, so kommen wir zu dem Ergebnis, daß kein individuelles Ereignis notwendig ist, ganz gleich, ob es sich um ein gegenwärtiges, zukünftiges oder vergangenes Ereignis handelt. Gesetze haben nach Carnap die Form einer formalen Implikation (obwohl nicht alle wahren formalen Implikationen Gesetze darstellen)

$$(\forall x) (A(x) \supset B(x)),$$

wobei $\supset$ die Subjunktion (materiale Implikation) darstellt. Als Folgerungen allein aus Formeln dieser Form erhalten wir niemals Formeln der Form $B(a)$, wo a eine Individuenkonstante ist, d. h. keine Aussagen über individuelle empirische Ereignisse. Die Carnapsche Auffassung der faktischen Modalitäten bricht zu stark mit dem im Alltag und in der Wissenschaft üblichen Sprachgebrauch und kann deshalb nicht akzeptiert werden.

Eine andere Deutung der Modalitäten schlägt P. Lorenzen vor.⁷ Zur Erläuterung seiner Auffassung der Modalitäten stellen wir uns folgende Situation vor. Eine bestimmte Menschengruppe hat ein System von Aussagen W als wahr akzeptiert. Von diesen Menschen werden dann auch alle Aussagen als wahr anerkannt, die logisch aus den Aussagen von W folgen. Jetzt läßt sich für eine modalfreie Aussage X der Terminus „notwendig bezüglich W “ wie folgt einführen: Eine Aussage X ist notwendig bezüglich W genau dann, wenn X aus den Aussagen von W folgt. Wenn wir für „notwendig bezüglich W “ das Symbol N_W benutzen, können wir diese Definitionen wie folgt schreiben:

$$N_W X \equiv_{Def} (W \vdash X).$$

Die anderen Modalitäten werden wie üblich definiert. Während Lorenzen in seinen inhaltlichen Ausgangsüberlegungen den Gebrauch von Modalitäten nur für Zukunftsaussagen für sinnvoll hält, ergibt sich aus seiner Definition

⁷Einführung in die operative Logik und Mathematik, Berlin – Heidelberg – New York 1969².

aber, daß alles, was wir wissen, bezüglich dieses Wissens notwendig ist. Wenn wir wissen, daß eine Erbsenschote fünf Erbsen und daß sie Eiweiß enthält, so sind nach der Auffassung von Lorenzen beide Aussagen notwendig, während man nach dem üblichen Sprachgebrauch nur die zweite als notwendig ansehen würde. War Carnaps Auffassung der Modalitäten zu eng, so ist die von Lorenzen offenbar zu weit. Außerdem führt sie zu der „fatalistischen“ Konsequenz: Alles, was wir wissen, ist notwendig.

Eine sehr interessante und differenzierte Analyse der Modalitäten gibt A. A. Sinowjew.⁸ Insbesondere setzt er sich dabei mit dem Fatalismus auseinander. Doch seine Auffassung der Modalitäten führt ebenso, wie die von Lorenzen zu gewissen „fatalistischen“ Konsequenzen. Er wählt folgende Definition des Prädikates M („möglich“) für individuelle Termini $\downarrow X$ (A ist eine Aussagenvariable und $\rightarrow$ der Konditionaloperator „wenn ..., so ...“).

$$\begin{aligned} M\downarrow X &\equiv_{Def} (\forall \downarrow A) (A \rightarrow \sim(A \rightarrow \sim X)) \\ \sim M\downarrow X &\equiv_{Def} (\exists \downarrow A) (A \wedge (A \rightarrow \sim X)). \end{aligned}$$

(Wir haben die Symbolik Sinowjews etwas geändert und betrachten nur den klassischen Fall, in dem die Unbestimmtheit ausgeschlossen ist.) Weiter definiert er das Prädikat N folgendermaßen:

$$N(\downarrow X) \equiv_{Def} \sim M(\downarrow \sim X).$$

Aus der Definition der Unmöglichkeit erhalten wir:

$$\sim M\downarrow \sim X \equiv (\exists \downarrow A) (A \wedge (A \rightarrow X)).$$

Nehmen wir an, das Ereignis $\downarrow X$ vollzieht sich, dann gilt die Aussage X . In der Theorie konditionaler Aussagen gilt außerdem $X \rightarrow X$. Wir haben also $X \wedge (X \rightarrow X)$ und erhalten daraus nach der Einführungsregel für den Existenzquantor $(\exists \downarrow A) (A \wedge (A \rightarrow X))$. Damit gilt aber die rechte Seite der Bisubjunktion, und wir erhalten $\sim M\downarrow \sim X$, was definitionsgemäß $N(\downarrow X)$ ergibt. Wir erhalten also: Wenn ein Ereignis geschieht, so ist es notwendig. Um diese Konsequenzen zu vermeiden, schlagen wir eine andere Deutung faktischer Modalitäten vor. Doch zunächst wollen wir uns die logische Struktur einfacher modaler Aussagen verdeutlichen.

⁸A. A. Sinowjew, *Logitscheskaja fizika*, Moskva 1972, S. 72.

3 Die logische Struktur einfacher modaler Aussagen

Schon ein flüchtiger Blick in die Literatur zur modalen Logik genügt, um die unterschiedlichen Verwendungsweisen der Modalitäten zu verdeutlichen. Die Modalitäten werden als Operatoren, als Prädikattermini und als Subjekttermini (z. B. „die Möglichkeit“) verwendet. Werden die Modalitäten als Operatoren verwendet, so werden wiederum verschiedenartige Argumente dieser Operatoren zugelassen. Bei den einen Autoren treten als Argumente modaler Operatoren Aussagen auf, bei anderen Termini. Ist das letztere der Fall, so werden wiederum entweder beliebige Termini oder aber nur bestimmte Arten von Termini (z. B. Ereignistermini) als Argumente zugelassen. Die gleiche Vielfalt haben wir bei einer Verwendung der Modalitäten als Prädikate. Eine Aufgabe der Logik besteht darin, in dieses Durcheinander Ordnung zu bringen, zu versuchen, möglichst viele dieser unterschiedlichen Verwendungsweisen der Modalitäten methodisch zu rechtfertigen und andere als unkorrekt nachzuweisen und zu verwerfen. Wir wollen diese Aufgabe hier nicht in Angriff nehmen⁹, sondern beschränken uns auf eine Verwendung der Modalitäten als Prädikate.

Betrachten wir zunächst die (faktischen und logischen) alethischen Modalitäten. Die alethischen Modalitäten N, M usw. sind Prädikate, und als Subjekte in modalen Aussagen mit diesen Prädikaten können nur Ereignistermini auftreten. Wenn X eine Aussage ist, so erhalten wir mit Hilfe des terminibildenden Operators $\downarrow$ („die Tatsache, daß ...“) Subjekttermini der Form $\downarrow X$ („die Tatsache, daß X “). Wenn Q ein beliebiges alethisches modales Prädikat ist, so haben einfache modale Aussagen folgende Form: $Q(\downarrow X)$.

In der Umgangssprache und in den Wissenschaftssprachen werden zwar auch strukturell einfache Ereignistermini wie „Autounfall“, „Zusammenstoß“, „Niederlage“, „Geburt“, „Tod“, „Eheschließung“, „Elfmetertor“ usw. verwendet. Wenn a solch ein einfacher Ereignisterminus ist, werden also auch modale Aussagen der Form $Q(a)$ gebildet. Es ist aber leicht einzusehen, daß solche Ereignistermini a nur als Abkürzung von Termini der Form $\downarrow X$ eingeführt werden. Einfache modale Aussagen mit den epistemischen Modalitäten „beweisbar“, „widerlegbar“ usw. haben eine andere logische Struktur. Die Modalitäten treten in ihnen zwar auch als Prädikate auf, sie sind aber nur auf Subjekte eines anderen Typs anwendbar. Wenn X wieder eine Aussage ist und t ein terminibildender Operator, der aus einer Aussage als Argument einen Namen dieser Aussage bildet (gewöhnlich verwendet man Anführungs-

⁹A. Sinowjew, H. Wessel, Logische Sprachregeln. Eine Einführung in die Logik, Berlin 1975.

striche als Symbol für diesen Operator), so sind Termini der Form tX (gelesen als „die Aussage X “) Subjekte in epistemischen modalen Aussagen. Ist Q ein beliebiges epistemisches modales Prädikat, so haben einfache modale Aussagen mit diesem Prädikat die Form $Q(tX)$.

4 Modalitäten und Wahrheitswerte

In der Geschichte der Philosophie und Logik wurde dadurch große Verwirrung gestiftet, daß man die Modalitäten entweder direkt als eine Art von Wahrheitswerten betrachtete oder sie aber analog wie Wahrheitswerte behandelte. Diese Begriffsverwirrung verhinderte lange Zeit eine vernünftige Begründung der modalen Logik, und sie hält auch gegenwärtig noch an. So führte etwa Łukasiewicz in seiner dreiwertigen Logik einen Wahrheitswert „möglich“ ein, Carnap identifizierte logische Wahrheit und logische Notwendigkeit, Lorenzen gebraucht „möglich“ und „möglicherweise wahr“ synonym usw.

Wahrheitswerte sind, wenn sie nicht bloß als ungedeutete technische Hilfsmittel der Logik verwendet werden, spezielle logische Prädikate, die Aussagen zu- bzw. abgesprochen werden. Wenn V ein beliebiger Wahrheitswert ist, so haben Aussagen mit diesem Prädikat folgende logische Form $V(tX)$. Wenn v der Wahrheitswert „wahr“ ist, so wird er nach folgendem Definitionsschema eingeführt:

$$v(tX) \equiv_{Def} X.$$

Hieraus ergibt sich die Bisubjunktion $v(tX) \equiv X$.

Der Unterschied zwischen alethischen Modalitäten und Wahrheitswerten ist offensichtlich, da alethische Modalitäten nur mit Subjekten der Form $\downarrow X$ und Wahrheitswerte nur mit Subjekten der Form tX zu Aussagen verknüpft werden. Um mögliche Mißverständnisse zu vermeiden, sei auf folgende Unterscheidung hingewiesen. Die Wendungen der Umgangssprache „der Sachverhalt, daß ...“ und „die Tatsache, daß ...“ werden in der logischen und wissenschaftstheoretischen Literatur meist als Abstraktoren gedeutet. Wenn man von konkreten Aussagesätzen ausgeht, so kann zwischen bestimmten von ihnen die Relation der Bedeutungsgleichheit bestehen. Beschränkt man sich jetzt in seinen Aussagen über die gegebenen Aussagen auf solche, die für bedeutungsgleiche Aussagesätze in gleicher Weise gelten bzw. nicht gelten, d. h. trifft man nur solche Aussagen über die gegebenen Aussagesätze, die invariant bezüglich der Äquivalenzrelation „bedeutungsgleich“ sind, so sagt man, man habe eine Abstraktion von Aussagesätzen zu den von ihnen beschriebenen Sachverhalten vollzogen. Bedeutungsgleiche Aussagesätze stellen dann

den gleichen Sachverhalt dar. Sind die betreffenden Aussagesätze außerdem noch wahr, so sagt man, sie stellen eine Tatsache dar. Wenn s den Abstraktor „der Sachverhalt, daß ...“ symbolisiert, so läßt sich auch für Sachverhalte das Prädikat „wahr“ einführen:

$$v(sX) \equiv_{Def} X,$$

wobei für X auch eine beliebige bedeutungsgleiche Aussage stehen kann.

Die Abstraktoren „der Sachverhalt, daß ...“ und „die Tatsache, daß ...“ sind streng von dem Operator $\downarrow$ „die Tatsache, daß ...“ zu unterscheiden. In der Umgangssprache ist es nicht immer möglich, diese beiden verschiedenen Verwendungsweisen der gleichen Wendung zu unterscheiden, und sie waren Anlaß für manche umfangreiche Erörterung¹⁰. P. Lorenzen und O. Schwemmer schreiben in diesem Zusammenhang:

„Die Abstraktion von Aussagen zu Sachverhalten ist in der Bildungssprache noch schwerer zu erkennen als die Abstraktion von Prädikatoren zu Begriffen. Daß Sachverhalte – und gar wahre Sachverhalte, Tatsachen – nichts als Abstraktionen von Aussagen (im Falle der Tatsachen aus wahren Aussagen) sein sollen, dieser Vorschlag zur Reform der Bildungssprache darf nicht so mißverstanden werden, als ob z. B. daran, daß es regnet (aus der Tatsache, daß es regnet), durch bloß sprachliche Änderungen etwas geändert werden könnte. Dieses Mißverständnis beruht auf der mangelnden Unterscheidung des Regens (einem Naturvorgang zu einer bestimmten Zeit an einem bestimmten Ort) von der Tatsache, daß es regnet.“¹¹

Wir stimmen ihnen zu, aber in der von ihnen vorgeschlagenen Orthosprache haben wir keine Möglichkeit, den durch die Aussage „Es regnet“ beschriebenen Naturvorgang zu bezeichnen. Dazu dient aber gerade der Operator $\downarrow$ „die Tatsache, daß ...“, der von dem gleichlautenden Abstraktor s streng zu unterscheiden ist. Es ist sinnlos mit Termini der Form $\downarrow X$ das Prädikat „wahr“ zu verknüpfen, während es sinnvoll ist, mit ihnen die Prädikate „existiert“ und „existiert nicht“ zu Aussagen zu verbinden. Für Termini der Form sX ist es, wie wir gesehen haben, hingegen durchaus sinnvoll, mit ihnen die Prädikate „wahr“ und „falsch“ zu verknüpfen. Der Unterschied von Wahrheitswerten und epistemischen Modalitäten, die beide Subjekten gleicher Form zugeschrieben werden, wird deutlich, wenn wir die Schemata zur Einführung der Wahrheitswerte mit den später angegebenen Schemata zur Einführung epistemischer Modalitäten vergleichen.

¹⁰Vgl. etwa G. Patzig, Satz und Tatsache, in: Sprache und Logik, Göttingen 1970.

¹¹A. a. O., S. 161.

5 Ein Definitionsschema zur Einführung faktischer Modalitäten

Wir führen folgende Symbolik ein: W – möge ein bestimmtes Wissen sein, über das eine Menschengruppe verfügt. Unter Wissen verstehen wir dabei eine Aussage (eine Aussagengesamtheit, eine Konjunktion von Aussagen), die diese Menschengruppe auf Abruf hat (d. h., die die Menschen dieser Gruppe im Gedächtnis gespeichert haben und auf Verlangen sagen oder schreiben können, die in Nachschlagewerken, auf Tonbändern aufgezeichnet ist usw.) und die außerdem wahr ist. Wir unterscheiden Wissen also von vermeintlichem Wissen, vom bloßen Glauben oder von Überzeugungen, die lediglich als wahr angenommen werden. Die Frage, wie man Wissen von Glauben und bloßen Überzeugungen unterscheiden kann, lassen wir hier offen, da sie für die folgende Problematik zunächst nicht wesentlich ist. Das Wissen W möge aus einem theoretischen Teil G (Verlaufsgesetze, oder allgemein wissenschaftliche Gesetze, darunter logische Gesetze) und einem rein empirischen Teil R (Situationsbeschreibungen, Randbedingungen) bestehen, es möge W die Konjunktion $G \wedge R$ sein. Hierbei wird nicht vorausgesetzt, daß es ein allgemeines logisches Verfahren gibt, daß es gestattet, Gesetzeswissen von rein empirischen Situationsbeschreibungen zu unterscheiden, sondern es wird nur vorausgesetzt, daß das in jedem konkreten Falle irgendwie möglich ist. Da W wahr ist, ist es insbesondere logisch widerspruchsfrei, d. h., für eine beliebige Aussage X gilt $\sim(W \vdash X \wedge \sim X)$, ebenso gelten $\sim(G \vdash X \wedge \sim X)$ und $\sim(R \vdash X \wedge \sim X)$.

Für die Notwendigkeit N eines Ereignisses $\downarrow X$ bezüglich des Wissens W wählen wir folgendes Definitionsschema:

$$\mathbf{D1.} \quad N_w \downarrow X \equiv_{Def} (G \vdash X) \vee (G \wedge R \vdash X) \wedge \sim(R \vdash X).$$

Da im Definiens über logische Folgebeziehungen gesprochen wird, hätten wir eigentlich zwischen logischen Operatoren einer Objektsprache und einer Metasprache unterscheiden müssen. Die in den eingeklammerten Formeln vorkommenden Operatoren wären dann Operatoren der Objektsprache, und die übrigen Operatoren wären Operatoren der Metasprache. Oder wir hätten das Zeichen der logischen Folgebeziehung $\vdash$ durch den Konditionalitätsoperator $\rightarrow$ ersetzen und die Bedingungen vorausschicken müssen, daß alle vorkommenden konditionalen Aussagen aus Aussagen über die Folgebeziehung gewonnen wurden. Doch kommt es hier aus Gründen der Einfachheit nicht auf letzte formale Strenge an, und praktisch können kaum Mißverständnisse entstehen.

Die Möglichkeit eines Ereignisses $\downarrow X$ wird hier wie üblich definiert:

$$\mathbf{D2.} \quad M_W \downarrow X \equiv_{Def} \sim N_W \downarrow \sim X.$$

Es lassen sich verschiedene Zufälligkeiten eines Ereignisses $\downarrow X$ definieren. Wir betrachten die folgenden:

$$\mathbf{D3.} \quad C_w^1 \downarrow X \equiv_{Def} \sim N_W \downarrow X,$$

$$\mathbf{D4.} \quad C_w^2 \downarrow X \equiv_{Def} X \wedge M_W \downarrow \sim X,$$

$$\mathbf{D5.} \quad C_w^3 \downarrow X \equiv M_W \downarrow X \wedge M_W \downarrow \sim X.$$

Um den Zusammenhang dieser Modalitäten mit unseren Ausgangsüberlegungen zu verdeutlichen, schreiben wir die angegebenen Definitionen noch einmal ohne Verwendung von modalen Prädikaten im Definiens:

$$\mathbf{D2'.} \quad M_W \downarrow X \equiv_{Def} \sim(G \vdash \sim X) \wedge \sim(G \wedge R \vdash \sim X) \vee \sim(G \vdash \sim X) \wedge (R \vdash \sim X),$$

$$\mathbf{D3'.} \quad C_w^1 \downarrow X \equiv_{Def} \sim(G \vdash X) \wedge (\sim(G \wedge R \vdash X) \vee (R \vdash X)),$$

$$\mathbf{D4'.} \quad C_w^2 \downarrow X \equiv_{Def} X \wedge (\sim(G \vdash X) \wedge \sim(G \wedge R \vdash X) \vee \sim(G \vdash X) \wedge (R \vdash X)),$$

$$\mathbf{D5'.} \quad C_w^3 \downarrow X \equiv_{Def} \sim(G \vdash \sim X) \wedge \sim(G \vdash X) \wedge (\sim(G \wedge R \vdash \sim X) \vee \vee (R \vdash \sim X)) \wedge (\sim(G \wedge R \vdash X) \vee (R \vdash X)).$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise lassen wir im weiteren den Index W bei den Modalitäten weg. Wir setzen voraus, daß in einer Formel (oder einem Beweis) bei allen faktischen Modalitäten immer der gleiche Index W steht, d. h., wir betrachten weiterhin nur relative Modalitäten bezüglich eines bestimmten Wissens W . Wir werden später Indizes schreiben, wenn in einer Formel Modalitäten bezüglich verschiedenen Wissens auftreten. Weiter schreiben wir anstelle von $\downarrow X$ überall x .

Bei den Definitionsschemata zur Einführung der faktischen Modalitäten handelt es sich nicht um Definitionen, da sie die außerlogischen Konstanten W , G und R enthalten, die nicht näher bestimmt sind. Es ist auch nicht Aufgabe der Logik diese Konstanten zu präzisieren. Vielmehr wird in jedem Wissensbereich (in jeder Einzelwissenschaft) gesondert festgelegt, was als W , G und R gewählt wird. Für die Logik ist nur wichtig, welche Beziehungen bei beliebigen W , G und R gelten. Deshalb kommen die Konstanten W , G , R in den Gesetzen der Logik faktischer Modalitäten gar nicht vor.

Aus den angegebenen Definitionen ergeben sich als Folgerung u. a. folgende Theoreme, deren Beweis wir hier nicht angeben:

$$\mathbf{T1.} \quad Nx \supset Mx,$$

$$\mathbf{T2.} \quad Nx \supset X,$$

$$\mathbf{T3.} \quad X \supset Mx.$$

Die Formeln $Mx \supset X$, $X \supset Nx$, $Mx \supset Nx$ sind hingegen keine Theoreme.

$$\mathbf{T4.} \quad \sim Mx \equiv N\sim x,$$

$$\mathbf{T5.} \quad Nx \equiv \sim C^1 x,$$

$$\mathbf{T6.} \quad \sim X \vee Nx \equiv \sim C^2 x,$$

$$\mathbf{T7.} \quad N\sim x \vee Nx \equiv \sim C^3 x.$$

Eine der Aufgaben der modalen Logik besteht darin, Regeln für solche Fälle aufzustellen, in denen sich die Modalitäten auf zusammengesetzte Ereignistermini beziehen. Wir betrachten einige solcher Regeln. Da wir die klassische Logik voraussetzen, gilt trivialerweise:

$$\mathbf{T8.} \quad Nx \equiv N\sim\sim x,$$

$$\mathbf{T9.} \quad Mx \equiv M\sim\sim x,$$

und analog für alle übrigen Modalitäten. Man kann sich leicht davon überzeugen, daß bei unserer Deutung der Modalitäten gilt:

$$\mathbf{T10.} \quad Nx \wedge Ny \supset N(x \wedge y).$$

Von einigen Autoren¹² wird auch die Umkehrung dieses Theorems $N(x \wedge y) \supset Nx \wedge Ny$ akzeptiert. Wir zeigen, warum diese Formel bei unserer Deutung der Modalitäten nicht gilt. Nach D1 läßt sich diese Formel folgendermaßen schreiben:

$$\begin{aligned} & (G \vdash X \wedge Y) \vee (G \wedge R \vdash X \wedge Y) \wedge \sim(R \vdash X \wedge Y) \supset \\ & \supset ((G \vdash X) \vee (G \wedge R \vdash X) \wedge \sim(R \vdash X)) \wedge ((G \vdash Y) \vee \\ & \vee (G \wedge R \vdash Y) \wedge \sim(R \vdash Y)). \end{aligned}$$

Wir nehmen an, das Antezedent dieser Subjunktion gelte, und unterscheiden die beiden Fälle, daß das erste oder das zweite Adjunktionsglied des Antezedents gilt. Im ersten Fall erhalten wir die Behauptung des Konsequents, da wir aus $G \vdash X \wedge Y$ auch $G \vdash X$ und $G \vdash Y$ gewinnen. Im zweiten Fall erhalten wir aus $G \wedge R \vdash X \wedge Y$ zwar $G \wedge R \vdash X$ und $G \wedge R \vdash Y$, aber aus $\sim(R \vdash X \wedge Y)$ folgt nicht $\sim(R \vdash X)$ und $\sim(R \vdash Y)$. Diese beiden Formeln wären jedoch zur Rechtfertigung der Behauptung des Konsequents erforderlich. Aus T10 gewinnt man leicht:

¹²J. Łukasiewicz, A System of Modal Logic, in: Selected Works, Amsterdam – London – Warszawa 1970, S. 255. A. A. Sinowjew, Komplexe Logik, a. a. O., S. 255.

T11. $M(x \vee y) \supset Mx \vee My$.

Betrachten wir noch die Formel $N(x \vee y) \supset Nx \vee Ny$, die von einigen Autoren¹³ als Theorem der Modallogik akzeptiert wird, während sie von anderen Autoren¹⁴ verworfen wird. Da diese Formel manchmal zur Rechtfertigung des Fatalismus benutzt wird, zeigen wir, daß sie bei unserer Deutung der Modalitäten nicht gilt. Wir setzen in dieser Formel für Y die Formel $\sim X$ ein, schreiben die so gewonnene Formel nach D1 um und erhalten:

$$\begin{aligned} & (G \vdash X \vee \sim X) \vee (G \wedge R \vdash X \vee \sim X) \wedge \sim(R \vdash X \vee \sim X) \supset \\ & \supset ((G \vdash X) \vee (G \wedge R \vdash X) \wedge \sim(R \vdash X)) \vee ((G \vdash \sim X) \vee \\ & \vee (G \wedge R \vdash \sim X) \wedge \sim(R \vdash \sim X)). \end{aligned}$$

Es ist aber durchaus möglich, daß $G \vdash X \vee \sim X$ bzw. $G \wedge R \vdash X \vee \sim X$ gelten, während $G \vdash X$ und $G \vdash \sim X$ bzw. $G \wedge R \vdash X$ und $G \wedge R \vdash \sim X$ beide nicht gelten. Hieraus ergibt sich, daß bei unserer Deutung der Modalitäten auch die Formel $Mx \wedge My \supset M(x \wedge y)$, die von Łukasiewicz ebenfalls akzeptiert wird, kein Theorem ist.

Wir schließen die Erörterung einiger Theoreme für faktische Modalitäten ab. Einen systematischen Aufbau dieser Logik wollen wir hier nicht vornehmen. Wir wollen uns vielmehr ansehen, wie unser Schema zur Einführung von epistemischen Modalitäten abgewandelt werden muß.

6 Definitionsschemata zur Einführung epistemischer Modalitäten

Wir unterscheiden zwischen theoretischen und empirischen epistemischen Modalitäten. Als theoretische epistemische Modalitäten sehen wir die Prädikate „beweisbar“, „unbeweisbar“, „widerlegbar“, „unwiderlegbar“, „entscheidbar“ und „unentscheidbar“ an, während wir die Prädikate „verifizierbar“, „nichtverifizierbar“, „falsifizierbar“, „nichtfalsifizierbar“, „überprüfbar“ und „unüberprüfbar“ als empirische epistemische Modalitäten bezeichnen. Als Subjekte in epistemischen modalen Aussagen treten stets Subjekte der Form tX auf. Weiter ist zu beachten, daß auch die epistemischen Modalitäten nur als relative Modalitäten sinnvoll in den Sprachgebrauch eingeführt werden können.

Aus den Schemata zur Einführung faktischer Modalitäten erhalten wir ein Schema zur Einführung von theoretischen epistemischen Modalitäten, wenn

¹³z. B. Łukasiewicz, ebenda S. 374.

¹⁴Vgl. C. Lewis/C. H. Langford, Symbolic Logic, New York 1959², S. 167 f.

W nicht in G und R unterteilt ist, d. h., mit Hilfe der theoretischen epistemischen Modalitäten wird charakterisiert, ob aus einem gegebenen Wissen W (meist in Form eines Axiomensystems angegeben) eine Aussage X beweisbar, widerlegbar usw. ist. Wir schlagen folgende Definitionsschemata vor:

- D1.** „ tX ist beweisbar bezüglich W “:
 $B_w tX \equiv_{Def} (W \vdash X)$;
- D2.** „ tX ist unbeweisbar bezüglich W “:
 $\sim B_w tX \equiv_{Def} \sim(W \vdash X)$;
- D3.** „ tX ist widerlegbar bezüglich W “:
 $W_i tX \equiv_{Def} (W \vdash \sim X)$;
- D4.** „ tX ist unwiderlegbar bezüglich W “:
 $\sim W_i tX \equiv_{Def} \sim(W \vdash \sim X)$;
- D5.** „ tX ist unentscheidbar bezüglich W “:
 $U_w tX \equiv_{Def} \sim(W \vdash X) \wedge \sim(W \vdash \sim X)$;
- D6.** „ tX ist unüberprüfbar bezüglich W “:
 $\sim U_w tX \equiv_{Def} (W \vdash X) \vee (W \vdash \sim X)$.

In der Logik theoretischer epistemischer Modalitäten werden wiederum die logischen Beziehungen zwischen den modalen Prädikaten untersucht, die bei beliebigem W gelten. Da W als wahr angenommen wird, gilt offenbar folgende Beziehung zwischen der Beweisbarkeit und der Wahrheit einer Aussage: $BtX \supset v(tX)$, während die umgekehrte Subjunktion im allgemeinen nicht gilt.

Aus dem Schema zur Einführung der faktischen Modalitäten erhalten wir ein Schema zur Einführung der empirischen epistemischen Modalitäten, wenn G leer ist. Als Wissen werden hier also nur reine Situationsbeschreibungen und logische Regeln betrachtet. Wir erhalten dann folgende Definitionsschemata:

- D7.** „ tX ist verifizierbar bezüglich R “:
 $Ve_R tX \equiv_{Def} (R \vdash X)$;
- D8.** „ tX ist nicht verifizierbar bezüglich R “:
 $\sim Ve_R tX \equiv_{Def} \sim(R \vdash X)$;
- D9.** „ tX ist falsifizierbar bezüglich R “:
 $Fa_R tX \equiv_{Def} (R \vdash \sim X)$;

- D10.** „ tX ist nicht falsifizierbar bezüglich R “:
 $\sim Fa_R tX \equiv_{Def} \sim(R \vdash \sim X)$;
- D11.** „ tX ist überprüfbar bezüglich WR “:
 $\ddot{U}_R tX \equiv_{Def} (R \vdash X) \vee (R \vdash \sim X)$;
- D12.** „ tX ist entscheidbar bezüglich R “:
 $\sim \dot{U}_R tX \equiv_{Def} \sim(R \vdash X) \wedge \sim(R \vdash \sim X)$.

7 Logische Modalitäten

Aus dem Schema zur Einführung faktischen Modalitäten erhält man die logischen alethischen Modalitäten auf folgende Weise. In dem Definitionsschema für die faktische Notwendigkeit wird R gestrichen und G durch L ersetzt, wobei L die Gesetze (Theoreme, Tautologien, Regeln) der akzeptierten Logik sind, d. h., als Wissen, aus dem geschlossen wird, werden nur die Gesetze der Logik zugelassen. Wir erhalten dann zunächst folgende Definition der logischen Notwendigkeit:

$$\mathbf{D1.} \quad N_L \downarrow X \equiv_{Def} L \vdash X.$$

Da L jedoch als Logik akzeptiert ist, läßt sich diese Definition auch folgendermaßen schreiben:

$$\mathbf{D1'}. \quad N_L \downarrow X \equiv_{Def} \vdash X.$$

Die logische alethische Möglichkeit wird entsprechend definiert als:

$$\mathbf{D2.} \quad M_L \downarrow X \equiv_{Def} \sim N_L \downarrow \sim X,$$

oder anders geschrieben:

$$\mathbf{D2'}. \quad M_L \downarrow X \equiv_{Def} \sim(\vdash \sim X).$$

Die logische alethische Zufälligkeit definieren wir folgendermaßen:

$$\mathbf{D3.} \quad C_L \downarrow X \equiv_{Def} \sim N_L \downarrow X.$$

Aus den Definitionen ergeben sich u. a. folgende Theoreme (anstelle von $\downarrow X$ schreiben wir wieder x):

$$\mathbf{T1.} \quad N_L x \supset X,$$

$$\mathbf{T2.} \quad \sim X \supset \sim N_L x,$$

$$\mathbf{T3.} \quad N_L \sim x \supset \sim M_L x,$$

$$\mathbf{T4.} \quad X \supset M_L x,$$

$$\mathbf{T5.} \quad N_L x \equiv \sim C_L x.$$

Da beim Aufbau jeder Wissenschaft eine Logik L vorausgesetzt und akzeptiert wird, gelten auf Grund der gewählten Definitionen folgende Beziehungen zwischen logischen und faktischen Modalitäten (die Indizes bei faktischen Modalitäten lassen wir wieder weg):

$$\mathbf{T6.} \quad N_L x \supset N x,$$

$$\mathbf{T7.} \quad M x \supset M_L x,$$

$$\mathbf{T8.} \quad \sim N x \supset \sim N_L x,$$

$$\mathbf{T9.} \quad \sim M_L x \supset \sim M x.$$

Die letzten vier Theoreme zeigen, daß die logischen alethischen Modalitäten Grenzen für die faktischen Modalitäten festlegen. T6 besagt: Was logisch notwendig ist, ist auch faktisch notwendig, während T9 besagt: Was logisch unmöglich ist, ist auch faktisch unmöglich.

Aus den Definitionsschemata zur Einführung theoretischer epistemischer Modalitäten erhält man Schemata für die logischen epistemischen Modalitäten, wenn man W durch L ersetzt:

$$\mathbf{D4.} \quad B_L t X \equiv_{Def} \vdash X;$$

$$\mathbf{D5.} \quad \sim B_L t X \equiv_{Def} \sim(\vdash X);$$

$$\mathbf{D6.} \quad W i_L t X \equiv_{Def} (\vdash \sim X);$$

$$\mathbf{D7.} \quad \sim W i_L t X \equiv_{Def} \sim(\vdash \sim X);$$

$$\mathbf{D8.} \quad U_L t X \equiv_{Def} \sim(\vdash X) \wedge \sim(\vdash \sim X);$$

$$\mathbf{D9.} \quad \sim U_L t X \equiv_{Def} (\vdash X) \vee (\vdash \sim X).$$

Wir sehen, daß die Behauptungen der logischen Beweisbarkeit, der logischen Notwendigkeit, der logischen Wahrheit einer Aussage (bzw. der durch die Aussage beschriebenen Sachlage) einerseits, sowie die der logischen Widerlegbarkeit, der logischen Unmöglichkeit und der logischen Falschheit andererseits äquivalent sind. Trotzdem müssen diese verschiedenen Behauptungen sehr wohl unterschieden werden. In der mangelnden Unterscheidung dieser verschiedenen Behauptungen liegt einer der Gründe für die fehlerhafte Deutung der Modalitäten als Wahrheitswerte.

Fatalismus, Tychismus und Antifatalismus – drei Fehldeutungen von Modalitäten*

1 Die philosophischen Thesen des Fatalismus, Tychismus und Antifatalismus

Unter *Fatalismus* versteht man die philosophische Behauptung, daß alles, was geschehen ist, was geschieht und was in Zukunft geschehen wird, mit Notwendigkeit geschieht, oder anders gesagt, daß alle Ereignisse in Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft vorherbestimmt sind. Der Terminus Fatalismus wurde aus dem griechischen Wort *fatum* gebildet, das „Schicksal“ bedeutet. Doch nicht nur das Wort, sondern auch die Lehre des Fatalismus hat ihren Ursprung in der griechischen Mythologie. In der „Götterlehre“ von K. Ph. Moritz heißt es:

„Es gibt also etwas, wovor die Götter selber Scheu tragen. Es ist das nächtliche geheimnisvolle Dunkel, worin sich noch etwas über Götter und Menschen Obwaltendes verhüllt, das die Begriffe der Sterblichen übersteigt.“¹

Dieses geheimnisvolle Dunkel ist das *Fatum*, das Schicksal, das in den Händen höherer Mächte liegt, „bei denen das schon fest beschlossen ist, was Götter und Menschen noch zu bewirken oder zu verhindern sich bemühen“. Der Mensch schuf bekanntlich die Götter nach seinem Bilde. Um sie den mit

*Erstveröffentlichung in: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, Heft 12, Berlin 1974, S. 1454–1468.

¹K. Ph. Moritz: *Götterlehre oder mythologische Dichtungen der Alten*. Leipzig 1972. S. 35

der Natur und seinen Artgenossen ringenden und häufig von ihnen überwältigten Menschen noch ähnlicher zu gestalten, schuf er in einem Akt ausgleichender Gerechtigkeit den Übergott des Schicksals, der Menschen und Götter in gleicher Weise beherrscht.

Aus der Mythologie wurde die fatalistische Weltauffassung in die Philosophie übernommen. Im antiken Griechenland waren es vor allem die Stoiker, die dem Fatalismus anhingen. Nach ihrer Lehre ist alles vorherbestimmt und notwendig. Der Mensch kann sein Schicksal nicht ändern, und der Weise und der Tor unterscheiden sich vor allem darin, wie sie dieses Schicksal aufnehmen, ob sie es freudig und geduldig tragen, oder ob sie klagen und mit der Welt unzufrieden sind.

Als im Christentum die vielen heidnischen Götter der Alten zu einem persönlichen Gott verschmolzen wurden, hatte auch die Stunde des Übergottes Fatum geschlagen. Der einzige allmächtige Gott der Christen durfte nicht vom Schicksal beherrscht sein. Doch endgültig war das Fatum der griechischen Mythen noch nicht gestorben. Einige Theologen und christliche Philosophen (Augustin, Luther, Janssen, Calvin u.a.) retteten das unpersönliche Schicksal, indem sie seine Macht dem persönlichen Gott des Christentums übertrugen. Das Ergebnis war die sogenannte Prädestinationslehre, nach der das Schicksal der Menschen ohne deren Verdienst oder Schuld durch den unerforschlichen Ratschluß Gottes schon bei ihrer Geburt entweder zur Seligkeit oder zur Verdammnis vorherbestimmt ist.

Im Pantheismus Spinozas wurde Gott entpersonifiziert und mit der Natur identifiziert. Gleichzeitig wurde das Fatum in die Gott-Natur übertragen.

„In der Natur der Dinge gibt es nichts Zufälliges, sondern alles ist aus der Notwendigkeit der göttlichen Natur heraus bestimmt, auf eine gewisse Weise zu existieren und zu wirken.“²

„Die Dinge konnten auf keine andere Weise und in keiner anderen Ordnung von Gott hervorgebracht werden, als sie tatsächlich hervorgebracht worden sind.“³

Oder an anderer Stelle:

„Es liegt in der Natur der Vernunft, die Dinge nicht als zufällig, sondern als notwendig zu betrachten“⁴

²B. Spinoza: Die Ethik. Leipzig 1909. S. 28

³Ebd. S. 31

⁴Ebd. S. 85

Die Lehre Spinozas spielte eine positive Rolle bei der Loslösung der Naturwissenschaften und Philosophie von der Religion und Theologie. Aber mit den nützlichen Gedanken der Regelmäßigkeit und Gesetzmäßigkeit in der Natur gingen gleichzeitig fatalistische Thesen in die Naturwissenschaft und materialistische Naturphilosophie über. Klassischen Ausdruck fand dies in der berühmten These von Laplace, daß die Kenntnis von ausreichend vielen Parametern über den gegenwärtigen Zustand der Welt es gestatte, jeden vergangenen und jeden zukünftigen Zustand der Welt zu errechnen. Diese These von Laplace wird als *Laplacescher Determinismus* oder auch als *mechanischer Determinismus* bezeichnet.

Diese Auffassung war unter materialistisch orientierten Naturwissenschaftlern im vorigen Jahrhundert weit verbreitet und ist mitunter auch heute noch anzutreffen. Der Fatalismus wurde sowohl von materialistischen als auch von idealistischen Philosophen vertreten und spielte in den einzelnen philosophischen Systemen eine unterschiedliche Rolle. Uns geht es hier nicht um die Gesamteinschätzung dieser philosophischen Systeme. Wir wollen lediglich die in ihnen allen vertretene These logisch analysieren, daß alles, was geschieht, mit Notwendigkeit geschieht. Wir nennen diese Behauptung *Grundthese des Fatalismus* und geben sie symbolisch folgendermaßen wieder:

$$X \supset N \downarrow X,$$

wobei X eine beliebige Aussage, $\supset$ die klassische Subjunktion (materiale Implikation), N das Prädikat „notwendig“ und $\downarrow$ der terminbildende Operator „die Tatsache, daß“ ist, der aus Aussagen X die Termini $\downarrow X$ (gelesen: „die Tatsache, daß X “) bildet.

Die Grundthese des Fatalismus gehört zu jenen philosophischen Thesen, deren Anerkennung oder Ablehnung erhebliche Auswirkungen auf unsere Handlungen hat. Der Fatalist schaut – um ein Wort von J. Łukasiewicz zu gebrauchen⁵ – auf die sich in der Welt vollziehenden Ereignisse wie auf einen Film, der über das Universum gedreht ist. Er ist mitten in der Vorstellung und kennt – wie alle Kinobesucher – die nächsten Szenen und das Ende des Films noch nicht. Doch alle Kinobesucher sind nicht nur Zuschauer, sondern auch Schauspieler und Mitgestalter in dem laufenden Film. Und welche Wünsche und Absichten die Kinobesucher auch haben, die folgenden Szenen sind schon gedreht. Das Ende des Dramas oder der Komödie steht schon vor Beginn der Vorstellung fest, der Film war schon immer gedreht und ist von

⁵J. Łukasiewicz: On Determinism. In: J. Łukasiewicz: Selected Works. Amsterdam/London/Warszawa 1970. Łukasiewicz polemisiert hier zwar mit dem Determinismus, versteht unter Determinismus aber faktisch den mechanischen Determinismus oder Fatalismus.

aller Ewigkeit her schon fertig. Alle unsere Erlebnisse, ob angenehm oder unangenehm, alle unsere Entscheidungen, ob gut oder schlecht, sind schon im voraus fixiert. Ganz gleich, wie wir uns verhalten, die Ereignisse verlaufen doch so, wie es vorherbestimmt ist. Wir haben keinen Einfluß auf den Ablauf der Ereignisse, auch wenn es uns manchmal so scheint. Wozu sollen wir schwimmen lernen, wenn doch im voraus bestimmt ist, daß wir ertrinken werden, oder aber im voraus bestimmt ist, daß wir nicht ertrinken werden? Wozu sich gegen eine Entscheidung auflehnen, wenn der Lauf der Ereignisse doch mit Notwendigkeit so abläuft, wie es im Buch des Schicksals geschrieben steht? Wir sehen, daß der Fatalismus schwache Gemüter in ihrer Schwäche bestärkt und faule in ihrer Faulheit.

Wegen dieser unangenehmen Konsequenzen wurde die Grundthese des Fatalismus von den meisten wirklich bedeutenden Philosophen verworfen, und diese Weltauffassung spielt in der Geschichte der Philosophie eine relativ geringe Rolle. Sie wurde als falsch verworfen, und meistens wurde ihre logische Negation akzeptiert: Nicht alles geschieht mit Notwendigkeit, oder mit anderen Worten, es gibt Ereignisse, die sich nicht mit Notwendigkeit vollziehen. Wir wollen diese richtige Auffassung, die auch im dialektischen Materialismus vertreten wird, hier nicht charakterisieren. Dem Leser sei in diesem Zusammenhang der Roman von D. Diderot „Jakob und sein Herr“ („Jacques le fataliste et son maître“) empfohlen, in dem der Fatalismus literarisch ad absurdum geführt wird. Diderot schließt seinen berühmten Roman mit den Worten:

„Ich weiß nicht, ob etwas daran ist, aber das weiß ich gewiß, daß Jacob sich jeden Abend sagte: ‚Steht es dort oben geschrieben, daß Du Hörner tragen sollst, so wirst Du es, du magst es anfangen, wie du willst; steht es hingegen nicht dort oben geschrieben, daß du Hörner tragen sollst, so mögen sie es anfangen, wie sie wollen, du wirst es doch nicht ... Also kannst du ruhig schlafen, Freund!‘ Und er schlief ein.“

Wir wollen zwar Jacob nicht den Schlaf rauben, werden aber unter logischen Gesichtspunkten nachweisen, daß der Fatalismus nicht gerade als Ruhekissen geeignet ist. Doch zunächst wollen wir noch zwei Reaktionen gegen den Fatalismus darstellen, die aus den oben genannten Gründen zwar verständlich, aber trotzdem genauso falsch wie der Fatalismus sind. Die eine dieser beiden gegen den Fatalismus gerichteten Lehren sei *Tychismus*, die andere *Antifatalismus* genannt. Der Terminus „Tychismus“ wurde von dem amerikanischen Logiker und Philosophen Ch. S. Peirce in die Philosophie eingeführt. Das Wort „Tychismus“ ist von dem altgriechischen Wort „Tyche“ abgeleitet,

das Zufall, die Zufallsgöttin, aber interessanterweise auch Schicksal bedeutet. Wie das *Fatum* nach den Vorstellungen der Alten das Weltgeschehen an dünnen Fäden lenkte, und diese Fäden nach seiner Willkür zerschnitt, so wurde auch der Zufall zum Schicksal gemacht. Wir können hier nicht die Peircesche Metaphysik und noch nicht einmal seine Lehre des Tychismus darstellen.⁶ Wir greifen nur eine These heraus und kritisieren sie unter logischem Gesichtspunkt. Diese Behauptung besagt, daß alles, was geschehen ist, geschieht und geschehen wird, zufällig geschieht. Wir nennen diese Behauptung wiederum *Grundthese des Tychismus* und schreiben sie symbolisch in folgender Form:

$$X \supset C \downarrow X,$$

wobei X wieder eine empirische Aussage und C das Prädikat „zufällig“ ist.

Bei Peirce selber finden wir zwar Äußerungen, die der Grundthese des Tychismus verwandt sind und die als diese ausgelegt werden können. So schreibt er etwa:

„Man versuche ein Naturgesetz zu verifizieren, und man wird finden, daß, je präziser die Beobachtungen sind, sie um so sicherer unregelmäßige Abweichungen vom Gesetz aufweisen werden. Wir sind gewohnt – und ich sage nicht, daß es falsch ist –, sie Beobachtungsfehlern zuzuschreiben; doch können wir gewöhnlich solche Irrtümer auf keinerlei Weise erklären, die schon vorher wahrscheinlich wäre. Geht man ihren Ursachen weit genug nach, so wird man sich gezwungen sehen zuzugeben, daß sie immer auf willkürlicher Bestimmung, d. h. auf Zufall, beruhen.“⁷

Oder an anderer Stelle:

„Ich sehe, ich muß sagen, daß jegliche Verschiedenheit und Eigentümlichkeit von Ereignissen dem Zufall zugeschrieben werden muß.“⁸

Wir finden aber auch Äußerungen, in denen Regelmäßigkeiten, Gesetzmäßigkeiten und die Notwendigkeit in der Natur anerkannt werden. So schreibt er:

⁶Eine marxistische Darstellung und Kritik der Peirceschen Philosophie, doch leider unter Ausschluß der logischen Auffassungen von Peirce, findet der Leser in: J. K. Melwill: *Tscharls Pirs i pragmatism*. Moskva 1968

⁷Ch. S. Peirce: Eine Überprüfung der Lehre des Nezessarismus. In: Ch. S. Peirce: *Vom Pragmatismus zum Pragmatizismus*. Schriften II. Frankfurt a. M. 1970. S. 261. Unter Nezessarismus versteht Peirce hier den mechanischen Determinismus oder Fatalismus.

⁸Ebd. S. 264

„Ich muß anerkennen, daß es eine annähernde Regelmäßigkeit gibt und daß jedes Ereignis durch sie beeinflußt wird. Aber die Mannigfaltigkeit, Eigentümlichkeit und Unregelmäßigkeit der Dinge ist meiner Meinung nach Zufall.“⁹

Im Sinne der Grundthese des Tychismus kann man Peirce also höchstens als einen gemäßigten Tychisten ansehen.

Als *Grundthese des Antifatalismus* betrachten wir die folgende Behauptung: Alles, was geschehen ist, geschieht und geschehen wird, ist nicht notwendig. Sie darf nicht mit der Negation der Grundthese des Fatalismus verwechselt werden; denn diese besagt nur, daß irgendetwas nicht notwendig geschah, geschieht oder geschehen wird. Die Grundthese des Antifatalismus schreiben wir symbolisch folgendermaßen:

$$X \supset \sim N \downarrow X,$$

wobei X wieder eine empirische Aussage und $\sim$ die aussagenlogische Negation ist. Die Grundthese des Antifatalismus wurde etwa von J. Łukasiewicz vertreten.¹⁰ Er nennt diese Auffassung allerdings „Indeterminismus“, da er den Determinismus und den Fatalismus gleichsetzt. Wir behalten uns die Termini „Determinismus“ und „Indeterminismus“ für eine andere Problematik vor, die mit der betrachteten zwar zusammenhängt, doch von ihr verschieden ist. Deshalb haben wir den Terminus „Antifatalismus“ eingeführt. Łukasiewicz vertritt nicht nur die Grundthese des Antifatalismus, sondern auch die noch stärkere Behauptung: Kein apodiktischer Satz ist wahr; oder anders formuliert: Jeder Satz, der mit „Es ist notwendig, daß ...“ beginnt, muß verworfen werden. Er stellt sogar ein spezielles Logiksystem auf, in dem dieser Satz beweisbar ist.

In den Thesen des Fatalismus, Tychismus und Antifatalismus kommen die Termini Notwendigkeit, Zufälligkeit vor. Sie werden aber nicht korrekt eingeführt, sondern als bekannt vorausgesetzt und teilweise aus der Mythologie übernommen. Wir sehen uns im nächsten Abschnitt an, was die Logik bei der korrekten Einführung dieser und ähnlicher Termini leisten kann, und weisen nach, daß bei einer korrekten Einführung dieser modalen Termini die Thesen des Fatalismus, Tychismus und Antifatalismus hinfällig werden.

Fatalismus, Tychismus und Antifatalismus spielen nicht nur in der Philosophie eine Rolle; ähnliche Probleme treten auch in den Einzelwissenschaften auf. Hier wird dann zwar nicht die Notwendigkeit bzw. Zufälligkeit aller

⁹Ebd.

¹⁰J. Łukasiewicz: On Determinism. A. a. O.; J. Łukasiewicz: A System of Modal Logic. In: J. Łukasiewicz: Selected Works; J. Łukasiewicz: Aristoteles' Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic. Oxford 1951

Ereignisse behauptet, sondern man beschränkt sich auf Ereignisse einer bestimmten Art. So nehmen in der Genetik etwa T. Morgan, J. Monod und andere an, daß Mutationen (Veränderungen der Erbanlagen) absolut zufälligen Charakter haben, während L. S. Berg, T. D. Lyssenko u. a. behaupten, daß der Entwicklungsprozeß der Organismen sich ausschließlich nach einer strengen Notwendigkeit vollzieht.

2 Modalitäten

Unter Modalitäten versteht man die Worte möglich, unmöglich, zufällig, nicht notwendig, nicht zufällig, wirklich und von ihnen abgeleitete Worte.¹¹ Modalitäten werden in der Sprache der Philosophie häufig verwendet. Aussagen, die Modalitäten enthalten, nennen wir *modale Aussagen*. Dafür einige Beispiele: „Es ist möglich, daß ich dich morgen besuche“, „Alle Mutationen sind zufällig“, „Die Oktoberrevolution vollzog sich mit historischer Notwendigkeit“, „Dieser Verkehrsunfall war nicht notwendig“, „Die gleichzeitige Existenz eines Sachverhaltes und des ihm entgegengesetzten Sachverhaltes ist unmöglich“, „Eine gerade Zahl ist notwendigerweise durch 2 teilbar“.

Viele faktisch verwendeten modale Aussagen lassen sich durch bedeutungsgleiche Aussagen ohne Modalitäten ersetzen. Dies gilt insbesondere für alle mathematischen Aussagen. So besagt unser letzter Beispielsatz, daß jede gerade Zahl durch 2 teilbar ist. Da Modalitäten in der Mathematik überflüssig sind, wurde die Untersuchung ihrer logischen Eigenschaften bei der Herausbildung der modernen mathematischen Logik zunächst vernachlässigt. Typisch in dieser Hinsicht ist etwa die Auffassung G. Freges, der in seiner „Begriffsschrift“ schreibt:

„Das apodiktische Urtheil unterscheidet sich vom assertorischen dadurch, dass das Bestehen allgemeiner Urtheile angedeutet wird, aus denen der Satz geschlossen werden kann, während bei den assertorischen eine solche Andeutung fehlt. Wenn ich einen Satz als nothwendig bezeichne, so gebe ich dadurch einen Wink über meine Urtheilsgründe. *Da aber hierdurch der begriffliche Inhalt des Urtheils nicht berührt wird, so hat die Form des apodiktischen Urtheils für uns keine Bedeutung.*

¹¹Wir betrachten in diesem Artikel nur die sogenannten faktischen und logischen Modalitäten, da nur sie für die betrachtete philosophische Problematik wesentlich sind. Zu anderen Modalitäten vgl.: A. A. Ivins: *Modalnaja logika i teorija implikazii*. In *Teorija logičeskogo vyvoda*. Moskva 1973

Wenn ein Satz als möglich hingestellt wird, so enthält sich der Sprechende entweder des Urtheils, indem er andeutet, dass ihm keine Gesetze bekannt seien, aus denen die Verneinung folgen würde; oder er sagt, dass die Verneinung des Satzes in ihrer Allgemeinheit falsch sei. Im letzteren Falle haben wir ein particulär bejahendes Urtheil nach der gewöhnlichen Bezeichnung. ‚Es ist möglich, dass die Erde einmal mit einem anderen Weltkörper zusammenstösst‘ ist ein Beispiel für den ersten und ‚eine Erkältung kann den Tod zur Folge haben‘ ist eins für den zweiten Fall.“¹²

Heute hat sich die Situation entscheidend gewandelt. Es gibt eine solche Vielfalt von konkurrierenden modallogischen Systemen, daß es selbst dem Logiker schwerfällt, die Übersicht zu behalten.¹³ Von Einigkeit kann überhaupt keine Rede sein. Meistens werden die Eigenschaften und Wechselbeziehungen der Modalitäten axiomatisch beschrieben, ohne daß gesagt wird, was die Modalitäten eigentlich bedeuten sollen. Wir wissen dann etwa: Wenn etwas notwendig ist, so ist es auch möglich und nicht zufällig. Was die Worte notwendig, möglich und zufällig aber bedeuten, das wissen wir nicht. Es wurden zwar auch „Semantiken“ für einige modallogische Systeme ausgearbeitet und sogar die Vollständigkeit gewisser Modalkalküle bezüglich dieser Interpretation bewiesen¹⁴, doch zu einer Klärung dessen, was die Modalitäten eigentlich bedeuten, trug dies auch nicht bei.

3 Deutungsversuche faktischer Modalitäten und ihre Mängel

In früheren Arbeiten vertrat R. Carnap, wie auch einige andere Neopositivisten¹⁵, die Auffassung, daß nur die sogenannten logischen Modalitäten sinnvoll seien.¹⁶ Er sah dabei eine Aussage als logisch notwendig an, wenn

¹²G. Frege: Begriffsschrift. Zit. nach: K. Berka/L. Kreiser: Logik-Texte. Berlin 1971. S. 54 f.

¹³Einen Überblick über wichtige Systeme der modalen Logik gibt J. A. Slinin in seinem Artikel: Die Modalitätentheorie in der modernen Logik. In: Quantoren, Modalitäten, Paradoxien. Berlin 1972

¹⁴Vgl.: S. A. Kripke: A Completeness Theorem in Modal Logic. In: Journal of Symbolic Logic. Bd. 24. 1959; K. Schütte: Vollständige Systeme modaler und intuitionistischer Logik. Berlin/Heidelberg/New York 1968

¹⁵Vgl. in diesem Zusammenhang die Kritik von Lenin an Mach, der auch nur eine logische Notwendigkeit, aber keine Naturnotwendigkeit (faktische Notwendigkeit) akzeptierte. W. I. Lenin: Materialismus und Empiriekritizismus. In: W. I. Lenin: Werke. Bd. 14. Berlin 1964. S. 154 ff.

¹⁶Vgl. etwa: R. Carnap: Meaning and Necessity. Chicago 1964

sie logisch wahr ist, und als logisch unmöglich, wenn sie logisch falsch ist. Mit dieser Deutung macht er selbst die logischen Modalitäten faktisch überflüssig, da ja die Termini logisch wahr und logisch falsch ausreichend sind. Später akzeptierte er jedoch auch faktische (physische, kausale, ontologische) Modalitäten.¹⁷ Für Carnap ist eine Aussage faktisch notwendig (in seiner Terminologie: kausal wahr) genau dann, wenn sie logisch aus der Klasse aller Grundgesetze folgt. Grundgesetze definiert er dabei als Behauptungen, die die logische Form von Gesetzesaussagen haben und wahr sind. Diese Auffassung der faktischen Modalitäten unterscheidet sich von der H. Reichenbachs nur dadurch, daß jener an die Grundgesetze (ursprüngliche nomologische Sätze) die strengere Forderung stellt, ihre Wahrheit müsse feststellbar sein.¹⁸ Eine ähnliche Auffassung vertreten auch A. A. Iwin¹⁹, O. F. Serebrjannikow²⁰ u. a.

Aus der Literatur ist bekannt, daß die Verwendung modaler Aussagen vor allem für Prognosen (für Aussagen über zukünftige Ereignisse) von Bedeutung ist.²¹ Aussagen über zukünftige Ereignisse kann man nicht unmittelbar durch Beobachtung überprüfen. Man kann nicht ohne weiteres feststellen, ob sie wahr sind oder nicht, da die Ereignisse, von denen die Rede ist, noch nicht existieren. Prognosen stellt man auf, indem man aus unserem gegenwärtigen Wissen auf das Auftreten oder Nichtauftreten zukünftiger Ereignisse schließt. Man sagt dann, ein zukünftiges Ereignis $\downarrow X$ ist notwendig, wenn aus dem gegenwärtigen Wissen X logisch folgt, und ein zukünftiges Ereignis $\downarrow X$ ist unmöglich, wenn aus dem gegenwärtigen Wissen $\sim X$ logisch folgt.

Legen wir die Carnapsche Auffassung der faktischen Modalitäten zugrunde, so kommen wir zu dem Ergebnis, daß kein individuelles Ereignis notwendig ist, ganz gleich, ob es sich um ein gegenwärtiges, zukünftiges oder vergangenes Ereignis handelt. Gesetze haben nach Carnap die Form einer formalen Implikation (obwohl nicht alle wahren formalen Implikationen Gesetze darstellen)

$$\forall x (A(x) \supset B(x)),$$

wobei $\forall$ der Allquantor, A und B Prädikate und x eine Individuenvariable darstellen. Als Folgerungen allein aus Formeln dieser Form erhalten wir

¹⁷R. Carnap: *Philosophical Foundations of Physics*. New York/London 1966

¹⁸H. Reichenbach: *Nomological Statements and Admissible Operations*. Amsterdam 1954

¹⁹A. A. Iwin: *Modalnaja logika i teorija implikazii*. A. a. O. S. 177

²⁰O. F. Serebrjannikow: *Heuristische Prinzipien und logische Kalküle*. Berlin 1974. S. 210

²¹Vgl.: A. A. Sinowjew: *Komplexe Logik. Grundlagen einer logischen Theorie des Wissens*. Berlin 1970. S. 250 f.; P. Lorenzen/O. Schwemmer: *Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie*. Mannheim/Wien/Zürich 1973. S. 81 ff.

niemals Formeln der Form $B(a)$, d. h. keine Aussagen über individuelle empirische Ereignisse. Die Carnapsche Auffassung der faktischen Modalitäten bricht zu stark mit dem im Alltag und in der Wissenschaft üblichen Sprachgebrauch und kann deshalb nicht akzeptiert werden.

Eine andere Deutung der Modalitäten schlägt P. Lorenzen vor.²² Zur Erläuterung seiner Auffassung der Modalitäten stellen wir uns folgende Situation vor. Eine bestimmte Menschengruppe hat ein System von Aussagen W als wahr akzeptiert. Von diesen Menschen werden dann auch alle Aussagen als wahr anerkannt, die logisch aus den Aussagen von W folgen. Jetzt läßt sich für eine modalfreie Aussage X der Terminus „notwendig bezüglich W “ wie folgt einführen: Eine Aussage X ist notwendig bezüglich W genau dann, wenn X aus den Aussagen von W folgt. Wenn wir für „notwendig bezüglich W “ das Symbol N benutzen, können wir diese Definitionen wie folgt schreiben:

$$N_w X \equiv_{Def} W \vdash X.$$

($\vdash$ ist das Zeichen der logischen Folgebeziehung.)

Die anderen Modalitäten werden wie üblich definiert. Während Lorenzen in seinen inhaltlichen Ausgangsüberlegungen den Gebrauch von Modalitäten nur für Zukunftsaussagen für sinnvoll hält, ergibt sich aus seiner Definition aber, daß alles, was wir wissen, bezüglich dieses Wissens notwendig ist. Wenn wir wissen, daß eine Erbsenschote fünf Erbsen und daß sie Eiweiß enthält, so sind nach der Auffassung von Lorenzen beide Aussagen notwendig, während man nach dem üblichen Sprachgebrauch nur die zweite als notwendig ansehen würde. War Carnaps Auffassung der Modalitäten zu eng, so ist die von Lorenzen offenbar zu weit. Außerdem führt sie zu der „fatalistischen“ Konsequenz: Alles, was wir wissen, ist notwendig.

Eine sehr interessante und differenzierte Analyse der Modalitäten gibt A. A. Sinowjew.²³ Insbesondere setzt er sich dabei mit dem Fatalismus auseinander. Doch seine Auffassung der Modalitäten führt ebenso, wie die von Lorenzen zu gewissen „fatalistischen“ Konsequenzen. Er gibt folgende Definition des Prädikates M für individuelle Termini $\downarrow X$ an (A ist eine Aussagenvariable):

$$M\downarrow X \equiv_{Def} (\forall \downarrow A)(A \rightarrow \sim(A \rightarrow \sim X))$$

$$\sim M\downarrow X \equiv_{Def} (\exists \downarrow A)(A \wedge (A \rightarrow \sim X)).$$

²²P. Lorenzen: Einführung in die operative Logik und Mathematik. Berlin/Heidelberg/New York 1969; P. Lorenzen/O. Schwemmer: Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie.

²³A. A. Sinowjew: Logitscheskaja fizika. Moskva 1972. S. 72

Wir haben die Symbolik etwas geändert und betrachten nur den klassischen Fall, in dem die Unbestimmtheit ausgeschlossen ist; $\forall$ ist der Allquantor, $\exists$ der Existenzquantor, $\wedge$ die Konjunktion und $\rightarrow$ der Konditionalitätsoperator „wenn ..., so ...“. Weiter definiert er das Prädikat N folgendermaßen:

$$N(\downarrow X) \equiv_{Def} \sim M(\downarrow \sim X).$$

Aus der Definition der Unmöglichkeit erhalten wir:

$$\sim M \downarrow \sim X \equiv (\exists \downarrow A)(A \wedge (A \rightarrow X)),$$

wobei $\equiv$ die Bisubjunktion ist.

Nehmen wir an, das Ereignis $\downarrow X$ vollzieht sich, dann gilt die Aussage X . In der Theorie konditionaler Aussagen gilt außerdem $X \rightarrow X$. Damit gilt aber die rechte Seite der Bisubjunktion, und wir erhalten $\sim M \downarrow \sim X$, was definitionsgemäß $N(\downarrow X)$ ergibt. Wir erhalten also: Wenn ein Ereignis geschieht, so ist es notwendig. Um diese Konsequenzen zu vermeiden, schlagen wir folgende Deutung faktischer Modalitäten vor.

4 Ein Definitionsschema für faktische Modalitäten

Wir führen folgende Symbolik ein: W möge ein bestimmtes Wissen sein, über das eine Menschengruppe verfügt. Unter Wissen verstehen wir dabei eine Aussage (eine Aussagengesamtheit, eine Konjunktion von Aussagen), die diese Menschengruppe auf Abruf hat (d. h., die die Menschen dieser Gruppe im Gedächtnis gespeichert haben und auf Verlangen sagen oder schreiben können, die in Nachschlagewerken, auf Tonbändern aufgezeichnet ist usw.) und die außerdem wahr ist. Wir unterscheiden Wissen also von vermeintlichem Wissen, vom bloßen Glauben oder von Überzeugungen, die lediglich als wahr angenommen werden. Die Frage, wie man Wissen von Glauben und bloßen Überzeugungen unterscheiden kann, lassen wir hier offen, da sie für die folgende Problematik zunächst nicht wesentlich ist. Das Wissen W möge aus einem theoretischen Teil G (Verlaufsgesetze, oder allgemein wissenschaftliche Gesetze, darunter logische Gesetze) und einem rein empirischen Teil R (Situationsbeschreibungen, Randbedingungen) bestehen, es möge W die Konjunktion $G \wedge R$ sein. Hierbei wird nicht vorausgesetzt, daß es ein allgemeines logisches Verfahren gibt, das es gestattet, Gesetzeswissen von rein empirischen Situationsbeschreibungen zu unterscheiden, sondern es wird nur vorausgesetzt, daß das in jedem konkreten Falle irgendwie möglich ist. Da W wahr ist, ist es insbesondere logisch widerspruchsfrei, d. h., für eine belie-

bige Aussage X gilt $\sim(W \vdash X \wedge \sim X)$, ebenso gelten $\sim(G \vdash X \wedge \sim X)$ und $\sim(R \vdash X \wedge \sim X)$.

Für die Notwendigkeit N eines Ereignisses $\downarrow X$ bezüglich des Wissens W wählen wir folgendes Definitionsschema:

$$\mathbf{D1.} \quad N_w \downarrow X \equiv_{Def} (G \vdash X) \vee (G \wedge R \vdash X) \wedge \sim(R \vdash X),$$

wobei G , W und R konstante Aussagen darstellen, während $\vee$ die Adjunktion („oder“) ist. (Da hier im Definiens über logische Folgebeziehungen gesprochen wird, hätten wir eigentlich zwischen logischen Operatoren einer Objektsprache und einer Metasprache unterscheiden müssen. Die in den eingeklammerten Formeln vorkommenden Operatoren wären dann Operatoren der Objektsprache, und die übrigen Operatoren wären Operatoren der Metasprache. Oder wir hätten das Zeichen der logischen Folgebeziehung $\vdash$ durch den Konditionalitätsoperator $\rightarrow$ ersetzen und die Bedingungen vorausschicken müssen, daß alle vorkommenden konditionalen Aussagen aus Aussagen über die Folgebeziehung gewonnen wurden. Doch kommt es hier aus Gründen der Einfachheit nicht auf letzte formale Strenge an, und praktisch können kaum Mißverständnisse entstehen.)

Die Möglichkeit eines Ereignisses $\downarrow X$ wird hier wie üblich definiert:

$$\mathbf{D2.} \quad M_W \downarrow X \equiv_{Def} \sim N_W \downarrow \sim X.$$

Es lassen sich verschiedene Zufälligkeiten eines Ereignisses $\downarrow X$ definieren. Wir betrachten die folgenden:

$$\mathbf{D3.} \quad C_w^1 \downarrow X \equiv_{Def} \sim N_W \downarrow X,$$

$$\mathbf{D4.} \quad C_w^2 \downarrow X \equiv_{Def} X \wedge M_W \downarrow \sim X,$$

$$\mathbf{D5.} \quad K_w \downarrow X \equiv M_W \downarrow X \wedge M_W \downarrow \sim X.$$

Um den Zusammenhang dieser Modalitäten mit unseren Ausgangsüberlegungen zu verdeutlichen, schreiben wir die angegebenen Definitionen noch einmal ohne Verwendung von modalen Prädikaten im Definiens:

$$\mathbf{D2'}. \quad M_W \downarrow X \equiv_{Def} \sim(G \vdash \sim X) \wedge \sim(G \wedge R \vdash \sim X) \vee \sim(G \vdash \sim X) \wedge \wedge (R \vdash \sim X),$$

$$\mathbf{D3'}. \quad C_w^1 \downarrow X \equiv_{Def} \sim(G \vdash X) \wedge (\sim(G \wedge R \vdash X) \vee (R \vdash X)),$$

$$\mathbf{D4'}. \quad C_w^2 \downarrow X \equiv_{Def} X \wedge (\sim(G \vdash X) \wedge \sim(G \wedge R \vdash X) \vee \sim(G \vdash X) \wedge (R \vdash X)),$$

$$\mathbf{D5'}. \quad K_w \downarrow X \equiv_{Def} \sim(G \vdash \sim X) \wedge \sim(G \vdash X) \wedge (\sim(G \wedge R \vdash \sim X) \vee \vee (R \vdash \sim X)) \wedge (\sim(G \wedge R \vdash X) \vee (R \vdash X)).$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise lassen wir im weiteren den Index w bei den Modalitäten weg. Wir setzen voraus, daß in einer Formel (oder einem Be-

weis) bei allen faktischen Modalitäten immer der gleiche Index w steht, d. h., wir betrachten weiterhin nur relative Modalitäten bezüglich eines bestimmten Wissens W . Wir werden später Indizes schreiben, wenn in einer Formel Modalitäten bezüglich verschiedenen Wissens auftreten. Weiter schreiben wir anstelle von $\downarrow X$ überall x .

Aus den angegebenen Definitionen ergeben sich als Folgerung u. a. folgende Theoreme, deren Beweis wir hier nicht angeben:

$$\mathbf{T1.} \quad Nx \supset Mx,$$

$$\mathbf{T2.} \quad Nx \supset X,$$

$$\mathbf{T3.} \quad X \supset Mx.$$

Die Formeln $Mx \supset X$, $X \supset Nx$, $Mx \supset Nx$ sind hingegen keine Theoreme.

$$\mathbf{T4.} \quad \sim Mx \equiv N\sim x,$$

$$\mathbf{T5.} \quad Nx \equiv \sim C^1x,$$

$$\mathbf{T6.} \quad \sim X \vee Nx \equiv \sim C^2x,$$

$$\mathbf{T7.} \quad N\sim x \vee Nx \equiv \sim Kx.$$

Eine der Aufgaben der modalen Logik besteht darin, Regeln für solche Fälle aufzustellen, in denen sich die Modalitäten auf zusammengesetzte Ereignistermini beziehen. Wir betrachten einige solcher Regeln. Da wir die klassische Logik voraussetzen, gilt trivialerweise:

$$\mathbf{T8.} \quad Nx \equiv N\sim\sim x,$$

$$\mathbf{T9.} \quad Mx \equiv M\sim\sim x,$$

und analog für alle übrigen Modalitäten. Man kann sich leicht davon überzeugen, daß bei unserer Deutung der Modalitäten gilt:

$$\mathbf{T10.} \quad Nx \wedge Ny \supset N(x \wedge y).$$

Von einigen Autoren (Łukasiewicz²⁴, Sinowjew²⁵) wird auch die Umkehrung dieses Theorems $N(x \wedge y) \supset Nx \wedge Ny$ akzeptiert. Wir zeigen, warum diese Formel bei unserer Deutung der Modalitäten nicht gilt. Nach D1 läßt sich diese Formel folgendermaßen schreiben:

$$\begin{aligned} & (G \vdash X \wedge Y) \vee (G \wedge R \vdash X \wedge Y) \wedge \sim(R \vdash X \wedge Y) \supset \\ & \supset ((G \vdash X) \vee (G \wedge R \vdash X) \wedge \sim(R \vdash X)) \wedge \\ & \wedge ((G \vdash Y) \vee (G \wedge R \vdash Y) \wedge \sim(R \vdash Y)). \end{aligned}$$

²⁴J. Łukasiewicz: A System of Modal Logic. A. a. O. S. 255

²⁵A. A. Sinowjew: Komplexe Logik. S. 255

Wir nehmen an, das Antezedent dieser Subjunktion gelte, und unterscheiden die beiden Fälle, daß das erste oder das zweite Adjunktionsglied des Antezedents gilt. Im ersten Fall erhalten wir die Behauptung des Konsequents, da wir aus $G \vdash X \wedge Y$ auch $G \vdash X$ und $G \vdash Y$ gewinnen. Im zweiten Fall erhalten wir aus $G \wedge R \vdash X \wedge Y$ zwar $G \wedge R \vdash X$ und $G \wedge R \vdash Y$, aber aus $\sim(R \vdash X \wedge Y)$ folgt nicht $\sim(R \vdash X)$ und $\sim(R \vdash Y)$. Diese beiden Formeln wären jedoch zur Rechtfertigung der Behauptung des Konsequents erforderlich. Aus T10 gewinnt man leicht:

T11. $M(x \vee y) \supset Mx \vee My.$

Betrachten wir noch die Formel $N(x \vee y) \supset Nx \vee Ny$, die einige Autoren (z. B. Łukasiewicz²⁶) als Theorem der Modallogik akzeptieren, während andere Autoren (z. B. Lewis²⁷) sie verwerfen. Da diese Formel manchmal zur Rechtfertigung des Fatalismus benutzt wird, zeigen wir, daß sie bei unserer Deutung der Modalitäten nicht gilt. Wir setzen in dieser Formel für Y die Formel $\sim X$ ein, schreiben die so gewonnene Formel nach D1 um und erhalten:

$$\begin{aligned} & (G \vdash X \vee \sim X) \vee (G \wedge R \vdash X \vee \sim X) \wedge \sim(R \vdash X \vee \sim X) \supset \\ & \supset ((G \vdash X) \vee (G \wedge R \vdash X) \wedge \sim(R \vdash X)) \vee \\ & \vee ((G \vdash \sim X) \vee (G \wedge R \vdash \sim X) \wedge \sim(R \vdash \sim X)). \end{aligned}$$

Es ist aber durchaus möglich, daß $G \vdash X \vee \sim X$ bzw. $G \wedge R \vdash X \vee \sim X$ gelten, während $G \vdash X$ und $G \vdash \sim X$ bzw. $G \wedge R \vdash X$ und $G \wedge R \vdash \sim X$ beide nicht gelten. Hieraus ergibt sich, daß bei unserer Deutung der Modalitäten auch die Formel $Mx \wedge My \supset M(x \wedge y)$, die von Łukasiewicz ebenfalls akzeptiert wird, kein Theorem ist.

Wir wollen hier die Modallogik nicht näher entwickeln, da die angegebenen Theoreme zur Behandlung unserer philosophischen Problematik ausreichend sind.

5 Logische Modalitäten

Aus den faktischen Modalitäten erhält man die sogenannten logischen Modalitäten auf folgende Weise. In der Definition von N (D1) wird W durch L ersetzt, wobei L die Gesetze (Theoreme, Tautologien) der akzeptierten Logik sind. R ist in diesem Falle leer, d. h., als Wissen, aus dem geschlossen wird,

²⁶J. Łukasiewicz: A System of Modal Logic. A. a. O. S. 374

²⁷C. I. Lewis/C. H. Langford: Symbolic Logic. New York 1959. S. 167 f.

werden nur die Gesetze der Logik zugelassen. Wir erhalten dann zunächst folgende Definition der logischen Notwendigkeit:

$$\mathbf{D6.} \quad N_L \downarrow X \equiv_{Def} L \vdash X.$$

Da L jedoch als Logik akzeptiert ist, läßt sich diese Definition auch folgendermaßen schreiben:

$$\mathbf{D6'}. \quad N_L \downarrow X \equiv_{Def} \vdash X.$$

Die logische Möglichkeit wird entsprechend definiert als:

$$\mathbf{D7.} \quad M_L \downarrow X \equiv_{Def} \sim N_L \downarrow \sim X,$$

oder anders geschrieben:

$$\mathbf{D7'}. \quad M_L \downarrow X \equiv_{Def} \sim(\vdash \sim X)$$

Die logische Zufälligkeit definieren wir folgendermaßen:

$$\mathbf{D8.} \quad C_L \downarrow X \equiv_{Def} \sim N_L \downarrow X.$$

Aus den Definitionen ergeben sich u. a. folgende Theoreme (anstelle von $\downarrow X$ schreiben wir wieder x):

$$\mathbf{T12.} \quad N_L x \supset X,$$

$$\mathbf{T13.} \quad \sim X \supset \sim N_L x,$$

$$\mathbf{T14.} \quad N_L \sim x \supset \sim M_L x,$$

$$\mathbf{T15.} \quad X \supset M_L x,$$

$$\mathbf{T16.} \quad N_L x \equiv \sim C_L x.$$

Da beim Aufbau jeder Wissenschaft eine Logik L vorausgesetzt und akzeptiert wird, gelten auf Grund der gewählten Definitionen folgende Beziehungen zwischen logischen und faktischen Modalitäten (die Indizes bei faktischen Modalitäten lassen wir wieder weg):

T17. $N_Lx \supset Nx$,

T18. $Mx \supset M_Lx$,

T19. $\sim Nx \supset \sim N_Lx$,

T20. $\sim M_Lx \supset \sim Mx$.

Die letzten vier Theoreme zeigen, daß die logischen Modalitäten Grenzen für die faktischen Modalitäten festlegen. T17 besagt: Was logisch notwendig ist, ist auch faktisch notwendig, während T20 besagt: Was logisch unmöglich ist, ist auch faktisch unmöglich.

6 Widerlegung einiger „Argumente“ für die Grundthesen des Fatalismus, Tychismus und Antifatalismus

Bei der von uns vorgeschlagenen Deutung der Modalitäten gibt es keinerlei Gründe für ein Akzeptieren einer der drei Grundthesen. In der Literatur werden die genannten Thesen meist entweder gar nicht begründet, sondern nur als Überzeugung geäußert oder aber mit weitschweifigen Erörterungen gestützt, die einer logischen Kritik nicht standhalten. Doch es gibt auch einige Argumente, die sich in der Geschichte der Philosophie lange gehalten haben. So versuchte man etwa, den Fatalismus mit Hilfe des Kausalprinzips oder mit Hilfe des logischen Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten zu begründen. Auf das Kausalprinzip können wir im Rahmen dieses Artikels nicht eingehen. Wir betrachten nur die Argumentation zur Stützung des Fatalismus aus dem Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten

$$X \vee \sim X.$$

Das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten in der angegebenen Form ist wahr, sogar logisch wahr. Es gilt für beliebige Aussagen X , also auch, wenn X eine Zukunftsaussage ist. Es gilt aber allein auf Grund der Eigenschaften der in ihm vorkommenden logischen Operatoren und ist keine ontologische Behauptung. Aus dem Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten wird bei dem Begründungsversuch des Fatalismus aber falsch geschlossen, daß eine Zukunftsaussage X entweder wahr oder falsch ist, und zwar wahr bzw. falsch seit aller Ewigkeit. Hier wird das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten mit dem Prinzip der Zweiwertigkeit verwechselt, nach dem jede Aussage (immer) genau einen der beiden Wahrheitswerte „wahr“ oder „falsch“ hat. Dieses Prinzip gilt aber nicht uneingeschränkt. Wir können für eine beliebige Zukunftsaussage

X zwar behaupten: Wenn X wahr ist, so ist $\sim X$ falsch; und wenn X falsch ist, so ist $\sim X$ wahr. Wir können auch behaupten: X wird wahr sein oder $\sim X$ wird wahr sein. Doch heute können wir von einer beliebigen Zukunftsaussage weder begründet sagen, sie sei wahr noch sie sei falsch, heute ist sie vielmehr (im allgemeinen) unüberprüfbar. Sie wird sich vielmehr erst als wahr oder falsch herausstellen. Gerade deshalb wurden ja die Modalitäten eingeführt. Mit ihrer Hilfe können wir schon heute begründete Prognosen formulieren.

Ein weiteres Argument zugunsten des Fatalismus geht ebenfalls vom Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten aus. Man argumentiert folgendermaßen: $X \vee \sim X$ ist ein logisches Gesetz, also logisch notwendig: $N_L(x \vee \sim x)$. Aus der logischen Notwendigkeit folgt aber die faktische: $N(x \vee \sim x)$. Hieraus schließt man dann auf: $Nx \vee N\sim x$. Wir hatten aber bereits gesehen, daß solch ein Schluß bei unserer Deutung der Modalitäten nicht korrekt ist. Łukasiewicz, der den letzten Schluß akzeptiert, bestreitet, um nicht zu fatalistischen Konsequenzen zu gelangen, die in T17–T20 angegebenen Beziehungen zwischen logischen und faktischen Modalitäten.

7 Einige absurde Folgerungen aus den Grundthesen des Fatalismus, Tychismus und Antifatalismus

Obwohl wir gesehen haben, daß es keine Gründe für ein Akzeptieren der Grundthesen des Fatalismus, Tychismus und Antifatalismus gibt, nehmen wir im folgenden einmal an, diese Thesen würden gelten, und untersuchen, welche Konsequenzen sich daraus ergeben. Zunächst nehmen wir die Grundthese des Fatalismus als gültig an, d. h., wir akzeptieren:

$$(1) \quad X \supset Nx.$$

Auf Grund des Gesetzes $Nx \supset X$ erhalten wir dann die Formel:

$$(2) \quad X \equiv Nx,$$

d. h. die Behauptung: Eine Aussage X gilt genau dann, wenn das Ereignis $\downarrow X$ notwendig ist.

Wir hatten bereits gesehen, daß sich alle anderen Modalitäten mit Hilfe von N definieren lassen. Auf Grund der beiden Bisubjunktionen $Mx \equiv \sim N\sim x$ und $Cx \equiv X \wedge M\sim x$ können wir daher in beliebigen modalen Aussagen die beiden Modalitäten „möglich“ und „zufällig“ und ihre Negationen durch die Modalität „notwendig“ ausdrücken. (Wir betrachten hier nicht die verschiedenen möglichen Deutungen der Zufälligkeit als C^1 , C^2 und

K , sondern nur die Zufälligkeit C^2 und lassen deshalb den Index weg. Eine Einbeziehung der anderen Formen der Zufälligkeit würde zu analogen Ergebnissen führen.) Auf Grund der aus der Grundthese des Fatalismus gewonnenen Formel 2 läßt sich aber ein beliebiger Ausdruck Nx durch X und ein beliebiger Ausdruck $\sim Nx$ durch $\sim X$ ersetzen. Wir können also in beliebigen modalen Kontexten alle Modalitäten ausmerzen, ohne daß sich die Bedeutung des ursprünglichen Textes ändert. Ein Akzeptieren der Grundthese des Fatalismus läuft also faktisch darauf hinaus, auf einen Gebrauch von modalen Prädikaten überhaupt zu verzichten. Aus den wenigen angegebenen Regeln der modalen Logik und aus der Grundthese des Fatalismus erhalten wir, daß einerseits die Behauptungen X , Nx , $\sim M\sim x$, Mx und $\sim N\sim x$ sowie andererseits die Behauptungen $\sim X$, $N\sim x$, $\sim Mx$, $M\sim x$ und $\sim Nx$ jeweils äquivalent sind. Wir zeigen dies für die erste Reihe von Behauptungen. X ist mit Nx auf Grund von 2 und mit $\sim M\sim x$ auf Grund der Definition von M äquivalent. Es bleibt nur zu zeigen, daß diese Ausdrücke mit Mx äquivalent sind, da ja $\sim N\sim x$ mit diesem Ausdruck wieder definitionsgemäß äquivalent ist.

Aus 2 erhalten wir nach dem Gesetz der Kontraposition:

$$(3) \quad \sim Nx \equiv \sim X.$$

Aus der Definition $Nx \equiv \sim M\sim x$ ergibt sich durch Kontraposition:

$$(4) \quad \sim Nx \equiv M\sim x.$$

Aus 3 und 4 folgt aber:

$$(5) \quad \sim X \equiv M\sim x.$$

Durch Einsetzung von $\sim X$ für X gewinnen wir aus 5:

$$(6) \quad \sim\sim X \equiv M\sim\sim x$$

und aus 6 schließlich:

$$(7) \quad X \equiv Mx.$$

Analog läßt sich die Äquivalenz der Behauptungen der zweiten angegebenen Reihe nachweisen.

Wenn wir unsere Definition von „zufällig“ zugrunde legen, läßt sich aus der Grundthese des Fatalismus die Formel $\sim Cx$, d. h. kein Ereignis ist zufällig, ableiten. Aus der Definition von C erhalten wir:

$$(8) \quad \sim Cx \equiv \sim(X \wedge M\sim x),$$

oder anders geschrieben:

$$(9) \quad \sim Cx \equiv \sim X \vee \sim M\sim x.$$

Angenommen, es gilt X . Dann gilt auf Grund von $X \equiv \sim M\sim x$ auch $\sim M\sim x$. Hieraus erhalten wir durch Einführung der Adjunktion $\sim X \vee \sim M\sim x$, d. h. nach 9 auch $\sim Cx$. Angenommen, es gilt $\sim X$. Dann erhalten wir durch Einführung der Adjunktion wieder $\sim X \vee \sim M\sim x$, d. h. wiederum $\sim Cx$. Wir haben also:

$$(10) \quad \sim Cx.$$

Ein Fatalist bewertet also alle Ereignisse, ganz gleich, ob sie geschehen sind oder nicht, als nicht zufällig. Alle Ereignisse, die geschehen, bewertet er als notwendig und möglich, und ihr Gegenteil als nicht notwendig und unmöglich, d. h., er akzeptiert:

$$(11) \quad X \equiv Nx \equiv \sim M\sim x \equiv Mx \equiv \sim N\sim x.$$

Ganz analog akzeptiert er die folgende Bisubjunktion:

$$(12) \quad \sim X \equiv N\sim x \equiv \sim Mx \equiv M\sim x \equiv \sim Nx.$$

Der Fatalismus läuft also auf die Entscheidung hinaus, die in den Formeln 11 und 12 vorkommenden Teilausdrücke als synonym anzusehen. Faktisch ist das ein Verzicht auf die Modalitäten, da sich alles, was ein Fatalist sagt, auf Grund von 11 und 12 auch ohne Gebrauch von Modalitäten sagen läßt. Ein Fatalist muß damit noch nicht im Widerspruch zu den Tatsachen stehen. Es ist durchaus möglich, daß er nur Tatsachen konstatiert. Er verzichtet nur auf einen sinnvollen Gebrauch modalen Aussagen unter überflüssiger Verwendung von modalen Ausdrücken. Streichen wir die Modalitäten in seinen philosophischen Grundthesen, und dazu sind wir ja auf Grund von 11 und 12 berechtigt, so erhalten wir die logisch wahren Platitüden „Was war, das war“, „Was ist, das ist“, „Was sein wird, das wird sein“, „Was nicht ist, ist nicht“ usw., d. h. allgemein $X \equiv X$, wobei X eine beliebige empirische Aussage ist. Diese Platitüde kündigt sich bereits in dem schon angeführten Spinoza-Zitat an, wonach die Dinge auf keine andere Weise und in keiner anderen Ordnung (von Gott) hervorgebracht werden, als sie tatsächlich hervorgebracht worden sind.

Die Tatsache, daß der Fatalismus faktisch auf einen sinnvollen Gebrauch von Modalitäten verzichtet, wurde bereits von F. Engels erkannt, der in seiner Arbeit „Dialektik der Natur“ schreibt:

„Die Zufälligkeit ist hier nicht aus der Notwendigkeit erklärt, die Notwendigkeit ist vielmehr heruntergebracht auf die Erzeugung von bloß Zufälligem. Wenn das Faktum, daß eine bestimmte Erbsenschote sechs Erbsen enthält und nicht fünf oder sieben, auf derselben Ordnung steht wie das Bewegungsgesetz des Sonnensystems oder das Gesetz der Verwandlung der Energie, dann ist in der Tat nicht die Zufälligkeit in die Notwendigkeit erhoben, sondern die Notwendigkeit degradiert zur Zufälligkeit“²⁸

Betrachten wir jetzt, welche Konsequenzen sich aus der Annahme der Grundthese des Tychismus ergeben. Dazu nehmen wir an, die Grundthese des Tychismus gelte, d. h., wir akzeptieren:

$$(13) \quad X \supset Cx.$$

Nach der Definition von Cx gilt dann:

$$(14) \quad X \supset X \wedge M\sim x.$$

Nach dem aussagenlogischen Gesetz $(p \supset q \wedge r) \supset (p \supset q) \wedge (p \supset r)$ erhalten wir aus dieser Formel:

$$(15) \quad X \supset M\sim X,$$

d. h., jedes Ereignis, das geschieht, kann auch nicht geschehen. Ersetzen wir in 15 M durch N , so bekommen wir:

$$(16) \quad X \supset \sim Nx.$$

Da aber in der Modallogik $Nx \supset X$ gilt, gewinnen wir auf Grund der Transitivität der Subjunktion:

$$(17) \quad Nx \supset \sim Nx.$$

Durch eine Einsetzung in das aussagenlogische Gesetz $(p \supset \sim p) \supset \sim p$ ergibt sich aus 17 die Formel:

$$(18) \quad \sim Nx.$$

Ganz analog läßt sich auch $\sim N\sim x$ aus der Grundthese des Tychismus ableiten:

$$(19) \quad \sim X \supset C\sim x.$$

$$(20) \quad \sim X \supset Mx,$$

²⁸F. Engels: Dialektik der Natur. In: K. Marx/F. Engels: Werke. Bd. 20. Berlin 1962. S. 488

$$(21) \quad \sim X \supset \sim N \sim x,$$

$$(22) \quad N \sim x \supset \sim X,$$

$$(23) \quad N \sim x \supset \sim N \sim x,$$

$$(24) \quad \sim N \sim x.$$

Aus der Grundthese des Tychismus folgt also, daß jedes beliebige Ereignis, ganz gleich, ob es geschieht, nicht notwendig ist. Aus 24 ergibt sich unmittelbar:

$$(25) \quad Mx,$$

d. h., alles ist möglich.

Der Tychismus führt also genauso wie der Fatalismus zu einem Verzicht auf einen sinnvollen Gebrauch von Modalitäten.

Werden die Modalitäten nicht nur auf empirische Aussagen, sondern auch auf logisch wahre und logisch falsche angewandt, und werden die Beziehungen zwischen logischen und faktischen Modalitäten berücksichtigt, so führt die Grundthese des Tychismus sogar zum Widerspruch:

$$(26) \quad \sim(X \wedge \sim X),$$

$$(27) \quad N_L \sim(x \wedge \sim x),$$

$$(28) \quad N_L \sim(x \wedge \sim x) \supset N \sim(x \wedge \sim x),$$

$$(29) \quad N \sim(x \wedge \sim x),$$

$$(30) \quad N \sim(x \wedge \sim x) \supset \sim M(x \wedge \sim x),$$

$$(31) \quad \sim M(x \wedge \sim x).$$

Da in 25 X eine beliebige Aussage sein kann, gilt insbesondere

$$(32) \quad M(x \wedge \sim x).$$

Zwischen 31 und 32 besteht offenbar ein Widerspruch. Um ihn zu beseitigen, müßte man also entweder die Gesetze der Modallogik abändern, d. h. den modalen Prädikaten eine ganz andere Bedeutung geben, oder man müßte die Grundthese des Tychismus fallen lassen.

Sehen wir uns noch einige Konsequenzen aus der Grundthese des Antifatalismus an. Wir akzeptieren deshalb die folgenden Formeln:

$$(33) \quad X \supset \sim N x,$$

$$(34) \quad \sim X \supset \sim N \sim x.$$

Aus 33 erhalten wir durch Kontraposition:

$$(35) \quad Nx \supset \sim X,$$

und aus 34 die Formel:

$$(36) \quad N\sim x \supset X.$$

Wenn wir in 34 N durch M ersetzen, bekommen wir:

$$(37) \quad \sim X \supset Mx.$$

Durch Kontraposition ergibt sich aus 37:

$$(38) \quad \sim Mx \supset X.$$

Da aber $X \supset Mx$ ein Gesetz der Modallogik ist, gewinnen wir aus 38 wegen der Transitivität der Subjunktion:

$$(39) \quad \sim Mx \supset Mx.$$

Hieraus erhalten wir:

$$(40) \quad Mx.$$

Das heißt aber, daß aus der Grundthese des Antifatalismus folgt: Alles, ganz gleich ob es geschieht oder nicht, ist möglich. Insbesondere gilt:

$$(41) \quad M\sim x \text{ (bzw. } \sim Nx).$$

Wenn nun X gilt, so gewinnen wir $X \wedge M\sim x$, d. h., nach der Definition von C erhalten wir die Grundthese des Tychismus.

$$(42) \quad X \supset Cx.$$

Unter den gleichen Voraussetzungen wie beim Tychismus können wir also auch aus der Grundthese des Antifatalismus einen Widerspruch ableiten.

8 Der dialektische Gebrauch von Modalitäten

In der Hegelschen und auch in der marxistischen Dialektik werden Behauptungen folgender Art aufgestellt: „Die Notwendigkeit setzt sich durch lauter Zufälligkeiten durch“, „Das Notwendige ist zufällig, das Zufällige notwendig“, „Die Möglichkeit wird zur Notwendigkeit“ usw. Auf den ersten Blick scheint dieser dialektische Gebrauch der modalen Termini im Widerspruch zu dem bisher erörterten logisch normierten Gebrauch der Modalitäten zu stehen.

Von einigen Logikern wird ersterer deshalb als sinnlos verworfen, während einige Dialektiker eine logische Normierung der Modalitäten als Metaphysik abtun. Beide Auffassungen sind jedoch unbegründet. Unsere Auffassung der Modalitäten führt ganz natürlich zu einem dialektischen Gebrauch der Modalitäten. Im Abschnitt 4 haben wir für die faktischen Modalitäten keine Definition, sondern ein Definitionsschema gegeben, in dem W , G und R Konstanten waren. Es ist nicht Sache der Logik, diese Konstanten zu bestimmen. Vielmehr wird in jeder Einzelwissenschaft bestimmt, was Wissen, was Gesetzeswissen und was rein empirisches Wissen ist. Faktisch verhält es sich so, daß für jede Prognose nur ein begrenztes Wissen $W_1(G_1 \wedge R_1)$ herangezogen wird. Nehmen wir an, für eine bestimmte Zukunftsaussage ergibt sich dabei $C_{W_1}x$. Wenn wir diese Prognose präzisieren wollen, ziehen wir ein erweitertes Wissen W_2 heran usw. Dabei kann sich durchaus ergeben, daß $N_{W_2}x$ gilt. Das heißt, dieselbe Aussage X ist bezüglich des Wissens W_1 zufällig, während sie bezüglich des Wissens W_2 notwendig ist.

Weiter hatten wir Wissen als wahre Aussagen gefaßt. Faktisch haben wir aber selten absolute Gewißheit, ob unser vermeintliches Wissen auch Wissen ist. Trotzdem leiten wir daraus Prognosen ab, weil uns praktisch nichts anderes übrig bleibt. Unser Definitionsschema der faktischen Notwendigkeit gibt uns also keine Garantie dafür, daß wir wahre Prognosen erhalten, sondern dazu muß eine ganze Reihe anderer Umstände berücksichtigt werden. Die ganze Problematik der Relativität der Wahrheit spielt bei der Aufstellung von Prognosen eine Rolle. Weiter ist praktisch gar nicht immer feststellbar, ob $W \vdash X$ gilt oder nicht, d. h., wir müssen hier die Unbestimmtheit und zwei Formen der Negation berücksichtigen.

Wir haben hier nur einige Probleme genannt, die zum dialektischen Gebrauch der Modalitäten zwingen, ohne sie detailliert untersuchen zu können. Wichtig ist nur, daß der dialektische Gebrauch der Modalitäten ihre logisch korrekte Einführung voraussetzt und daß sich Logik und Dialektik in dieser Problematik keineswegs widersprechen, sondern ergänzen. Verwirft ein Dialektiker die logische Normierung der Modalitäten, so wird die Dialektik zur Mystik. Eine sinnvolle logische Normierung der Modalitäten führt hingegen direkt zu ihrem dialektischen Gebrauch. Allerdings haben wir hier nur die Verwendung von relativen Modalitäten logisch gerechtfertigt. Die absoluten Modalitäten erfordern eine gesonderte Untersuchung.

Kritik der Kantschen Antinomien der reinen Vernunft in der Wissenschaftslogik*

Einen großen Philosophen der Vergangenheit kann man verschieden würdigen. Einerseits läßt sich sein Platz in der Philosophiegeschichte bestimmen, indem man zeigt, welche Problemstellungen seiner Vorgänger er aufgegriffen und modifiziert, was er ihnen gegenüber Neues geleistet und wie Nachfolger seine Ideen weiterverfolgt und ganz oder teilweise kritisch überwunden haben. Andererseits kann man die Werke des betreffenden Philosophen einfach hernehmen und die dort geäußerten Ansichten mit dem heutigen Wissensstand auf den jeweiligen Gebieten vergleichen. Beide Vorgehensweisen sind legitim, doch nur zusammengenommen ermöglichen sie eine korrekte Gesamteinschätzung des betreffenden Philosophen. Im vorliegenden Artikel beschränken wir uns auf die zweite Vorgehensweise. Aus dem Gebäude der Kantschen Philosophie wählen wir nur die Antinomienproblematik aus. Dabei verwenden wir teilweise Methoden der modernen Logik und zeigen, wie diese bei der Lösung einzelner Probleme der Philosophie nutzbringend verwendet werden können.

1 Verzeichnis der wichtigsten logischen Symbole

Im weiteren verwenden wir folgende logische Symbole, um einzelne Thesen eindeutig zu formulieren und übersichtlicher darzustellen:

*Erstveröffentlichung in: *Zum Kantverständnis unserer Zeit. Beiträge zur marxistisch-leninistischen Kantforschung*, Herausgegeben von H. Ley, P. Ruben, G. Stiehler, Berlin 1975, S. 281–319.

$\sim$	– äußere Negation,
$\neg$	– innere Negation,
$\wedge$	– Konjunktion,
$\vee$	– Adjunktion,
$\supset$	– Subjunktion,
$\vdash$	– Zeichen der Folgebeziehung,
$\dashv$	– gegenseitige Folgebeziehung,
$\rightarrow$	– Konditionalitätsoperator,
$?$	– Unbestimmtheitszeichen,
$\leftarrow$	– Prädikationsoperator,
$\forall$	– Alloperator,
$\exists$	– Existenzoperator,
$\in$	– Elementbeziehung,
E	– Prädikat der Existenz,
M	– Prädikat „möglich“,
$\Rightarrow$	– zweistelliges Prädikat der Veränderung,
$> a$	– zweistelliges Prädikat des Übertreffens bezüglich a ,
$< a$	– zweistelliges Prädikat des Untertreffens bezüglich a ,
$= a$	– zweistelliges Prädikat der Gleichheit bezüglich a ,
$\downarrow$	– der terminibildende Operator „die Tatsache, daß“. ¹

Einige weitere Symbole und ihre Verwendung geben wir im Text an.

2 Was sind Antinomien und wie werden sie gelöst?

Unter einer Antinomie versteht man zwei einander sich logisch widersprechende Thesen, die beide aus einer gewissen Anzahl von Voraussetzungen, die als wahr angenommen werden, logisch ableitbar sind. $A^1, \dots, A^n$ mögen die als wahr angenommenen Voraussetzungen sein, B und $\sim B$ die beiden Thesen der Antinomie. Beim Vorliegen einer Antinomie gelten dann die Behauptungen:

¹Die logischen Regeln für die angegebenen logischen Operatoren und Prädikate finden wir in den Arbeiten: Vgl. A. A. Sinowjew, Komplexe Logik. Grundlagen einer logischen Theorie des Wissens, Berlin 1970; A. Sinowjew/H. Wessel, Logische Sprachregeln. Eine Einführung in die Logik, Berlin 1975.

$$(1) \quad A^1 \wedge \dots \wedge A^n \vdash B,$$

$$(2) \quad A^1 \wedge \dots \wedge A^n \vdash \sim B,$$

wobei $\sim$, $\wedge$, $\vdash$ entsprechend die logische Negation, Konjunktion und die logische Folgebeziehung sind. Aus diesen beiden Formeln folgt logisch die Formel

$$(3) \quad A^1 \wedge \dots \wedge A^n \vdash B \wedge \sim B.$$

Da der Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch

$$(4) \quad \sim(B \wedge \sim B)$$

ein logisches Gesetz ist, folgt aus 3 und 4 die Formel

$$(5) \quad \sim(A^1 \wedge \dots \wedge A^n).$$

Diese Formel ist der folgenden äquivalent ($\vee$ ist die Adjunktion):

$$(6) \quad \sim A^1 \vee \dots \vee \sim A^n.$$

Das bedeutet aber, daß beim Vorliegen einer Antinomie mindestens eine der Voraussetzungen nicht gilt. In dem vorliegenden Falle einer Antinomie muß geprüft werden, welche Voraussetzung (Voraussetzungen) falsch ist (sind). Die falschen Voraussetzungen werden dann verworfen.

In logischer Hinsicht ist das Antinomienproblem trivial, im strengen Sinne sind nämlich gar keine Antinomien möglich. Aus welchen Gründen treten im Erkenntnisprozeß aber faktisch Antinomien auf?

Es ist erstens möglich, daß sich These und Antithese gar nicht logisch widersprechen. Dieser Fall liegt sehr häufig vor und kommt meist zustande, weil verschiedene Formen der Negation verwechselt werden. Ein einfaches typisches Beispiel für diesen Fall ist etwa die folgende Argumentation: Ein Diskussionspartner N fragt einen anderen Partner M, ob er für die Entscheidung a sei. M antwortet darauf: „Nein“. Der Partner N entgegnet darauf: „Also bist du gegen die Entscheidung a “. Hierauf antwortet M wiederum: „Nein“. Jetzt wirft N dem M vor, daß er sich selbst logisch widerspreche. Unlogisch ist hier aber nicht M, sondern N. Betrachten wir diese Problematik etwas näher, da sie für die folgende Behandlung der Kantschen Antinomien wesentlich ist. Offenbar gibt es hier für das Verhalten von M drei (und nicht nur zwei) Möglichkeiten: Er kann erstens für die Entscheidung a , zweitens gegen die Entscheidung a und drittens weder für noch gegen die Entscheidung a sein (sie kann ihm gleichgültig sein). Kürzen wir die Aussage „M ist für die Entscheidung a “ mit A ab. Die Antwort „Nein“ des M auf die Frage des N läßt sich dann symbolisch mit der üblichen aussagenlogischen Negation als $\sim A$ schreiben („Es ist nicht so, daß A “). Wenn $\sim A$ gilt, so ist das

keineswegs gleichbedeutend mit der Aussage „M ist gegen die Entscheidung a “, die wir symbolisch als $\neg A$ schreiben, denn es ist ja noch der dritte Fall möglich, daß M weder für noch gegen a ist (symbolisch $\sim A \wedge \sim \neg A$). Die Aussage $\neg A$ ist eine Negation von A , die von der Negation $\sim A$ verschieden ist. In der Geschichte der Logik wurde mehrfach auf den Unterschied dieser beiden Formen der Negation verwiesen, doch auf syntaktischer Ebene wurde erst von A. A. Sinowjew ein korrektes Regelsystem für diese beiden Formen der Negation aufgebaut.² Die Negation $\sim$ bezieht sich immer auf eine ganze Aussage und wird *äußere Negation* genannt. Für sie gelten alle Gesetze der üblichen Negation der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik. Die Negation $\neg$ kommt nur innerhalb von Aussagen vor und bezieht sich jeweils auf einen bestimmten logischen Operator. Sie wird deshalb *innere Negation* genannt.

Betrachten wir den Unterschied zwischen innerer und äußerer Negation am Beispiel der Prädikation und der Struktur von einfachen Aussagen. Wenn wir für ein gegebenes Subjekt s feststellen können, daß es die Eigenschaft P besitzt, so können wir die Aussage bilden „ s besitzt die Eigenschaft P “ (symbolisch: $s \leftarrow P$). Wenn wir für ein gegebenes Subjekt s feststellen können, daß es die Eigenschaft P nicht besitzt, so können wir die Aussage bilden „ s besitzt nicht die Eigenschaft P “ (symbolisch $s \neg \leftarrow P$). Damit sind aber noch nicht alle Möglichkeiten der Prädikation erschöpft, obwohl man sich in der klassischen und auch in der intuitionistischen Logik auf sie beschränkt. Es ist nämlich noch der Fall möglich, daß weder $s \leftarrow P$ noch $s \neg \leftarrow P$ gilt. Dies wird durch eine Aussage der Form $s ? \leftarrow P$ ausgedrückt ($?$ ist das Zeichen der Unbestimmtheit).

Ähnlich wie bei einfachen Aussagen läßt sich die innere Negation für Aussagen anderen Typs, insbesondere für Aussagen mit Quantoren einführen. Zwischen innerer Negation $\neg$ und äußerer Negation $\sim$ bestehen folgende Beziehungen. Während sich die innere Negation immer nur auf den jeweiligen logischen Operator bezieht, bezieht sich die äußere Negation nur auf Aussagen als Ganzes. Die äußere Negation ist ein aussagenlogischer Operator, und die Gesetze für die äußere Negation gelten unabhängig von der inneren Struktur der Aussagen. Ihren Sinn kann man wie folgt erklären: Wenn jemand eine Aussage A behauptet, und ein anderer sagt „Nein, A gilt nicht“ („Es ist nicht so, daß A “), so können wir das als $\sim A$ wiedergeben. Für die äußere Negation gelten alle Gesetze der klassischen Logik. Systematisch einführen läßt sich die äußere Negation nur mit Hilfe der inneren Negation und dem Unbestimmtheitszeichen. Beispielsweise kann man $\sim(s \leftarrow P)$ definieren als „Entweder $(s \neg \leftarrow P)$ oder $(s ? \leftarrow P)$ “, während sich $\sim(s \neg \leftarrow P)$ als „Entweder $(s \leftarrow P)$ oder $(s ? \leftarrow P)$ “ und $\sim(s ? \leftarrow P)$ als „Entweder $(s \leftarrow P)$ oder $(s \neg \leftarrow P)$ “ definie-

²Vgl. ebenda.

ren lassen. Es ist offensichtlich, daß „ $s \leftarrow P$ oder $s? \leftarrow P$ “ kein logisches Gesetz ist, es gilt nur „ $s \leftarrow P$ oder $s \rightarrow \leftarrow P$ oder $s? \leftarrow P$ “. Ebenso folgt aus $\sim(s \rightarrow \leftarrow P)$ nicht $s \leftarrow P$, sondern nur „ $s \leftarrow P$ oder $s? \leftarrow P$ “, während natürlich für beliebige Aussagen A die Gesetze $A \vee \sim A$ und $\sim \sim A \vdash A$ erhalten bleiben.

In der klassischen Logik wird nicht zwischen den beiden verschiedenen Formen (verschiedenen Positionen) der Negation unterschieden, und insbesondere wird folgende Schlußregel als gültig akzeptiert:

$$\sim(s \rightarrow \leftarrow P) \dashv\vdash s \leftarrow P.$$

Diese Regel ist aber im Allgemeinen nicht gültig. Einige einfache Gegenbeispiele mögen das verdeutlichen: Aus dem Satz: „Es gilt nicht: Der Mond ist nicht gerade“ folgt logisch nicht „Der Mond ist gerade“; aus dem Satz „Es gilt nicht: a hat nicht aufgehört, seine Frau zu schlagen“ folgt nicht „a hat aufgehört, seine Frau zu schlagen“; aus dem Satz „Es gilt nicht: in der Dezimalentwicklung von π kommt die Null nicht 10^{10} mal hintereinander vor“ folgt logisch nicht „In der Dezimalentwicklung von π kommt die Null 10^{10} mal hintereinander vor“. In all diesen Beispielen ist nämlich – genau wie in unserem Beispiel mit M und N – noch ein dritter Fall möglich. Im allgemeinen gilt also nicht die oben angegebene Regel, sondern nur:

$$\sim(s \rightarrow \leftarrow P) \dashv\vdash (s \leftarrow P) \vee (s? \leftarrow P).$$

Diesen allgemeinen Fall nennen wir im Anschluß an Sinowjew den *nicht-klassischen Fall*. In ihm werden die verschiedenen Positionen der Negation und die Unbestimmtheit berücksichtigt. Der speziellere Fall, in dem es nicht nötig ist, diese beiden verschiedenen Positionen der Negation und der Unbestimmtheit zu berücksichtigen, wird hingegen *klassischer Fall* genannt. Wir werden im weiteren sehen, daß einige Antinomien bei Kant nur auf einer Verwechslung eines nichtklassischen mit dem klassischen Fall beruhen.

Zweitens ist es möglich, daß These oder Antithese der betreffenden Antinomie oder sogar beide gar nicht logisch aus den akzeptierten Voraussetzungen folgen. Hier werden meistens irgendwelche psychischen Assoziationen mit der logischen Folgebeziehung verwechselt. Ein typisches Beispiel für diesen Fall ist die Zenonsche Aporie von Achilles und der Schildkröte, wie sie gewöhnlich dargestellt wird.³ Hier ist also gar keine Antinomie zu lösen, da sie gar nicht zustande kommt.

Weiter kann eine Antinomie auftreten, weil eine oder mehrere der Voraussetzungen falsch sind. Dies kann wieder verschiedene Gründe haben. Es kann an der Mehrdeutigkeit oder Unschärfe der verwendeten Terminologie liegen oder die betreffenden Voraussetzungen sind zwar in einer präzisen Terminolo-

³A. A. Zinov'ev, Logika Nauki, Moskva 1971.

gie formuliert, werden aber aus irgendwelchen Gründen als wahr akzeptiert, obwohl sie sich bei genauerer Analyse als falsch erweisen.

Treten in einem Wissensbereich oder in der Philosophie Antinomien auf, so ist das nur ein Anzeichen dafür, daß irgendwelche Fehler bei der Beschreibung der betreffenden objektiven Situation gemacht wurden. Im Einzelfalle ist es manchmal recht schwierig, diese Fehler aufzufinden. Eine der Aufgaben der Wissenschaftslogik ist es, dabei zu helfen.

3 Von der Kritik der Vernunft zur Kritik der Sprache

Es ist erstaunlich, daß ein so kritischer Denker wie Kant ein so vollkommen unkritisches Verhältnis zur Sprache hatte. Das wird teilweise verständlich, wenn man die philosophische Tradition beachtet, in der Kant stand. Kant war noch vollkommen in dem platonisch-christlichen Dualismus von Geist und Körper befangen, der besonders in der Philosophie von Descartes prägnant ausgeprägt wurde. Das Verdienst von Descartes war es, daß er die Autoritätsphilosophie der Scholastik durch seine Philosophie des Zweifels ersetzte. Er glaubte, das letzte Kriterium der Gewißheit im individuellen Bewußtsein zu finden.

Deshalb ersetzte er die scholastische Autoritätsmethode durch individuelle Evidenz, Intuition, angeborene Ideen usw., kurz durch eine Methode der Apriorität. Er ersetzte die Autorität der Kirche durch die Autorität der Vernunft und verfestigte die dualistische Entgegensetzung von Geist und Natur (Körper). Durch den Skeptizismus Humes angeregt, unterzieht Kant die Vernunft selbst einer Kritik. Seine Fragestellung verbleibt aber vollkommen in der überkommenen dualistischen Entgegensetzung von Vernunft und Natur. Von den beiden Möglichkeiten zur Überwindung dieses Dualismus – einer materialistischen und einer idealistischen – entscheidet er sich letztlich für eine im wesentlichen idealistische Variante. Ein Wesenszug seiner Philosophie besteht darin, daß er unsere Erkenntnis und damit die realen Objekte, die erkannt werden, als vom Verstand bestimmt betrachtet. Dabei versucht er nicht zu erklären, wie Verstand und Vernunft sich genetisch in einem naturgeschichtlichen Prozeß entwickelt haben. Er nimmt den Verstand und die Natur beide als gegeben hin und versucht zu erklären, wie die Erkenntnis unter dieser Voraussetzung zustande kommt. Genauso stellt er sich nicht die Frage, wie man intersubjektiv kontrollierbar über solche geistigen Fähigkeiten, wie den Verstand und die Vernunft reden kann. Beide Fragestellungen hätten ihn zweifellos auf die Bedeutung der Sprache in der Erkenntnis geführt.

Das unkritische Verhältnis Kants zur Sprache hat seine Gründe einzig und allein in der Befangenheit in einer bestimmten philosophischen Tradition. Denn bereits eine ganze Reihe von Philosophen, darunter einige Scholastiker, Leibniz und auch einige englische Empiristen, hatten bereits vor ihm die Rolle der Sprache für die menschliche Erkenntnis in wichtigen Zügen erfaßt.

Auch bei dem Zeitgenossen Kants G. Ch. Lichtenberg finden wir philosophisch sehr interessante Aphorismen über die Bedeutung der Sprache. So heißt es etwa:

„Die Erfindung der Sprache ist vor der Philosophie hergegangen, und das ist es, was die Philosophie erschwert, zumal, wenn man sie anderen verständlich machen will, die nicht viel selbst denken. Die Philosophie ist, wenn man sie spricht, immer genötigt, die Sprache der Unphilosophie zu reden.“

Noch interessanter und tiefgründiger ist die folgende Bemerkung:

„Ich und mich. Ich fühle mich – sind zwei Gegenstände. Unsere falsche Philosophie ist der ganzen Sprache einverleibt; wir können sozusagen nicht rasonieren, ohne falsch zu rasonieren. Man bedenkt nicht, daß Sprechen, ohne Rücksicht von was, eine Philosophie ist. Jeder der Deutsch spricht, ist ein Volksphilosoph, und unsere Universitätsphilosophie besteht in Einschränkungen von jener. Unsere ganze Philosophie ist Berichtigung des Sprachgebrauchs, also die Berichtigung einer Philosophie, und zwar der allgemeinsten.

Allein die gemeine Philosophie hat den Vorteil, daß sie im Besitz der Deklination und Konjugation ist. Es wird also immer von uns wahre Philosophie mit der Sprache der falschen gelehrt. Wörter erklären hilft nichts; denn mit Wörtererklärungen ändere ich ja die Pronomina und ihre Deklination noch nicht.“⁴

In diesen Aphorismen steckt ein ganzes philosophisches Programm, das jedoch leider lange Zeit im wesentlichen unbeachtet blieb. Trotz der Arbeiten von Herder und Humboldt setzt sich in der deutschen Philosophie zunächst das unkritische Kantsche Verhältnis zur Sprache durch. Erst mit der materialistischen Philosophie Feuerbachs sowie den Arbeiten von Marx und Engels rückt die Sprache wieder mehr ins Blickfeld. Das ist verständlich, denn nur durch eine Berücksichtigung der Sprache ist es möglich, auf materialistischer Grundlage den Dualismus von Körper und Geist zu vermeiden. Feuerbach

⁴G. Ch. Lichtenberg, *Aphorismen, Essays, Briefe*, Leipzig 1970, S. 133 f.

griff 1847 in seiner Leibnizschrift den Gedanken Rudolf Hayms (mit dem er in vielen Punkten polemisierte) auf, von der Vernunftkritik zur Sprachkritik überzugehen und schreibt:

„Wieviel hat man vom Betrug der Sinne geredet, wie wenig von dem Betrug der Sprache, von der doch das Denken unabsonderlich ist! Und doch, wie plump ist der Trug der Sinne, wie fein der Trug der Sprache! Wie lange hat mich die Allgemeinheit der Vernunft, die Allgemeinheit des Fichteschen und Hegelschen Ichs an der Nase herumgeführt, bis ich endlich unter dem Beistand meiner fünf Sinne zum Heil meiner Seele erkannte, daß alle Schwierigkeiten und Geheimnisse des Logos in der Bedeutung der Vernunft ihre Lösung finden in der Bedeutung des Wortes! Darum ist mir das Wort Hayms: ‚die Kritik der Vernunft muß zur Kritik der Sprache werden‘, in theoretischer Bedeutung ein aus der Seele gesprochenes Wort“.⁵

Lenin hat diese Sätze von Feuerbach konspektiert und hält sie für eine der „besonders hervorragenden Stellen“ dieser Arbeit.⁶

Diese Bemerkungen zur Bedeutung der Sprache im Erkenntnisprozeß sind auch in der heutigen philosophischen Diskussion von Bedeutung, denn in der philosophischen, methodologischen und mitunter in der logischen Literatur findet man auch in jüngster Zeit häufig Wendungen wie: „Die Sprache ist die Form des Gedankens“ oder „Die Aufforderung als Denkform“ oder „Die Logik untersucht die Formen (Strukturen) des richtigen Denkens“ usw. Unseres Erachtens werden diese Wendungen häufig unkritisch und gedankenlos gebraucht. Wenn man versucht, den Sinn beispielsweise der Wendung „Die Sprache ist die Form des Gedankens“ zu erfassen, so stößt man sofort auf Schwierigkeiten. Zunächst geht es darum, zu verstehen, was der Terminus „Form“ bedeutet. Wir wollen hier keine Definition des Terminus angeben, sondern uns nur an einem Beispiel seine Verwendungsweise verdeutlichen. Wenn man in dem zusammengesetzten Aussagesatz „ a und b “ die beiden elementaren Aussagesätze a und b entfernt, so erhält man die Aussageform (die Form der Aussage) „... und ...“, in der man in der Logik üblicherweise anstelle der angedeuteten Leerstellen Aussagenvariablen schreibt („ p und q “, wobei p und q nun keine elementaren Aussagesätze mehr sind, sondern Leerstellen für solche). Die Form von irgendeinem Gebilde erhält man also, wenn

⁵L. Feuerbach, Darstellung, Entwicklung und Kritik der Leibnizschen Philosophie, in: Gesammelte Werke, Bd. 3, Berlin 1969, S. 246.

⁶Vgl. W. I. Lenin, Konspekt zu Feuerbachs „Darstellung und Kritik der Leibnizschen Philosophie“, in: Werke, Bd. 38, Berlin 1968, S. 65, 75.

man diesem Gebilde irgendetwas (den Stoff, die Materie, den „Inhalt“ usw.) gedanklich oder wirklich entzieht. Um also die Form eines Gedankens zu bekommen, müßten wir zunächst den Gedanken haben und ihm dann etwas entziehen. Wenn dabei der Anspruch auf Wissenschaftlichkeit erhoben wird, müßte dieser Vorgang außerdem intersubjektiv überprüfbar sein, da sonst allen möglichen subjektiven Spekulationen Tür und Tor geöffnet würden.

Unseres Wissens hat bisher aber noch niemand einen Gedanken isoliert wahrgenommen. Einen Gedanken kann man nicht fühlen, sehen, riechen oder hören, er ist kein sinnlich wahrnehmbares Objekt. Wenn man Wendungen liest, wie „Der Aussagesatz ist der materielle Ausdruck eines Gedankens“, so kann man sich des Eindrucks nicht erwehren, als sei der Gedanke irgendeine geheimnisvolle, geistige, ausdehnungslose, immaterielle Erscheinung, die irgendwo in unserem Kopf angesiedelt ist. Wie dessen Form allerdings ermittelt werden soll, ist zumindest rätselhaft. Die Autoren, die die oben genannten Wendungen publizieren, haben den Dualismus von Geist und Materie, von Gedanken und Sprache, den uns die Tradition überlieferte, noch nicht restlos überwunden, obwohl hierzu eigentlich Marx schon vor über hundert Jahren das Nötige gesagt hat. So schreibt er in der „Deutschen Ideologie“:

„Für die Philosophen ist es eine der schwierigsten Aufgaben, aus der Welt des Gedankens in die wirkliche Welt herabzusteigen. Die unmittelbare Wirklichkeit des Gedankens ist die Sprache. Wie die Philosophen das Denken verselbständigt haben, so mußten sie die Sprache zu einem eigenen Reich verselbständigen. Dies ist das Geheimnis der philosophischen Sprache, worin die Gedanken als Worte einen eigenen Inhalt haben. Das Problem, aus der Welt der Gedanken in die wirkliche Welt herabzusteigen, verwandelt sich in das Problem, aus der Sprache ins Leben herabzusteigen.“⁷

An anderer Stelle der gleichen Arbeit heißt es:

„Der ‚Geist‘ hat von vornherein den Fluch an sich, mit der Materie ‚behaftet‘ zu sein, die hier in Form von bewegten Luftschichten, Tönen, kurz der Sprache auftritt. Die Sprache ist so alt wie das Bewußtsein – die Sprache ist das Praktische, auch für andere Menschen existierende wirkliche Bewußtsein, und die Sprache entsteht, wie das Bewußtsein, erst aus dem Bedürfnis, der Notdurft des Verkehrs mit anderen Menschen . . . Das Bewußtsein ist also von vornherein schon ein gesellschaftliches Produkt und bleibt es, solange überhaupt Menschen existieren.“⁸

⁷K. Marx/F. Engels, Deutsche Ideologie, in: Werke, Bd. 3, Berlin 1958, S. 432.

⁸Ebenda, S. 30 f.

Wenn man hingegen sagt, die Sprache drücke die Gedanken aus oder die Sprache sei die Form des Gedankens, so postuliert man damit implizit zwei verschiedene Seinsbereiche, und es fällt schwer, diesem Dualismus dann zu entfliehen. Mit den besagten Wendungen werden die wirklichen Verhältnisse umgekehrt. In einer konsequent materialistischen Philosophie kommt es nicht nur darauf an, die Grundfrage der Philosophie materialistisch zu beantworten, d. h. das Primat der Materie gegenüber dem Bewußtsein zu behaupten, sondern es geht auch darum, den Begriff „Bewußtsein“ methodisch korrekt einzuführen und die Entstehung des Bewußtseins auf natürliche (materialistische) Weise zu erklären. Dies ist nur möglich, wenn man die untrennbare Einheit von Denken und Sprache berücksichtigt und die Entstehung der Sprache aus der praktischen menschlichen Tätigkeit erklärt. Engels schreibt hierzu in seiner Schrift „Anteil der Arbeit an der Menschwerdung des Affen“:

„Andererseits trug die Ausbildung der Arbeit notwendig dazu bei, die Gesellschaftsglieder näher aneinanderzuschließen, indem sie die Fälle gegenseitiger Unterstützung, gemeinsamen Zusammenwirkens vermehrten und das Bewußtsein von der Nützlichkeit dieses Zusammenwirkens für jeden einzelnen klärte. Kurz, die werdenden Menschen kamen dahin, daß sie einander etwas zu sagen hatten. Das Bedürfnis schuf sich sein Organ: Der unentwickelte Kehlkopf des Affen bildete sich langsam aber sicher um, durch Modulation für stets gesteigerte Modulation, und die Organe des Menschen lernten allmählich einen artikulierten Buchstaben nach dem anderen auszusprechen. . . . Arbeit zuerst, nach und dann mit ihr die Sprache – das sind die beiden wesentlichsten Antriebe, unter deren Einfluß das Gehirn eines Affen in das bei aller Ähnlichkeit weit größere und vollkommeneren eines Menschen allmählich übergegangen ist.“⁹

Wir wollen hier nicht die physiologische Seite der Sprachentwicklung betrachten, auch der genaue historische Gang der Sprachentwicklung soll uns nicht interessieren, für uns ist folgendes wichtig: Erstens begründet Engels materialistisch die Entstehung der Sprache und damit des Denkens. Er zeigt, wie sich im Arbeitsprozeß das Bedürfnis zur Mitteilung und nach einer Sprache herausbildete. Mit der Entwicklung der Arbeit und der Sprache entwickelte sich das Denken. Zweitens ist die Entstehung der Sprache und des Denkens

⁹F. Engels, *Dialektik der Natur*, in K. Marx/F. Engels, *Werke*, Bd. 20, Berlin 1962, S. 446 f.

eine gesellschaftliche Erscheinung. Die menschliche Fähigkeit des Sprechens kann sich nur herausbilden, wenn einige Menschen gemeinsam handeln und produzieren. Drittens schufen die Menschen selber ihre Sprache. Die Sprache ist eine Schöpfung der Menschen, und zwar nicht eines einzelnen Menschen, sondern ein Produkt der menschlichen Gesellschaft, auch kein einmaliger Schöpfungsakt, sondern ein langwieriger Prozeß und eine ständige Aufgabe der Gesellschaft. Mit jedem neuen Bereich der Wirklichkeit, den der Mensch sich praktisch erschließt, erweitert er auch seine Sprache.

Aus der hier skizzierten genetischen Betrachtung der Sprache und des Denkens ergibt sich eine in methodischer Hinsicht wichtige Schlußfolgerung: Das Denken muß ausgehend von der Sprache begründet werden, und man darf dieses Verhältnis nicht umkehren und die Sprache als Ausdruck, Form usw. des Denkens auffassen, ohne zunächst präzise zu klären, was Denken in diesem Zusammenhang denn eigentlich ist. Den Ausgangspunkt hierfür bilden konkrete (gesprochene oder geschriebene) Aussagesätze einer bestimmten Sprache. Solche Sätze sind materielle Gebilde, die wahrnehmbar sind, eine Struktur besitzen und über die man intersubjektiv kontrollierbar sprechen kann. Es bieten sich jetzt zwei unterschiedliche Verwendungsweisen des Terminus „Gedanke“ an. Einerseits kann man unter einem Gedanken einen nicht geäußerten, nur „gedachten“ Aussagesatz verstehen. Dieses Phänomen kennt jeder von uns, wir alle haben uns an Worte und Sätze erinnert, haben Sätze gebildet, ohne sie auszusprechen. Ein Gedanke wäre dann ein nicht geäußerter Satz, und Denken könnte man als „inneres Sprechen“ ansehen. Denken in diesem Sinne ist zwar eine äußerst wichtige soziale Erscheinung, und die Fähigkeit zu ihm ist eine wünschenswerte Eigenschaft, doch Denken in diesem Sinne ist weitgehend nicht intersubjektiv kontrollierbar, falls der Gedanke nicht doch als Aussagesatz ausgesprochen wird.

Andererseits kann man den Terminus „Gedanke“ aber auf folgende Art einführen. Für viele Zwecke ist die konkrete Lautfolge oder Buchstabenfolge eines gesprochenen oder geschriebenen Aussagesatzes gleichgültig, und es kommt nur auf solche Aussagen an, die invariant sind bezüglich einer Übersetzung eines Satzes oder Terminus von einer Sprache in eine andere. Wenn ein bestimmter Satz der deutschen Sprache beispielsweise in den gleichen Situationen und in der gleichen Art und Weise verwendet wird wie ein entsprechender Satz der russischen Sprache (wenn der eine Satz eine korrekte Übersetzung des anderen darstellt), so trifft man häufig nur Aussagen, die für beide Sätze in gleicher Weise gelten. Man sagt in diesem Falle auch, daß von der konkreten Lautgestalt (Buchstabenfolge) und der speziellen Form einer Sprache abstrahiert wird. Man behandelt nicht konkrete Termini einer bestimmten Sprache, sondern spricht nur über Eigenschaften, die bedeutungsgleichen Termini gemeinsam zukommen. Von den konkreten Termini

geht man durch eine Abstraktion mit Hilfe der Äquivalenzrelation „bedeutungsgleich“ zu den Begriffen über. Dabei muß man sich im klaren sein, daß Begriffe nicht „an sich“ existieren. Es existieren nur konkrete Termini. Begriffe kommen dadurch zustande, daß wir über Termini in einer bestimmten eingeschränkten Art und Weise reden. Durch eine ähnliche Abstraktion kann man von den konkreten Aussagesätzen einer Sprache zu den bedeutungsgleichen Aussagesätzen übergehen. Man trifft über Aussagesätze nur solche Aussagen, die invariant bezüglich der Bedeutungsgleichheit sind. Die Abstrakta, die man durch eine solche Abstraktion mit Hilfe der Äquivalenzrelation „bedeutungsgleich“ aus den Aussagesätzen erhält, kann man jetzt „Gedanken“ nennen. In der Literatur werden diese Abstrakta manchmal auch „Urteil“, „Aussage“ (im Unterschied zu „Aussagesatz“) genannt. Auch hier besitzen die Abstrakta (die Gedanken) natürlich keine gesonderte Existenz, sondern sie kommen nur durch unsere Beschränkung in der Redeweise auf in bezug auf Bedeutungsgleichheit invariante Aussagen zustande.

Wir haben zwei mögliche Verwendungsweisen des Terminus „Gedanke“ angegeben. In beiden Fällen erschöpfen diese Termini natürlich nicht das, was umgangssprachlich mit „Denken“ bezeichnet wird. Aber wir haben deutlich gemacht, wie man Termini für sogenannte geistige Gebilde wie „Begriff“ und „Gedanke“ methodisch korrekt einführen kann, ohne zu einer an sich existierenden zweiten Seinsebene des Geistes Zuflucht zu nehmen. Ausgehend von der Sprache, läßt sich eine Reihe weiterer solcher Termini einführen. Wir können im Rahmen dieses Artikels jedoch nicht darauf eingehen.

4 Kants Unterscheidung von allgemeiner (formaler) und transzendentaler Logik

Als Kant im Jahre 1755 Privatdozent in Königsberg wurde, begann er im Wintersemester mit einer Logikvorlesung. Diese Lehrtätigkeit auf dem Gebiet der Logik setzte er bis zum Sommersemester 1796 fort. In dieser 41-jährigen Lehrtätigkeit stützte er sich auf das Lehrbuch von G. F. Meier „Auszug aus der Vernunftlehre“.¹⁰ Auch seine in Buchform von G. B. Jäsche herausgegebenen Vorlesungen zur Logik folgen dem Vorbild G. F. Meiers. Auf dem eigentlichen Felde der Logik hat Kant nichts Eigenständiges hervorgebracht. Es gibt keine logischen Regeln und Gesetze, die er als erster formuliert hat. Eine große Rolle spielen jedoch Kants Auffassungen in der Philosophie der Logik.

¹⁰G. F. Meier, Auszug aus der Vernunftlehre, Halle 1752.

Nach Kant machen Anschauung (Sinnlichkeit) und Begriff die Elemente unserer Erkenntnis aus. Mit den Regeln der Sinnlichkeit überhaupt beschäftigt sich die Ästhetik, während die Logik die Wissenschaft von den Verstandesregeln überhaupt ist.

„Die Logik kann nun wiederum in zweifacher Absicht unternommen werden, entweder als Logik des allgemeinen oder des besonderen Verstandesgebrauchs. Die erste enthält die schlechthin notwendigen Regeln des Denkens, ohne welche gar kein Gebrauch des Verstandes stattfindet, und geht also auf diesen, unangesehen der Verschiedenheit der Gegenstände, auf welche er gerichtet sein mag. Die Logik des besonderen Verstandesgebrauchs enthält die Regeln, über eine gewisse Art von Gegenständen richtig zu denken.“¹¹

Die erste Aufgabe kommt der allgemeine Logik zu, während die zweite, präzisiert auf empirische Gegenstände, der transzendentalen Logik zukommt. Wenden wir uns zunächst Kants Auffassung der allgemeinen Logik zu. In der von Jäsche herausgegebenen Kantschen „Logik“ wird die allgemeine Logik zusammenfassend folgendermaßen charakterisiert:

„Die Logik ist eine Vernunftwissenschaft nicht der Materie, sondern der bloßen Form nach; eine Wissenschaft a priori von den notwendigen Gesetzen des Denkens, aber nicht in Ansehung besonderer Gegenstände, sondern aller Gegenstände überhaupt, aber nicht subjektiv, d. h. nicht nach empirischen (psychologischen) Prinzipien, wie der Verstand denkt, sondern objektiv, d. i. nach Prinzipien a priori, wie er denken soll.“¹²

Kants Auffassung der allgemeinen Logik ist zweifellos ein Fortschritt gegenüber früheren ontologistischen Auffassungen der Logik als allgemeiner Seinslehre. Kant erkannte richtig, daß man die logischen Regeln nicht aus den allgemeinen Gesetzen des Seins (aus der Ontologie) begründen kann, da die Ontologie ja stets schon Logik voraussetzt. Mit seiner Lösung der allgemeinen Logik von der Ontologie bereitet er die spätere Auffassung der formalen Logik vor. Den Terminus „formale Logik“ gebraucht er selten, dieser Terminus wird erst bei Hegel anstelle des von Kant bevorzugten Terminus „allgemeine Logik“ vorherrschend. An einigen Stellen verwendet Kant aber bereits den Terminus „formale Logik“, so etwa, wenn er schreibt:

¹¹I. Kant, *Kritik der reinen Vernunft*, Berlin 1870. S. 101.

¹²Immanuel Kants *Logik*. Ein Handbuch zu Vorlesungen, herausgegeben von G. B. Jäsche, Königsberg 1800, in: I. Kants Werke, Bd. VIII, Berlin 1922, S. 336.

„da die gedachte bloss formale Logik von allem Inhalt der Erkenntnis (ob sie rein oder empirisch sei) abstrahiert und sich bloss mit der Form des Denkens überhaupt beschäftigt, so kann sie in ihrem analytischen Theile auch den Kanon für die Vernunft mit befassen, deren Form ihre sichere Vorschrift hat, die ohne die besondere Natur der dabei gebrauchten Erkenntnis in Betracht zu ziehen, a priori, durch blosser Zergliederung der Vernunftthandlungen in ihre Momente eingesehen werden kann.“¹³

Kant trug mit seiner Auffassung von der allgemeinen Logik dazu bei, die formale Logik als eigenständige philosophische Disziplin, unabhängig von einer Ontologie und Metaphysik zu etablieren. Doch befangen in seinem unvermittelten Dualismus von Denken und Sein, ersetzt er die eine Fehldeutung der Logik als allgemeiner Ontologie durch eine genauso große Fehldeutung der Logik als allgemeiner Denklehre. Dadurch, daß Kant die Rolle der Sprache im Erkenntnisprozeß nicht sah, blieb ihm keine andere Wahl in seiner Logikauffassung. Insofern ist die Kantsche Fehldeutung entschuldbar, während noch heute anzutreffende Bestimmungen der Logik etwa als Lehre von den allgemeinsten Strukturen des richtigen Denkens anachronistisch anmuten. Es ergibt sich nämlich sofort die Frage, wie soll man denn die allgemeinen Gesetze des Denkens (des Verstandes, der Vernunft etc.) erkennen?

Niemand hat bisher ein Denken, einen Verstand, eine Vernunft usw. an sich wahrgenommen. Wie soll man aber die Form des Denkens an sich wahrnehmen und erkennen, wenn man das Denken an sich gar nicht kennt? Wir wissen heute, daß wir nicht ohne Sprache (Zeichen, Kodierung etc.) denken können, daß wir kein Vermögen der Introspektion oder Intuition losgelöst von unserem Sprachgebrauch haben. Alle Erkenntnis kommt durch äußere Fakten und durch die Regeln unseres Sprachgebrauchs zustande. Und Gegenstand der Logik ist nicht das sogenannte Denken an sich, sondern die Logik untersucht nach der Auffassung der Mehrheit der zeitgenössischen Logiker allgemeine Sprachregeln.¹⁴ Kant sah, daß seine Logikauffassung psychologistisch mißverstanden werden konnte und grenzte sich in Worten vom Psychologismus in der Logik ab. Doch seine Auffassung führte in der Folge entweder zum Psychologismus oder aber zum Platonismus in der Logik. Kant selber wollte die Gültigkeit logischer Gesetze (insbesondere das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch, auf dem seiner Ansicht nach die Logik basiert) als eine „Bedingung der Möglichkeit der Erfahrung“ verstanden wissen. Die Redeweise von „den Bedingungen der Möglichkeit der Erfahrung“ spielte in der Kantschen Philosophie insgesamt (nicht nur in bezug auf die Logik) eine

¹³I. Kant, Kritik der reinen Vernunft, S. 164.

¹⁴A. Sinowjew/H. Wessel, Logische Sprachregeln.

große Rolle, und auch heute wird diese Kantsche Redeweise häufig wiederholt. Wir wollen uns deshalb ansehen, was sie bedeuten könnte. Zunächst kann das Wort „Bedingungen“ im verschiedenen Sinne verstanden werden, und es ist bei Kant nicht immer ersichtlich, ob er notwendige oder hinreichende oder notwendige und hinreichende Bedingungen meint. Doch auf diese Problematik wollen wir hier nicht näher eingehen. Wir gehen zunächst von der empirisch wahren Aussage aus, die auch von Kant akzeptiert wird, daß es Erfahrung gibt. Auf Grund des modallogischen Gesetzes

$$p \vdash M\downarrow p$$

folgt daraus aber trivialerweise, daß Erfahrung möglich ist. Die Frage nach der Möglichkeit der Erfahrung hat nur unter genetischem Aspekt einen Sinn (nur unter diesem Aspekt ist sie nicht trivial), wenn man sich eine Situation vorstellt, in der es noch keine Erfahrung gibt, und dann in dieser Situation prüft, ob und wie Erfahrung möglich ist. Grob gesprochen muß man dazu den naturgeschichtlichen Prozeß der Menschwerdung untersuchen. Diesen genetischen Aspekt meint Kant aber ausdrücklich nicht. Und deshalb ist seine Fragestellung unverständlich. Die Frage nach der Möglichkeit der Erfahrung ist, da sie nicht genetisch gemeint ist, genauso sinnlos (oder trivial) wie die Frage nach der Möglichkeit des Universums. Es gibt einfach Fakten, die man als solche hinnehmen muß und für die keine weitere Erklärung möglich bzw. erforderlich ist. Aus ihrer Existenz folgt dann logisch trivialerweise ihre Möglichkeit.

Betrachten wir diese Problematik noch am Beispiel des Satzes vom ausgeschlossenen Widerspruch. Nach Kant ist der Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch eine Bedingung für die Möglichkeit der Erfahrung. Wir kürzen den Satz „Erfahrung existiert“ mit $E(e)$ ab. Dann kann der Kantsche Satz ein Akzeptieren des ersten oder des zweiten oder beider Sätze bedeuten:

- (1) $\sim(p \wedge \sim p) \rightarrow M(\downarrow E(e))$
 $\sim M(\downarrow E(e)) \rightarrow p \wedge \sim p;$
- (2) $p \wedge \sim p \rightarrow \sim M(\downarrow E(e))$
 $M(\downarrow E(e)) \rightarrow \sim(p \wedge \sim p).$

Das Symbol $\rightarrow$ ist hier der Konditionalitätsoperator und darf nicht mit der Subjunktion (materialen Implikation) verwechselt werden.¹⁵ Wenn $\rightarrow$ als Subjunktion gedeutet wird, so sind die angeführten Sätze empirisch wahr, da es Erfahrung gibt. Für ein Akzeptieren dieser Sätze gibt es aber weder

¹⁵Vgl. ebenda.

logische noch empirische Gründe. Zwischen den Vordergliedern und Hintergliedern dieser Konditionalsätze besteht keinerlei logischer oder faktischer Zusammenhang. Daraus wird die Sinnlosigkeit der Kantschen Fragestellung deutlich.

Logisch gilt hingegen:

$$E(e) \vdash M(\downarrow E(e)).$$

Und da $E(e)$ empirisch wahr ist, erhält man $M(\downarrow E(e))$.

Die Frage nach den Bedingungen der Möglichkeit der Erfahrung reduziert sich also auf die Frage nach den Bedingungen der Erfahrung. In allgemeiner Form ist auch diese Frage einfach zu beantworten. So ist etwa die Bedingung der Erfahrung „Die Äpfel in diesem Korb sind reif“ folgende: Erstens die Existenz der Äpfel in diesem Korb (unabhängig vom erkennenden Subjekt) und zweitens ein erkennendes Subjekt mit normalen Sinnesorganen und einer ausreichenden Kenntnis der deutschen Sprache, um den obigen Satz zu formulieren. Allgemein sind die Bedingungen einer Erfahrung die objektive Existenz des zu Erfahrenden und ein normales erkennendes Subjekt. Wenden wir uns jetzt kurz der Kantschen transzendentalen Logik zu.

„Die allgemeine Logik abstrahiert ... von allem Inhalt der Erkenntnis, d. i. von aller Beziehung derselben auf das Objekt und betrachtet nur die logische Form im Verhältnisse der Erkenntnisse aufeinander, d. i. die Form des Denkens überhaupt. Weil es nun aber sowohl reine, als empirische Anschauung giebt ..., so könnte auch wohl ein Unterschied zwischen reinem und empirischem Denken der Gegenstände angetroffen werden. In diesem Falle würde es eine Logik geben, in der man nicht von allem Inhalt der Erkenntnis abstrahierte; denn diejenige, welche bloß die Regeln des reinen Denkens eines Gegenstandes enthielte, würde alle diejenigen Erkenntnisse ausschließen, welche vom empirischen Inhalte wären.“¹⁶

Die transzendente Logik hat nun nach Kant die Aufgabe, die Gesetze des Verstandes aufzustellen, die sich a priori auf die Gegenstände der Erfahrung beziehen. Die Gesetze der transzendentalen Logik sollen sich zwar auf die empirischen Gegenstände beziehen, ihr Ursprung liegt aber nach Kant nicht in der Empirie, sondern sie sind dem Verstand a priori gegeben und machen die Erfahrung empirischer Gegenstände erst möglich. Die transzendente Logik untersucht nach Kant die Gesetze des Verstandes und der Vernunft,

¹⁶I. Kant, Kritik der reinen Vernunft, S. 103.

aber nur insofern sie sich auf Gegenstände a priori beziehen, „und nicht, wie die allgemeine Logik, auf die empirischen sowohl, als reinen Vernunftkenntnisse ohne Unterschied“.¹⁷ Die transzendente Logik wird von Kant in eine transzendente Analytik und eine transzendente Dialektik eingeteilt. Die erstere untersucht die Elemente der reinen Verstandeserkenntnis und die Prinzipien, „ohne welche überall kein Gegenstand gedacht werden kann“¹⁸. Mit der transzendentalen Analytik beschäftigen wir uns in diesem Artikel nicht.

Kant unterschied bekanntlich zwischen den Dingen an sich und den empirischen Gegenständen (Erscheinungen). Auf den fiktiven Charakter dieser Unterscheidung gehen wir später ein. Die Gesetze der transzendentalen Logik gelten nach Kant aber nur für die empirischen Gegenstände, und sie werden mißbraucht, „wenn man sie als das Organon eines allgemeinen und unbeschränkten Gebrauchs gelten lässt und sich mit dem reinen Verstande allein wagt, synthetisch über Gegenstände überhaupt (einschließlich der Dinge an sich – *H. W.*) zu urtheilen, zu behaupten und zu entscheiden. Also würde der Gebrauch des reinen Verstandes alsdann dialektisch sein. Der zweite Teil der transzendentalen Logik muß also eine Kritik dieses dialektischen Scheins sein und heißt transzendente Dialektik, nicht als eine Kunst, dergleichen Schein dogmatisch zu erregen (eine leider sehr gangbare Kunst mannigfaltiger metaphysischer Gaukelwerke), sondern als eine Kritik des Verstandes und der Vernunft in Ansehung ihres hyperphysischen Gebrauchs, um den falschen Schein ihrer grundlosen Anmassungen aufzudecken.“¹⁹

Innerhalb der transzendentalen Logik spielen die Antinomien der Vernunft eine entscheidende Rolle. Kant versucht hier, anknüpfend an aus der Geschichte der Philosophie bekannte Aporien und Antinomien, zu zeigen, daß der Verstand sich unvermeidlich in Widersprüche verstrickt, wenn er die Welt der Erscheinungen überschreitet. Kant ist bemüht, dies an einer Reihe von Aussagen über die Welt als Ganzes (über den Kosmos) zu demonstrieren. Er betrachtet vier Antinomien, die seiner Auffassung gemäß unweigerlich zustande kommen, wenn der Mensch über den Kosmos urteilt. Wir werden im weiteren diese vier Antinomien behandeln und zeigen, daß diese Antinomien bei einem logisch korrekten Sprachgebrauch nicht zustandekommen. In der Formulierung der Antinomien und ihrer Begründung folgen wir dabei Kant fast wörtlich (nur mit einigen Kürzungen der Argumentation), da es schwierig und häufig nahezu unmöglich ist, unkorrekte Argumentationen in einer präzisen Terminologie zu formulieren. Da diese Antinomien gar nicht

¹⁷Ebenda, S. 104.

¹⁸Ebenda, S. 108.

¹⁹Ebenda, S. 109.

zustandekommen, brauchen wir die Kantsche „Lösung“ der Antinomien und die daran geknüpften philosophischen Spekulationen nicht im Detail darzustellen. Einige Bemerkungen dazu sind aber erforderlich, da die Kantschen Antinomien und ihre „Lösung“ in der Geschichte der Philosophie (und der Mathematik) eine wichtige Rolle spielten und auch heute noch spielen.

Nach Kant kommt der Widerspruch zwischen Thesen und Antithesen dadurch zustande, daß sich die Thesen jeweils auf die Dinge an sich und die Antithesen auf die Welt der Erscheinungen beziehen. Ja, das Auftreten der Antinomien ist für ihn gerade ein wichtiger Grund für die Rechtfertigung seiner Unterscheidung von Ding an sich und Erscheinung. Wenn wir aber in These und Antithese verschiedene logische Subjekte haben, so handelt es sich gar nicht um logische Widersprüche. Bei seiner ganzen Argumentation versucht Kant keineswegs, gewisse logische Gesetze außer Kraft zu setzen, im Gegenteil stützt er sich immer auf die Gültigkeit des Gesetzes vom ausgeschlossenen Widerspruch und vom ausgeschlossenen Dritten. Deshalb sind Bemerkungen wie die folgende von Popow nicht korrekt:

„Kant zeigt jedoch, daß das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten in bezug auf die kosmologischen Thesen nicht anwendbar ist. Dadurch werden, zwar in negativer Hinsicht, Perspektiven für eine dialektische Bearbeitung der Antinomien eröffnet.“²⁰

Hier wird die Auffassung von Kant mit der von einigen seiner Nachfolger verwechselt. Zwei an Kant anknüpfende einflußreiche Richtungen verwarfen nämlich das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten. Einmal war dies Hegel und seine Auffassung teilende Vertreter der dialektischen Logik. Hegel kritisierte in seiner „Logik“ zwar scharf die Kantsche Argumentation bezüglich der Antinomien der reinen Vernunft und akzeptierte ganz und gar nicht ihre Lösung durch die Unterscheidung von Ding an sich und Erscheinung. Er ist aber viel radikaler als Kant, wirft Kant eine zu große Zärtlichkeit gegenüber den Dingen vor, weil er nur das Auftreten von Widersprüchen im menschlichen Denken akzeptiert und diese Widersprüche nicht auf die Dinge selbst überträgt. Hegel akzeptiert erstens das Auftreten von Widersprüchen im menschlichen Denken, sieht den Grund hierfür aber nicht in Fehlleistungen der Menschen, sondern überträgt in seiner idealistischen Manier, nach der das Denken die Dinge bestimmt, die Widersprüche in den Bereich der Dinge selbst. Als Preis dafür muß er allerdings die Gesetze der (formalen) Logik, darunter die Gesetze vom ausgeschlossenen Widerspruch, vom ausgeschlossenen Dritten und der Identität außer Kraft setzen. Hier hat die

²⁰P. S. Popow, *Istorija logiki novovo vremeni*, Moskva 1960, S. 169.

auch heute noch bei einigen marxistischen Philosophen anzutreffende Entgegensetzung von (formaler) Logik und Dialektik (dialektischer Logik) ihre Wurzel. Auf materialistischer Grundlage ist diese Entgegensetzung jedoch sinnlos, denn hier sind logische und dialektische Widersprüche etwas vollkommen Verschiedenes. Um eine positive Lösung dieser Problematik bemüht sich Narski.²¹ Zum anderen knüpfen die Vertreter des Intuitionismus in der mathematischen Grundlagenforschung an Kant an. Der Begründer des Intuitionismus, L. E. J. Brouwer, ging von Kantschen Gedankengängen aus, als er in Verkenning des Charakters logischer Gesetze das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten in bezug auf unendliche Gesamtgesamtheiten als nicht anwendbar betrachtete. Auch der Halbintuitionist H. Weyl wurde stark von Kantschen Überlegungen geprägt. In der „Logischen Propädeutik“ von W. Kamlah und P. Lorenzen²² erlebte eine modernisierte Kantsche Terminologie ihre Renaissance. Wir können im Rahmen dieses Artikels weder näher auf die Problematik der dialektischen Logik noch auf die Problematik der intuitionistischen Logik eingehen. Es sollten nur einige Entwicklungslinien angedeutet werden, die von Kant bis in die Gegenwart reichen.

In diesem Zusammenhang ist es interessant, daß sich der rationelle Kern der Kantschen Unterscheidung von allgemeiner und transzendentaler Logik, gereinigt von ihrem spekulativen Charakter, auch in der heutigen Situation der Logik widerspiegelt. Solche Bereiche der modernen Logik wie die Aussagenlogik, die Quantorenlogik, die Theorie der logischen Folgebeziehung, die Theorie der Termini usw. entsprechen der Kantschen allgemeinen Logik, in ihnen werden Regeln aufgestellt, die für beliebige Aussagen und Termini gelten, während die Untersuchung spezieller logischer Termini, wie „Klasse“, „Anhäufung“, „notwendig“, „möglich“ usw., solche Bereiche wie die Logik von Raum und Zeit, die Logik der Veränderung und Entwicklung, allgemein die Untersuchung des (empirischen) Wissens mit Hilfe von Methoden der Logik, heute auch *Wissenschaftslogik* genannt, einer von philosophischen Spekulationen gereinigten transzendentalen Logik entsprechen, die dann allerdings keinen transzendentalen Charakter mehr hat.

Wir wenden uns jetzt dem Kantschen Terminus „Ding an sich“ zu, da er fundamentalen Bedeutung für Kants Philosophie hat.

5 „Ding an sich“ – ein leerer Terminus

Man könnte den Terminus „Ding an sich“ (oder „reales Ding“) auf folgende Weise definieren: Ein Ding an sich (oder reales Ding) ist ein Gegenstand,

²¹I. S. Narski, *Dialektischer Widerspruch und Erkenntnislogik*, Berlin 1973.

²²W. Kamlah/P. Lorenzen, *Logische Propädeutik*, Mannheim 1967.

der durch keine Erkenntnis der Menschen beeinflusst wird (der unabhängig von der Erkenntnis der Menschen existiert). In diesem Sinne verwendet etwa Engels diesen Terminus, wenn er davon spricht, daß die Dinge an sich, wenn wir sie produzieren können, zu Dingen für uns werden. In dieser Verwendungsweise des Terminus gibt es keine Kluft zwischen den Dingen an sich und unserer Erkenntnis von ihnen.

Doch das ist nicht die Kantsche Verwendungsweise des Terminus „Ding an sich“. Bei Kant ist ein Ding an sich ein Gegenstand, der zwar die Erkenntnis hervorruft (anregt), aber selbst die Erkenntnis gar nicht beeinflusst. Man kann bezüglich dieser Verwendungsweise zwar psychologisch erklären, wie dieser Terminus zustandekommt, aber wir werden sehen, daß es logisch keinerlei Möglichkeit gibt, diesen Terminus korrekt in den Gebrauch einzuführen. Psychologisch kommt das Ding an sich zustande, wenn man die eingangs dieses Abschnitts gegebene Definition als eines Gegenstandes, der durch keine Erkenntnis des Menschen beeinflusst wird, umkehrt in die Bestimmung, als eines Gegenstandes, der keine Erkenntnis des Menschen beeinflusst (von dem jede Erkenntnis des Menschen unabhängig ist). Doch diese psychologische Erklärung rechtfertigt die Verwendung dieses Terminus nicht.

Der Terminus „Ding an sich“ soll bei Kant die Rolle eines Subjektterminus spielen, d. h. die Rolle eines Terminus, der etwas bezeichnet, über das in Aussagen gesprochen werden soll. Manchmal wird der Terminus „Ding an sich“ allerdings als ein Prädikatterminus angesehen²³, aber das ist offenbar ein Mißverständnis, denn wäre dies so, so müßte man noch einen Terminus „Subjekt an sich“ einführen (von dem auch nichts ausgesagt werden kann), dem dann das Prädikat „ein Ding an sich sein“ zu- bzw. abgesprochen würde. Ein Subjektterminus kann entweder exemplarisch eingeführt werden durch eine Auswahl der Gegenstände (des Gegenstandes), die (der) mit diesem Terminus bezeichnet werden sollen (soll), oder aber nach logischen Verfahren mit Hilfe anderer bereits bekannter Termini. Da das Kantsche Ding an sich aber jenseits aller Erfahrung liegt, können wir es nicht durch eine direkte Auswahl bezeichnen. Der Terminus müßte also mit Hilfe anderer Termini definiert werden. In diesem Falle könnte der Terminus „Ding an sich“ nur durch eine bestimmte oder unbestimmte Kennzeichnung in den Gebrauch eingeführt werden. Unbestimmte Kennzeichnungen sind Wendungen wie „ein Gegenstand mit den und den Eigenschaften“, bestimmte Kennzeichnungen solche, wie „der Gegenstand mit den und den Eigenschaften“. Aus der Logik ist bekannt, daß man unbestimmte Kennzeichnungen nur dann korrekt verwendet, wenn mindestens ein Gegenstand existiert, der unter die betreffende Kennzeichnung fällt, während bei bestimmten Kennzeichnungen genau ein

²³I. S. Narski, *Dialektischer Widerspruch und Erkenntnislogik*, S. 34.

Gegenstand existieren muß, der unter die Kennzeichnung fällt. Für Kants Ding an sich bietet sich aber nur folgende Pseudokennzeichnung an: „Ein Ding an sich ist ein Gegenstand, von dem wir keine Eigenschaft aussagen können“. Es ist offensichtlich, daß es sich hier weder um eine bestimmte, noch um eine unbestimmte Kennzeichnung handelt, da wir keinen Gegenstand nachweisen können, der unter sie fällt. Es handelt sich also ähnlich wie bei dem Terminus „Gott“ um einen leeren Terminus. Als einziger sinnvoller Satz kann vom Kantschen Ding an sich also nur ausgesagt werden, daß es nicht existiert.

Das wurde in der nachkantischen Philosophie auch bald erkannt, und es wurden zwei verschiedene Wege zur „Beseitigung“ des Kantschen Ding an sich eingeschlagen. Einmal blieb man bei der Kantschen Aporienauffassung der Erkenntnis, daß die Welt der Erscheinungen vom Verstand bestimmt wird, strich einfach das überflüssige Ding an sich (Neukantianismus) und landete bei einem konsequenten Idealismus. Bei der materialistischen Überwindung von Kant, insbesondere im Marxismus, wurde die rein fiktive Unterscheidung von Dingen an sich und Erscheinungen verworfen, und die Frage, ob denn hinter den Dingen, die wir erkennen, noch Dinge an sich seien und wie diese beschaffen seien, wurde – um mit Lichtenberg zu reden – als fast so töricht abgetan, als die, ob die blaue Farbe wirklich blau sei. Obwohl der Terminus „Ding an sich“ leer, also fiktiv ist, wurde er von vielen Menschen (Philosophen) gebraucht und hat gewirkt. Es gilt also genau zu unterscheiden: Obwohl es keine Dinge an sich gibt, existiert der Terminus „Ding an sich“. Wir haben hier – wie bereits gesagt – eine analoge Situation wie bei dem Terminus „Gott“, und interessant sind in diesem Zusammenhang die Bemerkungen von Marx zu dem letzteren Terminus:

„Die Beweise für das Dasein Gottes sind entweder nichts als hohle Tautologien – z. B. der ontologische Beweis hieße nichts als: ‚was ich mir wirklich (realiter) vorstelle, ist eine wirkliche Vorstellung für mich‘, das wirkt auf mich, und in diesem Sinne haben alle Götter, sowohl die heidnischen als christlichen, eine reelle Existenz besessen. Hat nicht der alte Moloch geherrscht? War nicht der delphische Apollo eine wirkliche Macht im Leben der Griechen? Hier heißt auch Kants Kritik nichts. (Kant hatte den genannten Gottesbeweis in der „Kritik der reinen Vernunft“ kritisiert – *H. W.*) Wenn jemand sich vorstellt, hundert Taler zu besitzen, wenn diese Vorstellung ihm keine beliebige, subjektive ist, wenn er an sie glaubt, so haben ihm hundert eingebildete Taler denselben Wert wie hundert wirkliche. Er wird z. B. Schulden auf seine Einbildung machen, sie wird *wirken, wie die ganze Mensch-*

heit Schulden auf ihre Götter gemacht hat. Im Gegenteil. Kants Beispiel (von den hundert Talern – *H. W.*) hätte den ontologischen Beweis bekräftigen können. Wirkliche Taler haben dieselbe Existenz, wie eingebildete Götter [haben]. Hat ein wirklicher Taler anderswo Existenz als in den Vorstellungen der Menschen? Bringe Papiergeld in ein Land, wo man diesen Gebrauch des Papiers nicht kennt, und jeder wird lachen über deine subjektive Vorstellung. Komme mit deinen Göttern in ein Land, wo andere Götter gelten, und man wird dir beweisen, daß du an Einbildungen und Abstraktionen leidest. Mit Recht. Wer einen Wendengott den alten Griechen gebracht, hätte den Beweis von der Nichtexistenz dieses Gottes gefunden. Denn für die Griechen existierte er nicht. Was ein bestimmtes Land für bestimmte Götter aus der Fremde, das ist das Land der Vernunft für Gott überhaupt, eine Gegend, in der seine Existenz aufhört“.²⁴

In Abwandlung von Marx' Worten können wir sagen, im Bereich einer logisch korrekt aufgebauten Terminologie hört das Kantsche Ding an sich auf zu existieren. Und die Wissenschaftslogik leistet einen kleinen Beitrag, um den Menschen von Wortmystifikationen zu befreien, ihn von einem durch die Sprache beherrschten Wesen zu einem Beherrscher der Sprache zu machen. Das gleiche gilt für die folgende Entschleierung der Antinomien.

6 Erste Antinomie der reinen Vernunft

These: Die Welt hat einen Anfang in der Zeit und ist dem Raum nach in Grenzen eingeschlossen.

Begründung der These durch Kant:

Kant geht bei der Begründung der These indirekt vor. Er nimmt an, die Welt habe der Zeit nach keinen Anfang. Dann müßte bis zu jedem Zeitpunkt eine Ewigkeit abgelaufen und eine unendliche Reihe von aufeinanderfolgenden Zuständen der Dinge in der Welt verflossen sein. Die Unendlichkeit einer Reihe besteht aber nach Kant darin, daß sie durch eine Synthese niemals vollendet werden kann. Deshalb sei eine unendlich verflossene Weltreihe unmöglich und ein Anfang der Welt eine notwendige Bedingung ihres Daseins.

In bezug auf den Raum wird zunächst wieder die Annahme des indirekten Beweises getroffen, daß die Welt ein unendliches gegebenes Ganzes von

²⁴K. Marx, Anmerkungen zur Doktordissertation, in K. Marx/F. Engels, Werke, Ergänzungsband I, Berlin 1968, S. 370.

zugleich existierenden Dingen sei. Kant behauptet nun, daß wir uns ein Ganzes, dessen Grenzen uns nicht in der Anschauung gegeben sind, nur durch eine vollendete Synthese seiner Teile denken können. Um die Welt als Ganzes denken zu können, müßte die Synthese der Teile einer unendlichen Welt als vollendet angesehen werden. Dazu müßte aber eine unendliche Zeit, die zur Durchzählung aller koexistierenden Dinge erforderlich wäre, als abgelaufen angesehen werden. Dies sei unmöglich. Demnach könne ein unendliches Aggregat wirklicher Dinge nicht als ein gegebenes Ganzes, also auch nicht als zugleich gegeben, angesehen werden. Deshalb sei die Welt der Ausdehnung im Raum nach nicht unendlich, sondern in Grenzen eingeschlossen.

Antithese: Die Welt hat keinen Anfang in der Zeit und keine Grenzen im Raum, sondern ist räumlich und zeitlich unendlich.

Begründung der Antithese durch Kant:

Zunächst wird wieder angenommen, die Welt habe einen Anfang in der Zeit. Da der Anfang eines Dinges ein Dasein ist, dem eine Zeit vorhergeht, so muß – nach Kant – eine Zeit vergangen sein, in der die Welt nicht existierte, d. h. eine leere Zeit. In einer leeren Zeit sei aber kein Entstehen eines Dinges möglich, da sich in einer solchen Zeit kein Teil von einem anderen unterscheidet („weil kein Theil einer solchen Zeit vor einem anderen irgendeine unterscheidende Bedingung des Daseins vor die des Nichtseins an sich hat“). Die Welt kann also keinen Anfang in der Zeit haben und ist in bezug auf die vergangene Zeit unendlich.

Es wird wieder angenommen, die Welt sei dem Raume nach endlich und begrenzt. Dann würde sie sich in einem leeren Raum befinden, der nicht begrenzt ist. Es würde dann nicht nur Beziehungen der Dinge im Raum, sondern auch der Dinge zum Raum geben. Da es aber außerhalb der Welt keinen Gegenstand (der Anschauung) gibt, so würde die Beziehung der Welt zum leeren Raum eine Beziehung derselben zu keinem Gegenstand sein. Da eine solche Beziehung und folglich auch die Begrenzung der Welt durch den leeren Raum gar keine Beziehung ist, ist die Welt dem Raume nach nicht begrenzt und folglich ist sie der Ausdehnung nach unendlich.

Kritik der Kantschen Argumentation:

In der ersten Antinomie spielen die Termini „Welt“ (oder „Welt als Ganzes“, „Universum“, „Kosmos“ etc.), „Raum“, „Zeit“, „Anfang der Zeit“, „Grenzen eines Raumes“, „unendliche Zeit“, „endliche Zeit“, „endlicher Raum“, „unendlicher Raum“ eine Rolle. Die Einführung dieser Termini durch Kant hält einer logischen Kritik nicht stand. Und wir werden sehen, daß eine ganze Reihe von Behauptungen mit diesen Termini mehrdeutig ist.

In der modernen Logik werden all diese Termini untersucht, und es gibt bereits eine Vielzahl von Systemen, die solche Termini beschreiben. Ein Überblick über die existierenden Systeme der Zeitlogik wird etwa bei A. A. Iwin gegeben.²⁵ Wir stützen uns in unseren Ausführungen auf die Arbeiten von A. A. Sinowjew und G. A. Kusnezow.²⁶ Den Terminus „Welt“ („Universum“, „Kosmos“ etc.) kann man auf folgende Weise einführen: Die Welt (abgekürzt W) ist eine Anhäufung von empirischen Individuen, in der alle empirischen Individuen eingeschlossen sind. Wenn x eine Variable für empirische Individuen ist, so läßt sich diese Definition folgendermaßen schreiben:

$$\vdash (\forall x) (x \in W).$$

Wir machen darauf aufmerksam, daß der Terminus „Welt“ als Anhäufungsterminus und nicht als Mengen- oder Klassenterminus eingeführt wird. Der Unterschied dieser beiden Arten von Termini wird ausführlich bei Sinowjew und Wessel²⁷ betrachtet. Hier sei nur soviel gesagt: In bezug auf Mengen (oder Klassen) ist es sinnlos, nach ihrer räumlichen oder zeitlichen Lage, nach ihrem Gewicht, ihrer Veränderung, Entwicklung usw. zu fragen, während solche Fragen für konkrete Anhäufungen im allgemeinen durchaus sinnvoll sind. Deshalb sind solche Definitionen der Welt, wie die bei Augustinek²⁸ gegebene als *Menge* aller Erscheinungen zwar zulässige Idealisierungen im Rahmen gewisser einzelwissenschaftlicher Untersuchungen, die es gestatten, den Apparat der Mengenlehre zu benutzen, in logischer und philosophischer Hinsicht sind sie aber unangebracht, da hier konkrete Anhäufungen mit abstrakten Gegenständen (Mengen) verwechselt werden.

Aus der oben angegebenen Definition folgt, daß der Terminus „Welt“ ein individueller Terminus ist und daß das Reden von „Welten“ oder gar „möglichen Welten“ sinnlos ist. Weiter folgt aus der Definition, daß die Welt genau dann existiert, wenn es mindestens ein empirisches Individuum gibt, und daß die Welt genau dann nicht existiert, wenn kein einziges empirisches Individuum existiert.

Kant stellt sich nicht die Frage, wie man Raum- und Zeittermini korrekt in den Sprachgebrauch einführen kann. Für ihn sind Raum- und Zeitanschauung dem Menschen angeboren. Raum und Zeit sind seiner Auffassung gemäß notwendige und apriorische Formen der Anschauung. Auch hier zeigen sich

²⁵ A. A. Iwin, *Aksiomatičeskije teorij vremenj*, in: *Logika i empiričeskoje poznanije*, Moskva 1972; A. A. Iwin, *Logika vremenj*, in: *Neklassičeskaja logika*, Moskva 1970.

²⁶ A. A. Zinov'ev, *Logika Nauki*, Moskva 1971; A. A. Zinov'ev, *Logičeskaja fizika*, Moskva, 1972; G. A. Kuznezov, *Neprerjvnost i geometričeskaja forma*, in: *Logika i empiričeskoje poznanije*, Moskva 1972.

²⁷ A. Sinowjew/H. Wessel, *Logische Sprachregeln*.

²⁸ Z. Augustinek, *Leibnizeva opredelenije vremenj*, in: *Voprosy filosofii*, 5/1973.

Überbleibsel des Descartschen Dualismus. Anstatt von den empirisch erfahrbaren Dingen und Ereignissen auszugehen und zu klären, was man unter räumlichen und zeitlichen Beziehungen zwischen ihnen versteht, postuliert er dogmatisch und unverständlich apriorische Formen der Anschauung.

Im Rahmen dieses Artikels können wir nicht ausführlich die korrekte Einführung von Raum- und Zeittermini behandeln. Wir verweisen den Leser auf einschlägige Arbeiten.²⁹ Hier sei nur soviel gesagt. Für die Termini „Raum“ und „Zeit“ werden nicht Definitionen des Typs „Der Raum (die Zeit) ist ...“ verwendet, sondern es werden zunächst einfache Raum- und Zeittermini wie „früher“, „später“, „gleichzeitig“, „rechts von“, „links von“, „weiter“, „näher“ usw. mit Hilfe der Relationslogik eingeführt. Diese Termini sind Ordnungsprädikate, und ihre Einführung bereitet keine Schwierigkeiten. Bei der räumlichen Ordnung wird die gegenseitige Lage von Körpern und bei einer zeitlichen Ordnung die gegenseitige Lage von empirischen Veränderungen fixiert. Mit Hilfe der einfachen räumlichen und zeitlichen Ordnungsrelationen kann dann definiert werden, was eine Raum- und eine Zeitstruktur ist. Allgemein wird eine Struktur folgendermaßen definiert: Die Elemente der Anhäufung A bilden eine *Struktur* bezüglich der Klasse von Verfahren zur Feststellung einer Ordnung B genau dann, wenn sich für ein beliebiges Element a dieser Anhäufung ein anderes Element b und ein zu B gehörendes Verfahren α zur Feststellung einer Ordnung finden läßt, daß

$$a > \alpha b \text{ oder } b > \alpha a,$$

d. h., daß a in der Ordnung bezüglich α b übertrifft oder b in der Ordnung α übertrifft.

Raum- und Zeitstrukturen unterscheiden sich dadurch, daß andere Ordnungsrelationen gewählt werden. Während wir zunächst nur Prädikate für räumliche und zeitliche Beziehungen zur Verfügung hatten, haben wir mit den Termini „die Raumstruktur A “, „die Zeitstruktur B “ usw. auch Subjekttermini für Raum und Zeit. Mit Hilfe dieser Termini erhält man weitere Subjekttermini für Raum und Zeit, und es lassen sich für diese speziellen Termini wiederum besondere Prädikate wie „kontinuierlich“, „unendlich“, „endlich“ etc. einführen. Unter Raum und Zeit insgesamt versteht man hypothetische Raum- und Zeitstrukturen, die als Summe aller konkreten Raum- und Zeitstrukturen aufgefaßt werden. Wenden wir uns jetzt den Behauptungen der ersten Kantschen Antinomie zu.

²⁹ A. A. Zinov'ev, *Logika Nauki*, Moskva 1971; A. A. Zinov'ev, *Logičeskaja fizika*, Moskva, 1972; A. A. Sinowjew, *Komplexe Logik*, Berlin 1970; A. Sinowjew/H. Wessel, *Logische Sprachregeln*.

Die Behauptungen „Die Welt ist zeitlich endlich“ (1) und „Die Welt ist zeitlich unendlich“ (2) sind mehrdeutig. Einmal kann die Behauptung (1) im Sinne der Aussage „Die Welt entstand in der Zeit“ und die Behauptung (2) im Sinne der Aussage „Die Welt entstand nicht in der Zeit“ verstanden werden, wobei der Terminus „Welt“ einfach ein empirisches Individuum bezeichnet. In logischer Symbolik lassen sich beide Behauptungen folgendermaßen schreiben:

$$(1) \quad \neg E(W) \Rightarrow E(W);$$

$$(2) \quad \neg E(W) \neg \Rightarrow E(W),$$

wobei $\Rightarrow$ das zweistellige Prädikat der Veränderung und E das Prädikat der Existenz sind. Hier ist (2) die innere Negation von (1). Die erste Aussage könnte unter folgenden Bedingungen akzeptiert werden: Zu einem gewissen Zeitpunkt wird die Situation $\neg E(W)$ beobachtet und danach wird die Situation $E(W)$ beobachtet. Bei der zweiten Aussage wären diese Bedingungen: Zu einem gewissen Zeitpunkt wird die Situation $\neg E(W)$ beobachtet und danach wird nicht die Situation $E(W)$ beobachtet (genauer, es wird dann wieder die Situation $\neg E(W)$ beobachtet). Zu diesen Bedingungen gehören also in beiden Fällen die Existenz eines individuellen Beobachters a , die Existenz eines empirischen Individuums b als Bezugspunkt der Zeit (das kann insbesondere wieder a sein), die Existenz gewisser empirischer Ereignisse $c^1, c^2, \dots$ als Maßeinheiten der Zeit. Um die Situation $\neg E(W)$ zu beobachten, dürfen $a, b, c^1, c^2, \dots$ nicht zur Welt gehören. Das ist aber auf Grund der Definition von W unmöglich, da W schon existiert, wenn ein einziges empirisches Individuum existiert. Also kann schon auf Grund der gewählten Terminologie weder die Behauptung (1) noch die Behauptung (2) akzeptiert werden. Beide Aussagen sind unüberprüfbar.

Wir erhalten demzufolge:

$$\sim(\neg E(W) \Rightarrow E(W)) \wedge \sim(\neg E(W) \neg \Rightarrow E(W)).$$

Einen Widerspruch würde man hieraus aber nur erhalten, wenn man die beiden Positionen der Negation nicht unterscheiden würde, d. h. wenn man von $\sim(\neg E(W) \neg \Rightarrow E(W))$ auf $\neg E(W) \Rightarrow E(W)$ schließen würde. Dieser Schluß ist aber logisch nicht zulässig, da wir es hier mit einem nichtklassischen Fall zu tun haben und die Unbestimmtheit berücksichtigt werden muß.³⁰ Man erhält hier also keine Antinomie, sondern nur die Negation so-

³⁰Aus dem Gesagten ergibt sich, daß auch für das Prädikat der Veränderung Unbestimmtheiten berücksichtigt werden müssen. Deshalb muß bei Sinowjew in der „Lo-

wohl der These als auch der Antithese. Man muß Kant zugute halten, daß er an einigen Stellen der hier dargestellten Auffassung sehr nahekommt. So etwa, wenn er in der „Prolegomena“ bezüglich der ersten beiden Antinomien schreibt, „daß Thesis sowohl als Antithesis bei beiden falsch sind“³¹. Auf Grund des niedrigen Entwicklungsniveaus der Logik zu seiner Zeit konnte er diese richtige Auffassung jedoch nicht immer logisch korrekt ausdrücken.

Eine ähnliche Sachlage erhalten wir, wenn wir die Endlichkeit oder Unendlichkeit der Welt im Raum auf folgende Weise explizieren wollten: Es wird ein räumliches Intervall (oder eine Raumstruktur) angegeben, das die Welt begrenzt (die die Welt als Teilstruktur enthält). Je nachdem, ob dieses Intervall (ob diese Struktur) eine endliche oder eine unendliche Ausdehnung besitzt, ist die Welt räumlich endlich oder unendlich.

Abgesehen davon, daß jedes konkrete räumliche Intervall (jede konkrete Raumstruktur) stets nur eine endliche Ausdehnung besitzt, erhalten wir auch in diesem Falle aus rein terminologischen Gründen stets unüberprüfbare Aussagen, da die Grenzen des betreffenden Intervalls (der betreffenden Raumstruktur) auf Grund der Definition des Terminus „Welt“ stets selber zur Welt gehören. Wir erhalten also auch hier bei beiden Behauptungen nur ihre äußere Negation. Daraus folgt aber wiederum kein Widerspruch, da äußere und innere Negation unterschieden werden.

Eine ganz andere Situation erhalten wir, wenn wir die Behauptungen „Die Welt ist zeitlich endlich“ bzw. „Die Welt ist zeitlich unendlich“ auf folgende Weise explizieren: Die Welt wird als ein Prozeß betrachtet, d. h. als eine Reihe von Zuständen in der Zeit. Über die Beschaffenheit dieser Reihe sind logisch die verschiedensten Hypothesen möglich. Insbesondere die folgenden:

1. Die Zeitreihe hat kein Anfangselement;

$$(\forall a) (\exists b) (b < \alpha a),$$

wobei a und b Variable für Weltzustände sind, während α ein Verfahren zur Feststellung ihrer Ordnung in der Zeit bezüglich eines Ereignisses ist, das in diesem Falle selber zur Welt gehört.

2. Die Zeitreihe hat ein Anfangselement,

$$(\exists a) (\forall b) (b \geq \alpha a).$$

3. Die Zeitreihe hat kein Endelement,

$$(\forall a) (\exists b) (b > \alpha a).$$

gik der Wissenschaft“, S. 220, das Axiom A2. $\sim(x \Rightarrow y) \dashv\vdash (x \neg \Rightarrow y)$ ausgeschlossen werden, da sonst dieses System widersprüchlich ist. Die schwächere Behauptung $(x \neg \Rightarrow y) \vdash \sim(x \Rightarrow y)$ gilt schon auf Grund der Prädikationstheorie.

³¹I. Kant, Prolegomena, Leipzig o. J., S. 126.

4. Die Zeitreihe hat ein Endelement,

$$(\exists a)(\forall b)(b \leq \alpha a).$$

Bei den angeführten Behauptungen handelt es sich nur um eine kleine Auswahl aus den einschlägigen logisch möglichen Hypothesen. Neben den äußeren Negationen der angeführten Behauptungen, sind die verschiedensten inneren Negationen und unbestimmten Formen möglich, α kann als Variable betrachtet und verschieden quantifiziert werden usw. All diese Behauptungen haben außerlogischen Charakter, und im Rahmen der Logik kann nicht entschieden werden, welche von ihnen zu akzeptieren sind. Sie sind weder logisch wahr noch logisch falsch, sondern erfüllbar. Es gibt also keinerlei logische Gründe für oder gegen ein Akzeptieren einer dieser Behauptungen für sich genommen. Im Rahmen der Logik kann aber untersucht werden, welche Kombinationen dieser Behauptungen nicht akzeptiert werden können. Beispielsweise können nicht die Behauptungen 1 und 2 zusammen akzeptiert werden, weil aus 1 die äußere Negation von 2 und aus 2 die äußere Negation von 1 folgt. Vollkommen akzeptabel ist hingegen die Konjunktion der äußeren Negation von 1 und der äußeren Negation von 2. Hieraus würde nur im Rahmen der klassischen Logik ein Widerspruch folgen, da äußere und innere Negation verwechselt und unbestimmte Formen nicht berücksichtigt werden.

Eine weitere Besonderheit der angeführten Behauptungen besteht darin, daß sie auch empirisch weder bestätigt noch widerlegt werden können. Und wenn in einer physikalischen (oder philosophischen) Theorie eine dieser Hypothesen bevorzugt wird, so geschieht dies nur, weil diese Hypothese mit anderen Aussagen der betreffenden Theorie verträglich ist und die deduktiven Möglichkeiten dieser Theorie erweitert, während das bei anderen Hypothesen dieser Theorie nicht der Fall ist. Eine der Aufgaben der Wissenschaftslogik ist es, solche Verträglichkeiten und logischen Abhängigkeiten von physikalischen (und philosophischen) Aussagen zu untersuchen und unverträgliche Kombinationen als logisch widersprüchlich auszuschließen.³² Auch Kant mögen solche Überlegungen vorgeschwebt haben, wenn er z. B. aus der zeitlichen Unendlichkeit auf die Nichtexistenz der Welt schloß. Doch seine Schlüsse waren nicht logisch korrekt. So folgt etwa aus der zeitlichen Unendlichkeit der Welt im Sinne der Behauptung 1 weder logisch noch empirisch die Nichtexistenz der Welt.

Die Behauptungen über die Endlichkeit und Unendlichkeit der Welt im Raum lassen sich analog wie die über die Endlichkeit und Unendlichkeit der Zeit im zweiten Sinne explizieren, nur daß hier noch weit mehr verschiedene Explikationen möglich sind. Auch hier erhält man jeweils logisch erfüllba-

³² A. A. Zinov'ev, *Logičeskaja fizika*, Moskva, 1972.

re, aber nicht allgemeingültige Ausdrücke. Eine Reihe solcher Explikationen betrachtet auch Sinowjew.³³

Abschließend können wir feststellen, daß bei Kant die erste Antinomie nur durch unscharfe Begriffsbildungen und unkorrektes Schließen zustande kam.

7 Zweite Antinomie der reinen Vernunft

These: Jede zusammengesetzte Substanz in der Welt besteht aus einfachen Teilen, und es existiert nichts als das Einfache und das aus Einfachem zusammengesetzte.

Begründung der These durch Kant:

Angenommen, die zusammengesetzten Substanzen bestünden nicht aus einfachen Teilen. Dann würden, wenn alle Zusammensetzung (in Gedanken) aufgehoben würde, kein zusammengesetzter und auch kein einfacher Teil, also gar nichts übrigbleiben. Also würde es überhaupt keine Substanz geben. Da es aber Substanzen gibt, bestehen sie aus einfachen Teilen.

Antithese: In der Welt besteht kein zusammengesetztes Ding aus einfachen Teilen, und in ihr existiert nichts Einfaches.

Begründung der Antithese durch Kant:

Es wird wieder angenommen, ein zusammengesetztes Ding besteht aus einfachen Teilen. Da alle zusammengesetzten Dinge nur im Raum existieren, so muß das Zusammengesetzte aus genauso vielen Teilen bestehen, wie der Raum, den es einnimmt. Der Raum besteht aber – nach Kant und der damals üblichen Auffassung – nicht aus einfachen Teilen, sondern aus Räumen. Da die einfachen Teile einen Raum einnehmen, der seinerseits nicht einfach ist, so müßten die einfachen Teile zusammengesetzt sein. Das ist aber ein Widerspruch. Analog wird versucht, den zweiten Teil der Antithese zu beweisen, daß überhaupt nichts Einfaches existiert.

Kritik der Kantschen Argumentation:

In der zweiten Antinomie faßt Kant einen Streit zusammen, der im antiken Griechenland begann, sich durch die gesamte Geschichte der Philosophie zieht, gegenwärtig wieder großes Interesse gewinnt und endlich seine Lösung findet. Es handelt sich hier um das Problem der Teilbarkeit von Körpern, des Raumes und der Zeit. Die griechischen Atomisten, vor allem Demokrit und Epikur, waren der Auffassung, daß der Teilungsprozeß von realen Körpern

³³Ebenda.

nicht endlos fortgesetzt werden kann, sondern an einem gewissen Punkt zu Ende ist, da man auf Körper stößt, die keine Teile mehr haben und darum nicht weiter teilbar sind.³⁴ Diese kleinsten Teile wurden *Atom* (Demokrit) oder *Minima* (Epikur) genannt. (Der Unterschied der beiden Begriffe ist für uns hier belanglos.) Demgegenüber war etwa Aristoteles der Auffassung, daß jedes Kontinuum immer in weitere teilbare Teile teilbar ist. Zenon vereinigt die Argumentationen beider Richtungen in seiner Antinomie der Dichotomie, die der zweiten Kantschen Antinomie zugrunde liegt.

Neben die (empirisch bestätigte) Auffassung, daß jeder Teilungsprozeß praktisch ein Ende hat, und die Auffassung, daß jede Teilung potentiell unendlich fortgesetzt werden kann, trat später noch die heute in der Mathematik vorherrschende Meinung, daß jede endliche Strecke sich aus aktual unendlich vielen ausdehnungslosen Punkten zusammensetzt. Mit der zweiten Kantschen Antinomie stehen also Grundlagenfragen der Mathematik, die sich um die verschiedenen Unendlichkeitsbegriffe gruppieren, im Zusammenhang. (Deshalb nennt man die ersten beiden Kantschen Antinomien manchmal auch *mathematische Antinomien*.) Wir können hier auf diese Problematik nicht näher eingehen.³⁵ In unserem Zusammenhang ist nur wichtig, daß sowohl der klassischen mengentheoretischen als auch der intuitionistischen Mathematik Annahmen zugrunde liegen, die sich nicht empirisch rechtfertigen lassen. Während die klassische Mathematik aktual unendliche Mengen akzeptiert und außerdem den Begriff der potentiellen Unendlichkeit verwendet, wird von der intuitionistischen und konstruktiven Mathematik der Begriff der aktualen Unendlichkeit verworfen und nur mit dem Begriff der potentiellen Unendlichkeit gearbeitet.³⁶

Für beide Richtungen gilt, daß sie abstrakte Objekte untersuchen, die nur nach verschiedenen Regeln aufgebaut werden. Insbesondere wird von beiden Richtungen angenommen, daß es ausdehnungslose Punkte gibt und daß es zu jeder endlichen Länge eine kleinere Länge gibt, die verschieden von

³⁴Vgl. Griechische Atomisten. Texte und Kommentare zum materialistischen Denken in der Antike, Leipzig 1973.

³⁵J. A. Petrov, Logische Probleme der Realisierbarkeits- und Unendlichkeitsbegriffe, Berlin 1971.

³⁶So schreibt etwa P. Lorenzen, der den Begriff der aktualen Unendlichkeit verwirft: „Es lassen sich Wege finden, die großartige Anwendbarkeit der modernen Mathematik auch zu gewinnen auf der Grundlage der potentialistischen These, daß das Kontinuum keine unendliche Menge von Punkten, sondern nur der Möglichkeit nach Träger von unendlich vielen Punkten ist. Aristoteles drückt diese Auffassung im 8. Buch der Physik so aus: ‚In dem Kontinuierlichen sind allerdings unendlich viele Teilpunkte, aber nicht als Wirklichkeit, sondern bloß als Möglichkeit. Denn es ist für die Linie bloß ein je Vorkommendes, daß sie unendlich viele Teilpunkte hat, ihr Wesen hingegen und ihr eigentliches Sein ist ein anderes.‘“ (P. Lorenzen, Methodisches Denken, Frankfurt a. M. 1968, S. 102.)

Null ist. Solche Idealisierungen sind im Rahmen der Mathematik natürlich zulässig. Man darf die in der Mathematik aufgestellten Theoreme aber nicht kurzschlüssig als Beschreibungen von empirischen Objekten auffassen. Die Anwendbarkeit der Mathematik auf empirische Objekte wird vielmehr durch besondere Interpretationsregeln gewährleistet, in denen die oben erwähnten Idealisierungen in gewisser Weise wieder zurückgenommen werden.

Will man hingegen die räumlichen und zeitlichen Beziehungen von empirischen Objekten, die Teilbarkeit solcher Objekte usw. unmittelbar beschreiben, so muß man hierfür eine besondere Terminologie, die diesen Objekten entspricht, aufbauen. Diese Aufgabe wurde unabhängig voneinander und auf verschiedene Weise von den beiden sowjetischen Logikern A. A. Sinowjew und G. A. Kusnezow in Angriff genommen. Interessant ist, daß sie dabei zu gleichartigen Ergebnissen kamen. So wurde von beiden die Existenz von minimalen Längen bewiesen, d. h. von kleinsten Längen für empirische Körper. Sinowjew bewies darüber hinaus die Existenz von minimalen Intervallen, d. h., sein Ergebnis ist allgemeiner, da sich aus dem genannten Ergebnis die Existenz von minimalen Längen, Dauern und Körpern ergibt. Die Beziehung zwischen beiden Systemen wurde bisher noch nicht untersucht, und man kann deshalb noch nicht sagen, ob die erzielten Ergebnisse gleichwertig sind. Doch schon jetzt ergibt sich als Folgerung dieser Ergebnisse, daß die Annahme der Existenz von Raum-, Zeit- und Materiequanten in der modernen Physik keine reinen empirischen (physikalischen) Hypothesen sind. Sie haben vielmehr logische Gründe, d. h., sie ergeben sich als Folgerungen aus der gewählten Terminologie.

Wir skizzieren hier kurz die Vorgehensweise von G. A. Kusnezow.

Das System von Raum-Zeit-Beziehungen von G. A. Kusnezow

Wir geben hier die wichtigsten Grundbegriffe, Definitionen, Axiome und einige einschlägige Ergebnisse an, die von G. A. Kusnezow dargestellt sind.³⁷

Als Grundbegriffe werden die Begriffe „materieller Punkt“ und „Länge“ (d. h. alle möglichen Abschnitte einer Geraden) gewählt. Eine Länge x überträgt die Punkte a und b ($x \sqcap ab$), wenn man den Abschnitt x so auf a und b legen kann, daß die Enden von x über a und b hinausgehen.

Es werden folgende Begriffe definitorisch eingeführt:

³⁷Vgl. G. A. Kuznezov, Diskretnoje i nepreryvnoje, Voprosy filosofii, Nr. 7/1971; G. A. Kuznezov, Nepreryvnost i geometričeskaja forma, in: Logika i empiričeskoje poznanije, Moskva 1972; G. A. Kuznezov, Logičeskij analiz prostranstvenno-vremennyh odnoschenij, Avtoreferat dissertatii, Moskva 1972; G. A. Kuznezov, Nepreryvnost i paradoksi Zeno-na 'Achilles' i 'Dichotomija', in: Teorija logičeskovo vyvoda, Moskva 1973; G. A. Kuznezov, Formalnoje dokazatelstvo suschtschestvovanija elementarnoj dliny, ebenda; G. A. Kuznezov, Traktat o tšchasach, ebenda.

$$\mathbf{D1.} \quad z \equiv x \sum y =_{Def.} (\forall a) (\forall b) (\sim(z \sqcap ab \wedge (\forall c) \sim(x \sqcap ac \wedge y \sqcap cb)) \wedge \sim(\sim z \sqcap ab \wedge \sim(\forall c) \sim(x \sqcap ac \wedge y \sqcap cb))).$$

In Worten: ein Abstand z ist die Summe der Abstände x und y , wenn für beliebige zwei Punkte a und b die folgende Bedingung erfüllt ist: wenn z die Punkte a und b überragt, so gibt es einen Punkt c derart, daß x die Punkte a und c überragt und daß y die Punkte c und b überragt; und wenn z die Punkte a und b nicht überragt, so gibt es keinen solchen Punkt c .³⁸

$$\mathbf{D2.} \quad (x < y) =_{Def.} (\exists z) y \equiv x \sum z.$$

In Worten: x ist kürzer als y , wenn es ein solches z gibt, daß y die Summe von x und z ist.

$$\mathbf{D3.} \quad (x \equiv y) =_{Def.} \sim(x < y) \wedge \sim(y < x).$$

In Worten: x ist gleich lang wie y , wenn weder x kürzer ist als y noch y kürzer als x ist.

Folgende offensichtliche Axiome werden gesetzt; wobei x, y, z Variable für Längen und a, b, c Variable für Punkte sind:

$$\mathbf{FI.} \quad (\forall x) (\forall a) x \sqcap aa,$$

$$\mathbf{FII.} \quad (\forall x) (\forall a) (\forall b) \sim(x \sqcap ab \wedge \sim x \sqcap ba),$$

$$\mathbf{FIII.} \quad (\forall x_1) (\forall x_2) (\forall x_3) (\forall x_4) \sim(x_1 \sum x_2 \sum x_3 \equiv x_1 \sum x_4 \wedge \sim(x_4 \equiv x_2 \sum x_3)),$$

$$\mathbf{FIV.} \quad (\forall x) (\forall y) (\forall a) (\forall b) \sim(\sim(x < y) \wedge y \sqcap ab \wedge \sim(x \sqcap ab)),$$

$$\mathbf{FV.} \quad (\forall x) (\forall y) (\forall z) \sim(\sim(x < y) \wedge (x < z) \wedge \sim(y < z)),$$

$$\mathbf{FVI.} \quad (\forall x) (\forall y) \sim(x < y \wedge y < x).$$

Weiter wird definiert:

D4. Die Länge x , die die Punkte a und b nicht überragt, wird *die Länge des Abstandes zwischen a und b* ($x[ab]$) genannt.

$$x[ab] =_{Def.} \sim(\exists y) (x < y \wedge \sim y \sqcap ab) \wedge \sim x \sqcap ab.$$

D5. Die Punkte a und b *berühren sich* ($a \approx b$), wenn alle Abschnitte diese Punkte überragen.

$$a \approx b =_{Def.} \sim(\exists x) \sim x \sqcap ab.$$

³⁸Man könnte die Definition auch folgendermaßen schreiben:

$$(z \equiv x \sum y) =_{Def.} (\forall a) (\forall b) ((z \sqcap ab \supset (\exists c) (x \sqcap ac \wedge y \sqcap cb)) \wedge \sim(\sim z \sqcap ab \supset \sim(\exists c) (x \sqcap ac \wedge y \sqcap cb))).$$

Die beiden definierenden Ausdrücke sind äquivalent, aber vielleicht erleichtert die hier gegebene Formulierung manchem Leser das Verständnis der Definition.

- D6.** Zwei Mengen von Punkten berühren sich, wenn es mindestens ein Paar von sich berührenden Punkten gibt, die entsprechend zu diesen Mengen gehören.
- D7.** Eine Menge von Punkten wird *kontinuierlich* (Hx) genannt, wenn sich zwei beliebige nichtleere Teilmengen von ihr, deren Vereinigung die gegebene Menge ist, berühren, d. h. wenn $\cup$ der Operator der Mengenvereinigung, $\cap$ der Operator des Mengendurchschnittes, $\in$ die Elementbeziehung und $\emptyset$ das Zeichen für die leere Menge ist, so wird definiert:

$$Hx =_{Def.} (\forall y) (\forall z) \sim (y \cup z = x \vee y \cap z = \emptyset \wedge \\ \wedge (\exists a) (\exists b) (a \in y \wedge b \in z) \wedge \\ \wedge \sim (\exists c) (\exists d) (d \in y \wedge d \in z \wedge c \approx d)).$$

- D7.** Ein Körper (Tx) wird nun eine kontinuierliche Menge genannt, die mindestens ein Paar sich nicht berührender Punkte enthält.

$$Tx =_{Def.} Hx \wedge (\exists a) (\exists b) (a \in x \wedge b \in x \wedge \sim a \approx b).$$

Da Körper existieren, wird das folgende Axiom gesetzt:

$$\mathbf{FVII.} \quad \sim(\forall x) \sim Tx.$$

Weiter wird folgende Variante des Komprehensionsaxioms gewählt:

AI. Für ein beliebiges B :

$$(\diamond \exists x) \sim (\exists y) \sim (\sim (y \in x \wedge \sim By) \wedge \sim (By \wedge \sim y \in x)),$$

wobei $\diamond$ ein modaler Operator ist, der sich nicht auf den Satz, sondern nur auf das vorkommende Verb bezieht, und der nicht als „es ist möglich“, sondern als es „kann“ gelesen wird.³⁹

Im angegebenen System wurde die Existenz einer elementaren (minimalen) Länge bewiesen. Wir geben hier nur die Beweisidee von Kusnezow an, der vollständige Beweis ist bei ihm an anderer Stelle zu finden.⁴⁰

Nach FVII ist eine gewisse Menge x ein Körper, d. h. nach D8: x ist kontinuierlich und es existiert ein Paar von Punkten $a \in x$ und $b \in x$ derart,

³⁹Der Unterschied der beiden erwähnten Modalitäten wird im folgenden Beispiel deutlich: „Es ist möglich, daß ein Sitzender läuft“ und „Ein Sitzender kann laufen“.

Die Verwandtschaft von AI mit dem üblichen Komprehensionsaxiom wird deutlich, wenn man es in der folgenden Form schreibt: $(\forall B) (\diamond \exists x) (\forall y) (y \notin x \equiv B(y))$, wobei $\equiv$ hier die Bisubjunktion und nicht wie im obigen Kontext die Längengleichheit ist. Das Russellsche Paradox erhält man im angegebenen System nicht, da sich existierende Gegenstände von solchen unterscheiden, die existieren können.

⁴⁰G. A. Kuznezov, Formalnoje dokazatelstvo suschtschestvovanija elementarnoj dliny, in: Teorija logičeskovo vyvoda, Moskva 1973.

daß a den Punkt b nicht berührt. Nach AI kann eine Menge x_1 aller Punkte existieren, die zu x gehören und sich mit a berühren. Nach AI kann gleichfalls eine Menge x_2 aller Punkte existieren, die zu x gehören und sich nicht mit a berühren.

Wenn diese Möglichkeit realisiert ist, gilt offenbar $x_1 \cup x_2 = x$ und x_1 und x_2 sind nicht leer ($a \in x_1$ und $b \in x_2$); da x kontinuierlich ist, gilt folglich, es gibt zwei sich berührende Punkte $c \in x_1$ und $d \in x_2$.

Wir haben also $a \approx c$ und $c \approx d$, und es gilt nicht $d \approx a$, d. h., die Relation „berühren“ ist nicht transitiv.

Da d den Punkt a nicht berührt, gibt es eine Länge z derart, daß z die Punkte d und a nicht überragt.

Angenommen, es gibt eine Länge $u < z$, d. h., es gibt eine Länge v derart, daß $z \equiv u \sum v$, d. h., nach D1 gilt für einen beliebigen Punkt: entweder u überragt nicht diesen Punkt und den Punkt a , oder v überragt nicht diesen Punkt und den Punkt d . Da aber $c \approx a$ und $c \approx d$ gilt, so gilt $u \sqcap ac$ und $v \sqcap cd$, d. h., aus der Annahme $u < z$ erhält man einen Widerspruch. Folglich gibt es für z keine kürzere Länge, d. h., z ist eine minimale Länge.

Kusnezow erweitert das hier skizzierte System um spezielle Zeitoperatoren.⁴¹ Ausgehend von dem zusätzlichen Grundbegriff „Ereignis“, werden die Termini „Moment“ und „Prozeß“ definiert. Insbesondere werden unendliche Prozesse, die kein Anfangselement oder kein Endelement haben, analysiert. In diesem um spezielle Axiome erweiterten System sind die Zenonschen Paradoxien „Achilles“ und „Dichotomie“ nicht beweisbar. Sie wären nur beweisbar, wenn man in einem zusätzlichen Axiom die Existenz von minimalen Längen leugnen würde, damit würde das widerspruchsfreie System widersprüchlich. Schließlich wird in diesem System die Diskretheit der Zeit im folgenden Sinne bewiesen: Zwischen beliebigen zwei Momenten kann es nicht mehr als eine endliche Zahl von Momenten geben.

Die zweite Antinomie Kants kommt also auch nicht zustande, da die These für empirische Objekte gilt, während die Antithese nur für abstrakte Objekte gültig ist. Aussagen mit verschiedenen logischen Subjekten bilden aber keinen logischen Widerspruch. Die Antinomie kam nur durch eine Verwechslung von empirischen und abstrakten Objekten zustande.

8 Die dritte Antinomie der reinen Vernunft

These: Die Kausalität nach Gesetzen der Natur ist nicht die einzige, aus welcher die Erscheinungen der Welt insgesamt abgeleitet werden können,

⁴¹G. A. Kuznezov, Neprerывnost i paradoksi Zenona 'Achilles' i 'Dichotomija', in: Teorija logičeskovo vyvoda, Moskva 1973.

sondern zu ihrer Erklärung ist es notwendig, noch eine Kausalität durch Freiheit anzunehmen.

Begründung der These durch Kant:

Nimmt man an, es gäbe keine andere als die naturgesetzliche Kausalität, so setzt jeder Zustand einen anderen voraus, auf den er nach einer Regel notwendig folgt. Dieser Zustand setzt aber wieder einen als Ursache voraus usw. Wenn also alles bloß nach den Naturgesetzen geschieht, so gibt es keinen ersten Anfang in der Ereignisreihe und die Reihe der verflossenen Ursachen ist vollständig. Dies widerspricht aber – nach Kant – dem Naturgesetz, daß nichts ohne hinreichend bestimmte Ursache geschehe. Deshalb müsse noch eine andere Kausalität angenommen werden, nämlich eine absolute Spontaneität der Ursachen oder eine (transzendente) Freiheit, die es ermögliche, daß die nach Naturgesetzen verlaufende Reihe von Erscheinungen von selbst anfängt.

Antithese: Alles in der Welt geschieht lediglich nach Gesetzen der Natur, es gibt keine Freiheit.

Begründung der Antithese durch Kant:

Angenommen, es gäbe eine Freiheit als eine besondere Art von Kausalität, die in der Lage wäre, einen Zustand und damit eine Reihe von Folgen schlechthin anzufangen. Damit würde die Kausalität schlechthin anfangen, und es würde nichts vorhergehen, wodurch diese Handlung nach Gesetzen bestimmt sei. Ein jeder Anfang zu handeln setzt aber einen Zustand der noch nicht vorhandenen Ursache voraus, und ein dynamisch erster Anfang der Handlung einen Zustand, der mit den vorhergehenden eben derselben Ursache gar keinen Zusammenhang der Kausalität, d. h. auf keine Weise daraus erfolgt. Eine transzendente Freiheit widerspricht also dem Kausalgesetz, kann in keiner Erfahrung angetroffen werden und ist somit ein leeres Gedankending.

Die Freiheit (Unabhängigkeit) von den Gesetzen der Natur ist zwar eine Befreiung vom Zwange, aber auch vom Leitfaden aller Regeln. Natur und transzendente Freiheit unterscheiden sich wie Gesetzmäßigkeit und Gesetzlosigkeit.

Kritik der Kantschen Argumentation:

Aus der logischen Literatur ist bekannt, daß der Terminus „Ursache“ mehrdeutig ist.⁴² Wir gehen hier nicht auf die verschiedenen Verwendungsweisen des Terminus ein, sondern nehmen an, der Ausdruck „Ein Ereignis *a* ist immer die Ursache eines Ereignisses *b*“ sei gleichbedeutend mit „Immer wenn

⁴²A. A. Zinov'ev, Logika Nauki, Moskva 1971; A. A. Zinov'ev, Logičeskaja fizika, Moskva, 1972.

ein Ereignis *a* auftritt, so tritt danach ein Ereignis *b* auf“. (Hier werden Zeittermini bei der Definition des Terminus „Ursache“ verwendet, im Unterschied zur Kantschen Auffassung, nach der der Kausalitätsbegriff zur Einführung von Zeittermini erforderlich sei.) Nehmen wir weiter an, das Kausalprinzip sei in der folgenden sehr starken Form gültig: „Für jedes Ereignis *a* gibt es genau ein Ereignis *b* derart, daß *b* die Ursache von *a* ist.“ Wir sind nicht der Auffassung, daß das Kausalitätsprinzip in dieser starken Form akzeptabel ist, nehmen aber seine Gültigkeit an, da dies die Kantsche Auffassung trifft, „daß nichts ohne hinreichend bestimmte Ursache geschehe“. Hieraus schließt Kant korrekt, daß es dann kein erstes Glied in der Ereigniskette gibt. Doch hieraus folgt keineswegs, daß die Reihe der verflochtenen Ursachen unvollständig ist, wie es Kant behauptet. Auch widerspricht die Aussage, daß die Ursachenreihe kein Anfangsglied hat, keineswegs dem oben angegebenen Kausalprinzip (Naturgesetz), sie ist im Gegenteil logisch mit diesem Kausalprinzip verträglich. Es gibt also für den Kantschen Schluß auf die Notwendigkeit einer Kausalität durch Freiheit keine logischen Gründe. Man kann nur versuchen zu erklären, wie die Kantschen Assoziationen zustande kommen, ohne sie dabei allerdings als korrekte Schlüsse zu rechtfertigen.

In der dritten Antinomie spielen einerseits die Begriffe „Ursache“, „Naturgesetz“, „Kausalität“, „Regelmäßigkeit“, andererseits die Begriffe „Freiheit“, „Zwang“, „Regellosigkeit“ eine Rolle. Alle diese Begriffe haben einen anthropomorphen Ursprung. Der Begriff „Ursache“ wurde zunächst auf menschliches Handeln bezogen. Jede menschliche Handlung (manchmal auch das handelnde Subjekt) nennt man *Ursache*, ihre Folgen *Wirkungen*.

Der Terminus „Naturgesetz“ wurde in Analogie zu juristischen Gesetzen und der Terminus „Regellosigkeit“ in Analogie etwa zu moralischen Regeln gebildet. Bei der zweiten Gruppe von Termini ist ihr Bezug allein auf menschliches Verhalten und Handeln offensichtlich.⁴³ Die erste Gruppe von Termini

⁴³Der amerikanische Logiker Ch.S. Peirce macht an einem Beispiel sehr anschaulich deutlich, daß der Terminus „Regellosigkeit“ in bezug auf die Natur sinnlos ist. Er schreibt: „Aber wenn eine sehr große Zahl von Eigenschaften auf eine sehr große Zahl von Gegenständen in nahezu jeder möglichen Weise verteilt würde, bestünde eine Chance, daß es einige wenige Regelmäßigkeiten dabei gäbe. Wenn z. B. auf ein Schachbrett mit einer riesigen Zahl an quadratischen Feldern, die alle möglichen Farben haben, Myriaden von Würfeln geworfen würden, könnte es kaum ausbleiben, daß auf irgendeiner Farbe oder einem Farbton unter all den vielen eine der sechs Nummern, die ein Würfel trägt, nicht oben liegen würde. Das würde eine Regelmäßigkeit sein, denn in diesem Falle würde der allgemeine Satz, daß auf dieser Farbe diese Nummer niemals oben liegt, wahr sein. Nimmt man aber an, daß diese Regelmäßigkeit beseitigt wird, so würde damit eine viel erstaunlichere Regelmäßigkeit geschaffen, nämlich die, daß auf jeder Farbe jede Nummer oben liegt. Eine Regelmäßigkeit muß also auf jeden Fall vorkommen. In der Tat zeigt schon eine kurze Überlegung, daß, obwohl wir es hier nur mit Variationen der Farbe und der gewürfelten

verlor aber im Verlaufe der historischen Entwicklung ihren anthropomorphen Charakter, und die Termini dienen heute zur Beschreibung von menschenunabhängigen objektiven Situationen. Vergißt man diesen Bedeutungswandel, so kommt das in der Geschichte der Philosophie viel diskutierte Problem des Determinismus und der Willensfreiheit zustande, das Kant auch bei der Formulierung seiner dritten Antinomie vorschwebte.

Ein Widerspruch zwischen Willensfreiheit und Determinismus kommt aber überhaupt nicht zustande, da die Termini der beiden Gruppen zur Beschreibung ganz verschiedener Phänomene benutzt werden. Ihre Verwendung ist durch ganz verschiedene Sprachregeln festgelegt. Während mit Hilfe der Termini „Ursache“, „Kausalität“, „Naturgesetz“ menschenunabhängige Phänomene der Wirklichkeit beschrieben werden sollen, beziehen sich die Termini „Freiheit“, „Zwang“ nur auf den Bereich menschlichen Handelns. Natürlich lassen sich sinnvolle Aussagen mit Termini aus beiden dieser Gruppen bilden, etwa „Die freie Entscheidung *a* hat die Ursache *b*“, ja die der sogenannten Willensfreiheit zugrunde liegende Auswahl aus möglichen Entscheidungen setzt stets ein bestimmtes Kausalprinzip voraus („Freiheit ist Einsicht in die Notwendigkeit“).⁴⁴ Doch das ändert nichts an dem oben angedeuteten Unterschied dieser beiden Gruppen von Termini. Ryle verglich die hier vorliegende Situation einmal mit einem Billardspiel, das ja auch verschiedenen Regelsystemen unterliegt, nämlich einmal den Regeln der Mechanik und zum anderen den eigentlichen Spielregeln.

9 Vierte Antinomie der reinen Vernunft

These: Es gibt als Teil oder als Ursache der Welt ein schlechthin notwendiges Wesen.

Begründung der These durch Kant:

Die Welt enthält eine Reihe von Veränderungen. Jede Veränderung steht aber – nach Kant – unter einer bestimmten Bedingung, die ihr zeitlich vorhergeht und unter der sie notwendig ist. Nach Kant setzt aber jedes existierende Bedingte eine vollständige Reihe von Bedingungen bis zum schlechthin Un-

Nummern zu tun haben, viele Regelmäßigkeiten vorkommen müssen.

Und je größer die Zahl der Gegenstände, je vielfältiger die Hinsichten, in denen sie variieren, und je größer die Zahl der Variationen in jeder Hinsicht, um so größer wird die Zahl der Regelmäßigkeiten sein. Nun sind im Universum all diese Zahlen unendlich. Daher muß, wie ungeordnet das Chaos auch sein mag, die Zahl der Regelmäßigkeiten unendlich sein.“ (Ch. S. Peirce, Schriften I, Zur Entstehung des Pragmatismus, Frankfurt a. M. 1967, S. 237.)

⁴⁴Vgl. R. Carnap, *Filosofskije osnovanija fiziki*, Moskva 1971.

bedingten voraus, welches absolut notwendig ist. Hieraus schließt Kant auf die Existenz eines absolut Notwendigen, da eine Veränderung als seine Folge existiert. Dieses Notwendige gehört nach Kant zur Sinnenwelt.

Antithese: Ein schlechthin notwendiges Wesen existiert weder in der Welt noch außerhalb von ihr als ihre Ursache.

Begründung der Antithese durch Kant:

Angenommen, die Welt sei selber oder in ihr sei ein notwendiges Wesen. Dann würde die Reihe der Veränderungen entweder einen absoluten Anfang haben, der absolut notwendig und mithin ohne Ursache wäre, was dem Gesetz der Bestimmung aller Erscheinungen in der Zeit widerspricht, oder die Reihe selbst wäre ohne allen Anfang, und zwar in allen ihren Teilen zufällig und unbedingt. Das ist nach Kant aber ein Widerspruch. Eine analoge Argumentation wird für den Fall geführt, daß ein schlechthin notwendiges Wesen als Ursache der Welt existiert.

Kritik der Kantschen Argumentation:

Einen Kernfehler der Kantschen Argumentation trifft wieder Lichtenberg im folgenden Aphorismus:

„Es ist doch fürwahr zum Erstaunen, daß man auf die dunklen Vorstellungen von Ursachen den Glauben an einen Gott gebaut hat, von dem wir nichts wissen und nichts wissen können, denn alles Schließen auf einen Urheber der Welt ist immer Anthropomorphismus.“⁴⁵

Neben dem schon mehrfach aufgewiesenen Fehler, daß Kant die Existenz von Reihen ohne Anfangsglied leugnet, beruht die vierte Antinomie einfach auf unkorrektem Sprachgebrauch. In der dritten Antinomie verwendet Kant den Terminus „Ursache“ korrekt, da er ihn als zweistelliges Prädikat betrachtet, das Ereignistermini verknüpft. Das zweistellige Prädikat „Ursache“ ist nicht für beliebige Subjekttermini definiert, sondern nur für Ereignistermini. Ereignistermini erhält man aus empirischen Aussagen, wenn man den Operator „die Tatsache, daß“ voranstellt. Symbolisch: Wenn A eine empirische Aussage ist, so ist $\downarrow A$ ein Ereignisterminus. Eine logisch korrekt gebildete Aussage über eine Kausalbeziehung hat also folgende Form: $U(\downarrow A, \downarrow B)$. Beispiel: A möge die Aussage sein: „Der Fahrer des Autos war unaufmerksam“, B die Aussage „Das Auto fuhr gegen einen Baum“, dann ist $U(\downarrow A, \downarrow B)$ die Aussage „Die Tatsache, daß der Fahrer des Autos unaufmerksam war, ist

⁴⁵G. Ch. Lichtenberg, ebenda, S. 172 f.

die Ursache dafür, daß das Auto gegen einen Baum fuhr“. Statt dieser etwas langatmigen Formulierung sagt man meist: „Die Unaufmerksamkeit des Fahrers war die Ursache des Unfalls“, d. h., man verwendet nicht Ereignistermini der Form $\downarrow A$, sondern führt für sie spezielle einfache Subjekttermini a, b ein. Soweit es sich um echte Ereignistermini handelt, sind Aussagen der Form $U(a, b)$ vollkommen korrekt. Doch häufig wird vergessen, daß der Terminus „Ursache“ nur für Ereignistermini sinnvoll ist. Man spricht dann etwa allgemein von Ursachen von Dingen und Erscheinungen. Die Sinnlosigkeit dieses Sprachgebrauchs wird sofort deutlich, wenn man etwa nach der Ursache des Sokrates fragt. Es ergibt sich nämlich sofort die Zusatzfrage, was denn gemeint sei, die Geburt, der Tod oder die Magenschmerzen des Sokrates. Genauso sinnlos ist aus rein logischen Gründen die Frage nach der Ursache der Welt. Es handelt sich um eine Frage des Typs „Ist der Mond kahlköpfig?“. Die häufig verwendete Floskel „Die Welt ist die Ursache ihrer selbst“ ist natürlich genauso sinnlos, da sie vollkommen mit der üblichen Verwendungsweise des Terminus „Ursache“ bricht. Auch ein Satz wie „ $\downarrow A$ ist die Ursache für die Entstehung der Welt“ ist sinnlos, obwohl „Entstehung der Welt“ ein Ereignisterminus ist, denn wenn die Welt keinen zeitlichen Anfang (im zweiten angegebenen Sinne hat) ist die Frage nach ihrer Entstehung sinnlos, und wenn sie zu einem Zeitpunkt entstanden wäre, so würde $\downarrow A$ doch auf Grund der Definition des Terminus „Welt“ zur Welt gehören.

Ebenso wie der Terminus „Ursache“ lassen sich die modalen Prädikate „möglich“, „notwendig“, „zufällig“ usw. nur für Ereignistermini korrekt einführen⁴⁶, deshalb ist auch die Frage nach der Existenz eines notwendigen Wesens sinnlos.

10 Schlußbemerkung

Wir sehen, daß es sich bei allen vier Antinomien der reinen Vernunft um keine echten Antinomien im Sinne der Logik handelt, denn solche kann es gar nicht geben. In keinem Falle konnten aus wahren Voraussetzungen $A^1, \dots, A^n$ nach logischen Regeln zwei sich einander widersprechende Thesen B und $\sim B$ abgeleitet werden. Der Anschein einer Antinomie hatte in den verschiedenen Fällen verschiedene Gründe. Es wurde mit verschwommenen und mehrdeutigen Termini gearbeitet, verschiedene logische Operatoren wurden verwechselt, konkrete empirische Objekte wurden mit abstrakten mathematischen identifiziert usw.

In allen Fällen trat an die Stelle eines strengen logischen Beweises ein Spiel mit psychischen Assoziationen, das durch kein strenges Regelsystem

⁴⁶Vgl. A. Sinowjew/H. Wessel, Logische Sprachregeln.

beschrieben werden kann. Die Lösung der scheinbaren Antinomien wurde in jedem Falle verschieden durchgeführt. Auf keinen Fall besteht sie in der von Kant behaupteten Unterscheidung der Dinge an sich und der Welt der Erscheinungen, denn diese Unterscheidung ist sinnlos. Da die Antinomien sich bei etwas logischer Gründlichkeit als reiner Schein erweisen, ruhen auch all die idealistischen Spekulationen, die Fichte, Hegel, Schelling u. a. an die Kantischen Antinomien der reinen Vernunft anknüpften, auf unsicherem Grund. Das schließt nicht aus, daß diese Autoren in der Kritik der Kantischen Antinomienproblematik viel Richtiges gesagt haben und daß in ihren eigenen Spekulationen manch kluger Gedanke enthalten ist.

Wenn unser Beitrag zur Kantwürdigung recht kritisch ausgefallen ist, so hat das seinen Grund nicht darin, daß wir Kant für einen spekulativen und bedeutungslosen Philosophen halten, für den logische Fehler charakteristisch wären. Wir schätzen im Gegenteil die philosophische Leistung Kants sehr hoch ein. Viele der in diesem Beitrag beschriebenen Lösungen von Problemen wären ohne die philosophische Fragestellung von Kant nicht zustande gekommen. Aber Kants Bedeutung in der Geschichte der Philosophie ist so groß, daß seine Begriffsbildungen und Behauptungen heute noch in der Philosophie unkritisch verwendet werden. Auch in der philosophischen Literatur der DDR findet man mitunter Kantsche Auffassungen wieder, die bei einer kritischen logischen Sichtung nicht haltbar sind. Deshalb ist eine Kantkritik unerläßlich.

Vorwort des Herausgebers zu dem Buch: A. A. Iwin, Grundlagen der Logik von Wertungen, Berlin 1975*

Das vorliegende Buch ist in der internationalen Literatur die erste monographische Darstellung der Logik von Wertungen. Bisher mangelte es zur Logik von absoluten Wertungen an zusammenfassenden Untersuchungen.

Unter Wertungen versteht man bekanntlich Sätze wie: „*A* ist ein guter Politiker“, „*B* ist ein schlechter Schachspieler“, „Die Handlung *a* ist weder gut noch schlecht (indifferent)“, „Das Gerät *a* ist besser als das Gerät *b*“, „Es ist schlechter, wenn *a* Direktor wird, als wenn *b* Direktor wird“ usw. Schon diese wenigen Beispiele machen deutlich, daß in vielen unterschiedlichen Lebensgebieten von Menschen gewertet wird. Eine besondere Rolle spielen Wertungen im moralischen Leben, in der Politik, in der Ökonomie, im rechtlichen Leben und in anderen gesellschaftlichen Bereichen.

Auch in den Wissenschaften wird häufig gewertet. Den meisten Entscheidungen der Wissenschaftler gehen Wertungen voraus. Das ist für alle Gesellschaftswissenschaften offensichtlich, und wenn man sich in den Naturwissenschaften nicht auf eine Betrachtung fertiger Theorien beschränkt, so wird man auch dort sehr oft auf Wertungen der Wissenschaftler treffen. Selbst in der Mathematik und Logik, die ja gern als Musterbeispiele für die sogenannte Wertfreiheit herangezogen werden, findet man bei genauerem Hinsehen mehr Wertungen als erwartet. So widmet etwa P. Lorenzen einer moralischen Argumentation im Streit zwischen Konstruktivisten und Formalisten einen speziellen Aufsatz.¹ Und in der Logik handelt es sich beispielsweise bei

*Erstveröffentlichung in: A. A. Iwin, *Grundlagen der Logik von Wertungen*, Akademie-Verlag, Berlin 1975.

¹P. Lorenzen, *Moralische Argumentationen im Grundlagenstreit der Mathematiker*, in: *Methodisches Denken*, Frankfurt a. M. 1969

der Einschätzung von Schlußregeln als gültig bzw. ungültig ganz offensichtlich um Wertungen. Sowohl in der Wissenschaft als auch im Alltagsleben der Menschen sind die Bewertungen von Aussagen als wahre, falsche usw. sehr weit verbreitet.

Trotz dieser offensichtlichen faktischen Situation finden sich noch immer Verteidiger des von Max Weber zu Beginn unseres Jahrhunderts aufgestellten Prinzips von der Werturteilsfreiheit aller echten Wissenschaft. Ein eifriger Verfechter der Wertfreiheit der Wissenschaft ist der kritische Rationalist Hans Albert.² Dieser überzeugte Antidogmatiker, der Wertungen aus der Wissenschaft verbannen möchte, da sie sich als ein Einfallstor des dogmatischen Denkens erwiesen hätten³, geht aber in seiner Argumentation selber ganz unkritisch – wie manch anderer Positivist – mindestens zwei handfesten methodologischen Dogmen auf den Leim. Das erste dogmatische Vorurteil besteht darin, daß er annimmt, im Bereich der Wertungen müsse es irrational und alogisch zugehen. Wertungen seien im Unterschied zu Faktenaussagen nicht intersubjektiv überprüfbar. Die Begründung hierfür sieht er in der faktischen Situation in den Sozialwissenschaften. Wollte man diese „Begründung“ akzeptieren, so müßte man auch akzeptieren, daß es im Bereich von Tatsachenaussagen alogisch zuginge, denn auch hier werden ja beim praktischen Schließen (auch in der Wissenschaft) logische Fehler gemacht. Aus dem ersten Vorurteil ergibt sich ein zweites, ebenfalls weit verbreitetes. Da es im Bereich der Wertungen angeblich prinzipiell alogisch zugehe und da Albert natürlich genau weiß, daß in der wissenschaftlichen Tätigkeit ständig gewertet wird, kommt er zu folgender „Lösung“: Alle Wertungen in einer Wissenschaftsdisziplin werden aus der Objektsprache dieser Disziplin in deren Metasprache verlagert. Diese „Lösung“ hat aber mindestens zwei Mängel. Erstens kann man bekanntlich nur in künstlichen, formalisierten Sprachen zwischen einer Objekt- und einer Metasprache unterscheiden, während in den natürlichen Sprachen und deren Modifikation als Wissenschaftssprachen eine solche Unterscheidung rein fiktiv und außerdem sinnlos ist. Doch selbst wenn wir Albert diese Unterscheidung zugestehen würden, so wäre, zweitens, die Problematik der Wertungen nur verlagert, aber nicht gelöst, es ginge dann eben in der Metasprache „alogisch“ zu.

Auf dem Hintergrund des hier angedeuteten Werturteilsstreites wird die Bedeutung des vorliegenden Buches deutlich. Eine wirkungsvolle Kritik der positivistischen These vom alogischen Charakter von Wertungen und der damit verbundenen Forderung, Wertungen aus der Wissenschaft auszuschlie-

²H. Albert, Wertfreiheit als methodisches Prinzip. Zur Frage der Notwendigkeit einer normativen Sozialwissenschaft, in: Logik der Sozialwissenschaft, Hrsg. Ernst Topitsch, Köln, Berlin 1965

³Ebenda, S. 182

ßen, ist nur durch den positiven Aufbau einer Logik von Wertungen möglich. Der sowjetische Logiker A. A. Iwin stellt sich diese Aufgabe. Dabei erweist er sich als ein sehr guter Kenner der internationalen Literatur zur Wertungsproblematik. Er referiert die wichtigsten Arbeiten zur Logik von Wertungen und unterzieht die von anderen Autoren gewonnenen Ergebnisse einer sachkundigen Analyse. Auf dieser Grundlage gewinnt er dann eine ganze Reihe von eigenen Ergebnissen, die über den bisherigen Entwicklungsstand der Logik von Wertungen hinausgehen. Das gilt insbesondere für die Logik von absoluten Wertungen. Unter absoluten Wertungen versteht man hier Sätze, die einstellige Wertungsprädikate wie „gut“, „schlecht“, „indifferent“ enthalten, im Unterschied zu komparativen Wertungen, die zweistellige Wertungsprädikate wie „besser als“, „schlechter als“ und „gleichwertig“ enthalten. Die russische Ausgabe von Iwins Buch beschränkte sich nur auf die Logik von absoluten Wertungen. Für die deutsche Ausgabe überarbeitete der Autor das Buch, und es wurde ein zusätzliches Kapitel über die Logik von komparativen Wertungen aufgenommen.

Iwin begnügt sich nicht mit der positiven Darstellung seiner gesicherten Ergebnisse, sondern wirft auch eine Reihe von Problemen auf, die bisher noch nicht gelöst wurden. Dadurch wirkt das Buch auf den Leser anregend für ein eigenes weiterführendes Durchdenken der aufgeworfenen Problematik. Auch wir wollen in diesem Vorwort einige Überlegungen vortragen, die unseres Erachtens für die weitere Ausarbeitung der Logik von Wertungen wichtig sind.

Als Hauptinhalt der Logik sieht Iwin eine Theorie des formalen Schließens an. Unter einer Logik von Wertungen versteht er dementsprechend den Bereich der Logik, der sich mit der Analyse von Schlüssen (Ableitungen) beschäftigt, die Wertungen als Voraussetzungen oder Folgerungen enthalten. Wertungen sind Aussagen über Werte. Unter einem Wert versteht Iwin jeden Gegenstand eines beliebigen Interesses, Wunsches, Bemühens usw. Er verwendet das Wort „Wert“ in dem Sinne, daß neben positiven und negativen Werten auch Nullwerte berücksichtigt werden. Wertungen sind Sätze der Form „*a* ist gut“, „*a* ist schlecht“, „*a* ist indifferent“, „*a* ist besser als *b*“, „*a* ist schlechter als *b*“, „*a* ist gleichgut wie *b*“ usw. Viele Wertungen fallen nach Iwins Ansicht nicht unter die Kategorie der Wahrheit. Deshalb bedeutet der Aufbau einer logischen Theorie von Wertungen eine Erweiterung des Untersuchungsbereiches der Logik, da nach der vorherrschenden Auffassung die Logik die Aufgabe hat, Regeln aufzustellen, nach denen man wahre Folgerungen aus wahren Voraussetzungen erhält.

Das ist ein möglicher Weg bei der Ausarbeitung einer Logik von Wertungen, der von Iwin in gewisser Weise auch eingeschlagen wird, allerdings nur durch die Angabe von rein syntaktisch aufgebauten Kalkülen, ohne eine

befriedigende allgemeine Begründung für diese Kalküle zu geben. Es bietet sich jedoch auch eine andere Arbeitsrichtung an. Bei vielen faktisch getroffenen Wertungen kann man zwar wirklich nicht entscheiden, ob sie wahr oder falsch sind und ob diese Prädikate überhaupt sinnvoll auf diese Wertungen angewandt werden können. Doch wenn man – wie es auch Iwin tut – die Aufgabe der Logik von Wertungen und ihrer vorbereitenden inhaltlichen Ausgangsüberlegungen als eine Erhöhung der Rationalität im Bereich des Wertens auffaßt, so darf man sich mit dieser faktischen Situation nicht begnügen.

Iwin untersucht beispielsweise die logische Struktur von Wertungen und unterscheidet dabei vier Komponenten: das Subjekt, den Gegenstand, den Charakter und die Grundlage einer Wertung. Unter dem Subjekt (den Subjekten) einer Wertung wird die Person (die Gruppe von Personen) verstanden, die einen Gegenstand bewertet. Unter den Gegenständen von Wertungen versteht Iwin die Gegenstände, denen Werte zugeschrieben werden bzw. deren Werte verglichen werden. Alle Wertungen können ihrem Charakter nach in die Gruppe der absoluten und in die Gruppe der komparativen Wertungen eingeordnet werden. Unter der Grundlage einer Wertung versteht Iwin schließlich die Gründe und Positionen, die das Subjekt zu einer bestimmten Wertung führen. Man könnte auch von Kriterien einer Wertung sprechen. Mit den Grundlagen von Wertungen ist eine Reihe von Schwierigkeiten verknüpft, mit denen sich Iwin beschäftigt. Einerseits werden bei Wertungen die Grundlagen meist nicht explizit angegeben, andererseits ist es häufig schwierig, Gegenstand und Grundlage einer Wertung streng zu unterscheiden. Doch lassen wir diese Schwierigkeiten hier mal außer acht. Allein durch die Aufdeckung dieser vier Komponenten wird die Rationalität im Bereich der Wertungen erhöht. Längst nicht bei allen faktisch getroffenen Wertungen ist man sich immer dieser vier Komponenten bewußt. Ihre bewußte Berücksichtigung trägt zu einer Erhöhung der Rationalität des Wertens bei. Es ist also durchaus nicht so, wie H. Albert apodiktisch behauptet: „Überall, wo intersubjektive Kritik möglich ist, sind Werturteile nicht notwendig; wo aber keine solche Kritik mehr möglich ist, da können sie nur dogmatisch eingeführt werden.“⁴

Vielmehr haben wir im Bereich des Wertens gegenwärtig eine analoge Situation wie im Bereich der faktischen Aussagen zur Zeit Aristoteles' und seiner Nachfolger. (Diese Analogie darf allerdings nicht zu weit getrieben werden.) Vor der Ausarbeitung einer Logik faktischer Aussagen wurden nach intuitiv und spontan herausgearbeiteten Regeln, die nicht explizit formuliert waren, Aussagen getroffen und Schlüsse gezogen. Ähnlich verhält es sich

⁴Ebenda, S. 182

heute noch weitgehend im Bereich des Wertens. Die Ausarbeitung der Logik faktischer Aussagen bestand nicht nur in einem Fixieren der intuitiven und spontanen Regeln der Umgangssprache, sondern mit der Logik faktischer Aussagen wurde eine vernünftige Normierung der Sprache vorgeschlagen, die vorher nicht vorhanden war. Die Logik schuf mit ihrer Herausbildung etwas Neues, das später mehr oder weniger in den üblichen Sprachgebrauch einging. Bei der Ausarbeitung der Logik von Wertungen steht gegenwärtig eine analoge Aufgabe. Ihre Aufgabe besteht daher nicht darin, den gegenwärtigen faktischen Gebrauch von Wertungsprädikaten zu beschreiben. Sie muß vielmehr eine Normierung dieses Sprachgebrauches vornehmen und vernünftige Vorschläge zur Erhöhung der Rationalität in diesem Bereich menschlicher Tätigkeit erarbeiten. Und diese Vorschläge wird man, wenn sie zweckmäßig sind und an den jetzigen Sprachgebrauch anknüpfen, genauso akzeptieren wie man beispielsweise die Syllogistik des Aristoteles und andere Regeln für faktische Aussagen akzeptiert hat. Das Argument von H. Albert ist also nur ein Scheinargument und höchstens ein konservatives Akzeptieren einer gegenwärtigen unbefriedigenden Situation im Bereich des Wertens.

Ähnlich verhält es sich meines Erachtens mit der Semantik von Wertungen und insbesondere mit der Wahrheitsproblematik von Wertungen. Iwin befaßt sich ausführlich mit dieser Problematik.

Obwohl sich Philosophen und Logiker dieser Problematik erst relativ spät zuwandten, gibt es dazu bereits eine umfangreiche Literatur. Von einer Klärung ist die Problematik jedoch noch weit entfernt. Es werden vielmehr die gegensätzlichsten Auffassungen vertreten. A. J. Ayer, R. Carnap und einige andere Neopositivisten vertraten die Auffassung, daß Wertungen nur subjektives inneres Erleben ausdrücken und nichts über die Gegenstände aussagen, die bewertet werden. Andere Philosophen sind dagegen der Meinung, daß Werte Eigenschaften der bewerteten Gegenstände selbst sind und überhaupt nicht vom wertenden Subjekt abhängen. Diese beiden extremen Auffassungen sind sicher nicht zu akzeptieren. Außerdem ist es wenig aussichtsreich, eine einzige undifferenzierte Deutung für alle faktisch anzutreffenden Wertungen zu geben. Iwin führt deshalb eine Reihe von unterschiedlichen Verwendungsweisen von Wertungsprädikaten an und analysiert die Problematik der Wahrheit von Wertungen.

Meines Erachtens läßt sich diese Problematik von Wertungen nicht auf rein semantischer Ebene lösen. Allgemein handelt es sich bei der Unterscheidung des syntaktischen, semantischen und pragmatischen Aspekts der Sprache um eine theoretische Unterscheidung, die in der Geschichte der Logik und der Sprachwissenschaft eine wichtige Rolle gespielt hat und auch noch spielt. Man muß sich aber darüber klar sein, daß es sich dabei um eine theoretische Vereinfachung der Beschreibung und Erklärung des faktischen Sprach-

gebrauchs handelt, die ihre Grenzen hat und zu einer Reihe von Schwierigkeiten führt. Dies wird bei semantischen Untersuchungen von Normen und Wertungen deutlich. Wenn man nur faktisch anzutreffende Normen und Wertungen hernimmt und versucht, ihnen entsprechende „objektive Korrelate“ zu finden, um ihnen dann einen Wahrheitswert oder einen einem solchen analogen Wert (Gültigkeit usw.) zuzuschreiben, so führt das zu den bekannten wortreichen Diskussionen, die aber keine Lösung der Problematik bieten können. Man verbleibt nämlich im rein semantischen Aspekt der Untersuchung und verkennt den eigentlichen Charakter von Normen und Wertungen. Wir wollen mit dem Gesagten nicht gegen die von Iwin durchgeführten Bedeutungsanalysen von praktisch verwendeten Wertungsprädikaten polemisieren. Solche Untersuchungen sind sehr wichtig für die weitere Arbeit auf diesem Gebiet. Doch eine Lösung der behandelten Problematik ist nur möglich, wenn der pragmatische Aspekt der Sprache von vornherein in die Untersuchungen mit einbezogen bzw. wenn die traditionelle Unterscheidung zwischen syntaktischem, semantischem und pragmatischem Aspekt gar nicht erst vorgenommen wird. Wir wollen hier kurz andeuten, in welcher Richtung unseres Erachtens eine Lösung der Problematik zu erarbeiten ist. Wertungen werden immer von Menschen getroffen. Und es ist deshalb erforderlich, daß bei einer Analyse des Wertungsprozesses das wertende Subjekt stets berücksichtigt wird. In der traditionellen Semantik wird das erkennende Subjekt aber von vornherein auf Grund der gewählten Idealisierung ausgeschlossen, und man kann schon deshalb keine Lösung der Problematik im Rahmen traditioneller semantischer Untersuchungen erwarten. Bei den Untersuchungen von Wertungen sind zwei grundsätzlich verschiedene Problemkomplexe zu unterscheiden: Erstens müssen Verfahren angegeben werden, nach denen Wertungsprädikate intersubjektiv kontrollierbar in den Sprachgebrauch eingeführt werden können; zweitens muß festgelegt werden, wann Aussagen mit diesen Wertungsprädikaten wahr oder falsch sind. Dabei ist die zweite Aufgabe erst lösbar, wenn die erste bereits befriedigend gelöst ist.

Bevor wir einige Gedanken zum ersten Problemkomplex äußern, wollen wir kurz auf eine Frage eingehen, die bedeutsam für die gesamte Logik von Wertungen ist. In der philosophischen Literatur ist die Frage sehr umstritten, ob solche Worte wie „gut“, „schlecht“, „indifferent“, „besser“, „schlechter“, „gleichwertig“ usw. Prädikate im logischen Sinne sind oder nicht.⁵ In ontologischer Formulierung wird das Problem auch so gestellt, ob die Worte „gut“, „schlecht“ usw. Eigenschaften der mit ihnen bewerteten Gegenstände ausdrücken oder nicht. Die Diskussion dieser Problematik zeigt, daß die Vertreter der Auffassung, Wertungsworte seien keine Prädikate bzw. seien keine

⁵Vgl. hierzu E. v. Savigny, *Die Philosophie der normalen Sprache*, Frankfurt a. M. 1969

Eigenschaften der mit ihnen bewerteten Gegenstände, eine sehr enge und kaum haltbare Auffassung von Prädikaten überhaupt haben. Als ein Musterbeispiel für echte oder empirische Prädikate werden etwa Farbprädikate wie „rot“ gewählt, und dann wird der Unterschied zu solchen Worten wie „gut“, „schlecht“ usw. herausgearbeitet. Durch die Beispielwahl entsteht der Eindruck, daß es zu dem Prädikat „rot“ in der Wirklichkeit eine unmittelbare Entsprechung, gleichsam eine zusätzliche Eigenschaft gibt, die allen roten Dingen gemeinsam ist, während man eine solche gemeinsame Eigenschaft für solche Worte wie „gut“, „schlecht“ usw. bei allen guten bzw. schlechten Dingen nicht aufweisen kann. Auf Grund dieses Eindruckes bestreitet man dann, daß die Wertungsworte echte Prädikate seien. Diese Argumentation enthält aber mindestens zwei Fehler. Schon die scheinbar automatische Entsprechung des Prädikators „rot“ und der gemeinsamen Eigenschaft aller roten Dinge unter Ausschaltung der Sprachbenutzer stellt eine simplifizierte Widerspiegelungsauffassung dar. Um das zu verdeutlichen, stellen wir uns folgende Situation vor.

Gegeben sei eine gewisse Menge A von farbigen Dingen, von denen nur die Dinge a, b, c rot im Sinne unseres üblichen Sprachgebrauchs sind. Für dieses „rot“ verwenden wir im weiteren „rot¹“, d. h., wir nehmen an, die folgenden Aussagen $\text{rot}^1(a)$, $\text{rot}^1(b)$, $\text{rot}^1(c)$ seien wahr. Nach der oben angeführten und weit verbreiteten Auffassung käme also die gemeinsame Eigenschaft, an der wir die roten¹ Dinge erkennen, nur den Dingen a, b, c der Menge A zu. Stellen wir uns weiter vor, die Menge A enthielte neben den roten¹ noch die in unserem üblichen Sprachgebrauch rosafarbenen Dinge x und y . Die Aussagen $\text{rot}^1(x)$ und $\text{rot}^1(y)$ wären also falsch, während $\text{rosa}(x)$ und $\text{rosa}(y)$ wahr wären; x und y hätten also nicht die Eigenschaft, an der man die roten Dinge erkennt. Schließlich stellen wir uns vor, die Menschen hätten nicht die beiden Worte „rot“ und „rosa“ so in den Sprachgebrauch eingeführt, wie wir sie heute gebrauchen, sondern sie würden für beide Farben nur das eine Wort „rot²“ verwenden. Von zwei verschiedenen Farben könnte man dann gar nicht sprechen. Solch eine Annahme scheint zunächst abwegig zu sein, sie ist aber durchaus angebracht, denn mit dem Wort „rot¹“ erfassen wir ja auch eine ganze Skala von Farbschattierungen und führen nicht für jede Farbnuance ein spezielles Wort ein. Dort, wo es in der Natur keine starren Grenzen gibt, haben die Menschen bei der Einführung von Prädikaten eine gewisse Wahlfreiheit. Bei diesem angenommenen Sprachgebrauch wären die Aussagen $\text{rot}^2(a)$, $\text{rot}^2(b)$, $\text{rot}^2(c)$, $\text{rot}^2(x)$, $\text{rot}^2(y)$ wahr, und wir würden diese Aussagen an der gemeinsamen Eigenschaft der Dinge a, b, c, x, y überprüfen. Obwohl die Gegenstände der Menge A und auch unsere Sinnesempfindungen von ihnen genau die gleichen wären, hätten wir bei diesem angenommenen Sprachgebrauch andere wahre Aussagen als beim üblichen Sprachgebrauch,

und die Dinge der Menge *A* hätten in diesem Sinne andere Eigenschaften, weil wir ja immer nur die Eigenschaften nennen können, für die wir auch Worte haben. Wir betonen ausdrücklich, daß hiermit nicht gesagt sein soll, der Mensch schaffe mit der Einführung von Prädikatoren erst die Eigenschaften der Dinge. Die Dinge und ihre Eigenschaften existieren natürlich unabhängig davon, ob die Menschen sie auswählen und bezeichnen oder nicht. Doch neben dieser allgemeinen philosophischen Feststellung gilt es gleichzeitig zu beachten, daß die Menschen ihre Sprache selber schaffen und mit der Einführung von Prädikatoren gewisse objektive Eigenschaften auswählen und fixieren. Und wie Prädikatoren einzuführen sind, ist uns keineswegs immer von der Natur vorgegeben, sondern hängt weitgehend von unserer Entscheidung ab.

Diese Überlegungen machen deutlich, daß die bloße Gegenüberstellung des Prädikators „rot“ mit der objektiven Eigenschaft rot den Widerspiegelungsprozeß simplifiziert und die aktive Rolle des Menschen in der Erkenntnis vernachlässigt. Letztlich läuft diese Auffassung auf die Tautologie hinaus, alle roten Dinge (alle Dinge, denen wir den Prädikator „rot“ zusprechen) haben die Eigenschaft, rot zu sein. Sie erklärt aber nicht, wie wir zu dem Prädikat „rot“ kommen. Wir können hier natürlich nicht die Einführung von Farbprädikaten behandeln.⁶ Den üblichen Sprachgebrauch vorausgesetzt, können wir den Vertretern der Auffassung, die Wertungsworte „gut“, „schlecht“ usw. seien im Gegensatz zu „rot“ usw. keine Prädikatoren, genauso tautologisch und genauso korrekt entgegenhalten: Alle guten Dinge (alle Dinge, die wir als gut bewerten) haben die Eigenschaft, gut zu sein. Das löst natürlich die Problematik des rationalen Wertens nicht, baut aber etwas die aufgeblähten Vorurteile ab, Werte seien etwas von empirischen Eigenschaften ganz Verschiedenes. Wir gehen jetzt auf den zweiten Fehler der angegebenen Auffassung ein. (Eigentlich ist es derselbe Fehler, er wird aber durch folgende Argumentation offensichtlicher.) Dazu vergleichen wir den Gebrauch solcher Prädikate „groß“, „klein“, usw. mit den Wertungsworten „gut“, „schlecht“ usw. Bei den Prädikaten „groß“, „klein“ u. ä. handelt es sich sicher um empirische Prädikate, denn wir können den richtigen Gebrauch dieser Worte an der Beschaffenheit von empirischen Gegenständen überprüfen. Wählen wir also das Wort „groß“ und fragen zunächst im Sinne der traditionellen semantischen Bedeutungstheorien: Was ist die gemeinsame Eigenschaft, die allen großen Dingen gemein ist? Was ist etwa das Gemeinsame einer großen Maus und eines großen Elefanten? Was nehmen wir an beiden Gemeinsames wahr, wenn wir sie berechtigt *groß* nennen? Entstehen nicht Widersprüche, wenn alle großen Dinge eine gemeinsame Eigenschaft besitzen, denn wir können

⁶Vgl. K. Lorenz, *Elemente der Sprachkritik. Eine Alternative zum Dogmatismus und Skeptizismus in der analytischen Philosophie*, Frankfurt 1970, S. 76 ff.

doch vollkommen korrekt von ein und derselben Maus sagen, sie sei groß (im Vergleich zu anderen Mäusen) und sie sei nicht groß (im Vergleich zu einem Elefanten)? Wenn wir versuchen, diese und ähnliche Fragen ehrlich zu beantworten, so merken wir, daß die traditionelle semantische Auffassung, nach der eine unmittelbare (vom Sprachbenutzer unabhängige) Zuordnung von beliebigen Prädikaten und objektiven Eigenschaften vorgenommen wird, kurzschlüssig und irreführend ist. Die Schwierigkeiten lassen sich vermeiden, wenn man den Sprachbenutzer von vornherein in die Untersuchung einbezieht und berücksichtigt, wie er solche Wörter wie „groß“ in den Sprachgebrauch einführt und verwendet. Dabei wird dann deutlich, daß man Worte wie „groß“, „klein“ usw. nicht unmittelbar in eine Sprache einführen kann, sondern daß diese Worte vom Gebrauch anderer Worte abhängig sind. Die Worte „groß“, „klein“ usw. werden mit Hilfe solcher Wörter wie „größer“, „kleiner“, „gleichgroß“ in den Sprachgebrauch eingeführt. Bei den Wörtern „größer“ und „kleiner“ handelt es sich um Spezialformen von Relationen des Komparativs⁷, die folgende Eigenschaften besitzen: Sie sind irreflexiv, asymmetrisch und transitiv. Bei den Worten „gleichgroß“ und „gleichklein“ handelt es sich um Äquivalenzrelationen, die folgende Eigenschaften besitzen: Sie sind reflexiv, symmetrisch und transitiv. Die genannten Eigenschaften haben unsere Relationen mit vielen anderen Relationen des Komparativs bzw. mit allen Äquivalenzrelationen gemein, und es handelt sich dabei um rein logische Eigenschaften. Die Spezifik der Wörter „größer“, „kleiner“, „gleichgroß“ usw. wird durch praktische Verfahren festgelegt, nach denen man bei gegebenen empirischen Gegenständen entscheiden kann, ob eine dieser Relationen zwischen ihnen besteht oder nicht.

Wir wissen, daß es solche Verfahren gibt, und wollen sie hier nicht beschreiben. Setzen wir für einen Bereich von empirischen Gegenständen solche Verfahren voraus, so läßt sich mit Hilfe der beiden Relationen „größer“ („kleiner“) und „gleichgroß“ der gegebene Bereich als eine geordnete Quasireihe darstellen,⁸ d. h., die Gegenstände lassen sich so ordnen, daß gleichgroße Gegenstände denselben Platz in der Reihe einnehmen, während die größeren Gegenstände den kleineren in der Reihe vorangehen (oder umgekehrt). Solch eine Quasireihe von empirischen Gegenständen kann in verschiedene Abschnitte zerteilt werden, und allen Gegenständen eines solchen Abschnittes läßt sich ein besonderes Prädikat zusprechen. Dabei bestehen verschiedene Möglichkeiten, eine gegebene Quasireihe einzuteilen: Man kann sie in zwei Abschnitte einteilen, in drei, vier usw. ja sogar in unendlich viele.

⁷Vgl. A. Sinowjew, H. Wessel, *Logische Sprachregeln. Eine Einführung in die Logik*, Berlin 1975

⁸Vgl. H. Wessel, *Probleme topologischer Logiken*, in: *Quantoren, Modalitäten, Paradoxien*, Berlin 1972

Man kann dabei scharfe Grenzen zwischen den einzelnen Abschnitten setzen oder aber die Grenzen unscharf lassen. Auf solche Art und Weise lassen sich auch unsere Beispielworte „groß“ und „klein“ einführen. Dabei ist zu beachten, daß der Gebrauch dieser Worte von der jeweils zugrundeliegenden Gegenstandsgesamtheit abhängig ist, die als Quasireihe geordnet wird.

So kommt es zustande, daß wir ein und dieselbe Maus als groß ansehen, wenn wir nur Mäuse vergleichen, und als klein, wenn wir auch Elefanten in die Betrachtung einbeziehen. Doch auch bei ein und derselben Gegenstandsgesamtheit können die Worte „groß“ und „klein“ unterschiedlich gebraucht werden, je nachdem, wie man die Quasireihe einteilt. So verwendet man die Worte „groß“, „klein“ usw. im Alltag im allgemeinen mit unscharfen Grenzen in bezug auf Menschen, während etwa die Eintragungen im Personalausweis auf einer scharfen Grenzziehung beruhen.

Kehren wir nun zu unserem Wertungsworten „gut“, „schlecht“ usw. zurück. Bisher wurden in der Literatur absolute und komparative Wertungen im wesentlichen voneinander isoliert untersucht. Auch Iwin beschränkt sich auf eine solche Darstellung, obwohl er auf die Notwendigkeit verweist, die Wechselbeziehungen zwischen diesen verschiedenen Wertungen zu ermitteln. Für den Aufbau einer formalen Wertungstheorie ist die Aufhellung der Beziehungen von absoluten und komparativen Wertungen von entscheidender Bedeutung. Unseres Erachtens bestehen zwischen absoluten und relativen Wertungen analoge Abhängigkeiten wie zwischen den Worten „groß“ einerseits „größer“ und „gleichgroß“ andererseits. Unabhängig von komparativen Wertungen kann man die Existenz von absoluten Werten nur dogmatisch postulieren. Damit wollen wir nicht behaupten, daß jeder faktischen absoluten Wertung eine komparative Wertordnung zugrunde liegt. Vielmehr wollen wir nur sagen, daß jeder intersubjektiv überprüfbaren (jeder rationalen) absoluten Wertung eine relative Wertordnung zugrunde liegen muß. Dem scheint auf den ersten Blick die Tatsache zu widersprechen, daß im Bereich des moralischen Wertens absolute Wertungen offensichtlich eine größere Rolle spielen als komparative. Das erklärt sich aber einfach aus der traditionellen Vorherrschaft von religiösen und idealistischen Morallehren, die absolute Werte postulieren, und bedeutet keineswegs, daß hier absolute Wertungen fundamentaler wären als komparative. Die Abhängigkeit von absoluten moralischen Wertungen von entsprechenden relativen Wertungen in der Umgangssprache wird offensichtlich, wenn man beobachtet, wie man Kinder den richtigen (den üblichen) Gebrauch von absoluten Wertungen lehrt. Kinder verwenden zunächst vorwiegend absolute Wertungsprädikate wie „gut“, „böse“ usw. auf Grund ihrer sprachlichen Einfachheit. Sie tappen dabei aber oft daneben, sie sind in ihren Wertungen „zu absolut“, und wir korrigieren sie hilfreich, indem wir ihnen an Beispielen einerseits die Relativität absoluter Wertun-

gen in bezug auf ihre Grundlagen erläutern und andererseits die Abhängigkeit absoluter Wertungen von komparativen verdeutlichen.

Eine wesentliche Aufgabe beim weiteren Aufbau der Logik von Wertungen besteht also darin, ausgehend von einer allgemeinen Logik des Vergleichs, eine allgemeine Logik relativer Wertungen aufzubauen, aus der man dann verschiedene Logiken absoluter Wertungen gewinnen kann. Dabei ist zu beachten, daß die Wertungsworte Prädikate sind, die wie viele andere Prädikate für Gegenstände verschiedener Art verschieden eingeführt werden.⁹ Behandelt man die Wertungsworte von vornherein als Prädikate und nicht, wie Iwin es tut, als logische Operatoren, so kann man dabei die gesamte Prädikationstheorie und die Quantorenlogik voraussetzen und nicht nur die Aussagenlogik. Sind die Wertungsprädikate exakt in den Sprachgebrauch eingeführt, d. h. sind genaue Kriterien für den intersubjektiv kontrollierbaren Gebrauch von Wertungsprädikaten festgelegt, so bereitet die Wahrheitsproblematik für Wertungen mit diesen Prädikaten keine Schwierigkeiten mehr. Die Metaprädikate „wahr“, „falsch“ usw. lassen sich dann nämlich sowohl für absolute als auch für relative Wertungen in üblicher Weise in den Sprachgebrauch einführen. Ist A eine einfache Wertungsaussage mit dem Subjekt a (den Subjekten a und b) und dem Wertungsprädikat P , dessen Gebrauch für Gegenstände der Art a (der Art a und b) festgelegt ist, so gilt nach dem Tarskischen Schema: „ A “ ist wahr genau dann, wenn A . Für zusammengesetzte Wertungsaussagen läßt sich das Prädikat „wahr“, wie es allgemein in der Logik üblich ist, definieren. Dasselbe gilt für die von „wahr“ verschiedenen Wahrheitswerte.

Offensichtliche Druckfehler und kleinere sachliche Ungenauigkeiten der russischen Ausgabe wurden bei der Bearbeitung stillschweigend korrigiert, ohne dies jeweils explizit anzugeben. Ansonsten haben wir uns bemüht, die Intensionen des Autors möglichst adäquat wiederzugeben.

Anmerkungen des Herausgebers sind im folgenden gesondert gekennzeichnet (Anm. d. Hrsg.). Alle nicht besonders gekennzeichneten Fußnoten stammen vom Autor. Beim Abtrennen von Formeln haben wir den betreffenden Operator (außer dem Negationsoperator) jeweils in der neuen Zeile wiederholt.

Die Literaturnachweise werden durch Zahlen in eckigen Klammern angegeben, die auf die unter dieser Nummer im Literaturverzeichnis aufgeführten Arbeiten verweisen.

⁹Vgl. A. Sinowjew, H. Wessel, a. a. O., § 11 des elften Kapitels

Wertungen als empirische Aussagen*

„Es kann sich also gar nicht um anderes handeln als um ein Mißverhältnis, ein Aneinandervorbeileben von Verstand und Seele. Wir haben nicht zuviel Verstand und zuwenig Seele, sondern wir haben zuwenig Verstand in den Fragen der Seele.“

Robert Musil

Die Wertungsproblematik nimmt heute in vielen Gesellschaftswissenschaften, in der Politik, der Ideologie und der Belletristik einen breiten Raum ein. Für den Stand der Diskussion ist kennzeichnend, daß der Terminus „Werturteil“ dabei noch sehr häufig verwendet wird, wenn nicht sogar ganz unkritisch eine Vielfalt von selbständigen Werten als besonderen Entitäten postuliert wird. Während in der Methodologie der Wissenschaft und in der Logik der traditionellen Terminus „Urteil“ mit seinem psychologischen Ballast fast nicht mehr verwendet und durch die Termini „Aussage“ bzw. „Aussagesatz“ ersetzt wird, finden wir den Terminus „Werturteil“ auf Schritt und Tritt bei der Diskussion der Wertungsproblematik.

Meines Erachtens ist dies ein Ergebnis einer jahrhundertealten Tradition und einer Reihe von ideologischen Vorurteilen. Die Tradition besteht in der alleinigen Herrschaft von dogmatisch postulierten absoluten Wertsystemen, die rein religiös oder weltanschaulich motiviert waren, und den Menschen aufgezwungen wurden. In Europa war dies vor allem das christliche Wertsystem. Hermann Broch schildert in seinem Roman „Die Schlafwandler“ auf beeindruckende Weise, wie dieses Wertsystem in den letzten Jahrhunderten zerbrach. Der letzte Band seiner Romantrilogie enthält direkt einen langen philosophischen Essay unter dem Titel „Zerfall der Werte“, der in vieler Hinsicht den historischen Prozeß richtig charakterisiert, der aber auch eine strikte Entgegensetzung von Wertaussagen und deskriptiven Aussagen enthält.

*Erstveröffentlichung in: *Wissen, Wertung, Wirkung*, „Philosophische Logik“, *Philosophische Beiträge*, Humboldt-Universität zu Berlin, Heft 2, Berlin 1989, S. 2–14.

Auf der einen Seite entwickeln sich in den letzten Jahrhunderten Logik und wissenschaftliche Rationalität, und auf der anderen Seite zerbricht das christliche Wertsystem, verschuldet durch das Anwachsen der wissenschaftlichen Logizität.

Eine ähnliche Auffassung vertrat Max Weber zu Beginn unseres Jahrhunderts, als er sein Prinzip von der Werturteilsfreiheit aller echten Wissenschaften aufstellte. W. Stegmüller hat sich ausführlich mit der Weberschen Problematik beschäftigt (Stegmüller, 1979), steht dabei aber immer noch auf dem Boden der Unterscheidung von deskriptiven Aussagen und Wertungen. Meines Erachtens handelt es sich bei dieser Unterscheidung um ein tief verwurzeltes Vorurteil. Putnam (1981) drückt dies wie folgt aus: „The view that there is no fact of the matter as to whether or not things are good or bad or better or worse, etc. has, in a sense, become institutionalized.“ (p. 128) J. Erpenbeck spricht von einem Sündenfall der Menschen, der sich in dem Auseinanderklaffen von wissenschaftlicher Erkenntnis und wertender Beurteilung ergibt.

Auch in der modernen marxistischen Literatur wird die Unterscheidung von Erkenntnis und Wertung getroffen. Als Beispiel mag das folgende Zitat dienen:

„Allgemein gesagt: Wenn wir werten, dann fragen wir nicht nur nach der Beschaffenheit der Wirklichkeit oder einzelner Erscheinungen, sondern wir fragen, welche Bedeutung sie für uns haben. Wir wollen nicht nur etwas wissen über das betreffende Ereignis, sondern wir wollen oder müssen es beurteilen, wir setzen es in Beziehung zu bestimmten Aufgaben, Zielen, Erwartungen. Werten schließt also Erkenntnis ein, geht aber zugleich über sie hinaus. Werten heißt, die Bedeutung von etwas erfassen.“ (Hahn, 1987; vgl. auch Hahn 1980)

Wir finden in diesem Zitat das „Beurteilen“, die wissenschaftliche deskriptive Erkenntnis als wertfrei, das Werten als „Übererkenntnis“, als ob die Beziehung eines Ereignisses zu bestimmten Aufgaben, Zielen, Erwartungen nicht der wissenschaftlichen Erkenntnis zugänglich wären.

Der hier geschilderte Dualismus von deskriptiver Erkenntnis und wertender Beurteilung ist weit verbreitet. Man findet sogar die Auffassung, daß neben dem Reich der Tatsachen noch ein eigenständiger Bereich der Werte objektiv existiert.

Diese Auffassung vom Dualismus der Erkenntnis und der Wertungen hat sich aus der historischen Entwicklung der Wissenschaften in den letzten Jahrhunderten ergeben. Die stürmische Entwicklung der Naturwissenschaften mit

ihren technischen Anwendungen seit der Renaissance war natürlich mit einer ständigen Reflexion über die Standards wissenschaftlicher Rationalität verbunden, die zu einer hochentwickelten Logik und Methodologie der empirischen Wissenschaften führte. Dabei befreite sich die Naturwissenschaft weitgehend von religiösen und ideologischen Vorurteilen und Beschränkungen, die zum Teil von einigen Geisteswissenschaften noch kultiviert wurden. Solche Wissenschaften wie die Ökonomie, die Ethik, Rechtswissenschaft, Ästhetik usw., in denen Wertungen eine große Rolle spielen, haben diesen Befreiungsprozeß aus politischen, religiösen und ideologischen Banden in weitaus geringerem Maße, und wenn überhaupt, dann viel später vollzogen. Zum Teil wurden von diesen Wissenschaften bestimmte Vorurteile noch systematisch fundiert. Mit den Standards der Rationalität und der Methodologie dieser Wissenschaften sieht es ähnlich aus.

Es ist darum nicht verwunderlich, daß zu Beginn unseres Jahrhunderts die Neopositivisten Wertungen als rein subjektiv aus der Wissenschaft verbannen wollten und daß Max Weber sein Prinzip der Werturteilsfreiheit aller echten Wissenschaft aufstellte.

Meines Erachtens ist es für eine erfolgreiche Bearbeitung der Wertungsproblematik zunächst erforderlich, einige Vorurteile aus dem Weg zu räumen. Damit verbunden sollte ein Nachdenken über die Erhöhung der Rationalität im Bereich des Wertens sein. Ein erster einfacher Schritt hierzu besteht darin, daß man bei der Betrachtung von Wertungen aus dem psychologischen Bereich des Urteilens in den überprüfbaren und faßbaren Bereich der Sprache hinabsteigt.

Unter Wertungen versteht man bekanntlich Sätze wie: „B ist ein schlechter Schauspieler“, „Das Gerät *a* ist besser als das Gerät *b*“, „Es ist schlechter, wenn *a* Direktor wird, als wenn *b* Direktor wird“, „Die Handlung *a* ist weder gut noch schlecht“, „Die Neunte Symphonie von Beethoven ist besser als seine Zweite“ usw. Schon diese wenigen Beispiele machen deutlich, daß die Menschen in allen Lebensbereichen häufig werten. Es handelt sich bei der Wertungsproblematik um eine äußerst praktische Frage, die jeden angeht, und nicht nur die Interessen einiger Berufsphilosophen berührt. Eine besondere Rolle spielen Wertungen im moralischen Leben, in der Politik, in der Ökonomie, im rechtlichen Leben und in anderen gesellschaftlichen Bereichen. Die eben angeführten Beispiele machen deutlich, daß es sich bei Wertungen um Abkürzungen für eine Gesamtheit anderer Aussagen handelt, und daß man sich über die Wahrheit bzw. Falschheit solcher Wertungen unter vernünftigen Menschen durchaus einigen kann, wenn man sich vorher jeweils darüber klar wird, was mit dem jeweiligen Wertungsprädikat im jeweiligen Kontext eigentlich gemeint ist. Unter logisch syntaktischen Gesichtspunkten sind Wertungen Aussagen wie alle anderen Aussagen, die aus Subjekt-

und Prädikattermini aufgebaut sind, obwohl von manchen Philosophen bestritten wird, daß Wertungsprädikate Prädikate in echten Sinne sind. In der logischen Syntax von empirischen Aussagen und Wertungen (Wertung verwenden wir im weiteren immer im Sinne von Wertungsaussagen, d. h., eine Wertung ist für uns immer ein sprachliches Gebilde) finden sich keine Unterschiede. Neben solchen „reinen“ Wertungsprädikaten wie „gut“, „schlecht“, „besser“, „schlechter“ usw. gibt es in den natürlichen Sprachen eine Reihe von Prädikaten, die sowohl wertend als auch deskriptiv verwendet werden. Ich meine hier solche Prädikate wie „bescheiden“, „klug“, „zurückhaltend“, „habgierig“, „hilfsbereit“ usw.

Meines Erachtens ist die Unterscheidung von deskriptiven (wissenschaftlichen) Aussagen und Wertungen rein fiktiv. Auch in der Wissenschaft wird häufig gewertet. Den meisten Entscheidungen der Wissenschaftler gehen Wertungen voraus. Das fängt an bei der Auswahl der Forschungsmethoden, der Wahl einer bestimmten Darstellungsform der wissenschaftlichen Ergebnisse, ja sogar die Auswahl der wissenschaftlichen Terminologie ist von werten den Komponenten bestimmt. Die Einschätzung einer bestimmten empirischen Aussage als wahr oder falsch, bzw. als akzeptabel oder inakzeptabel ist natürlich eine Wertungsaussage. Wissenschaftliche Objektivität ist immer nur menschliche Objektivität.

Solche Tatsachen berücksichtigend kommt Putnam zu der Schlußfolgerung:

„What I wish to stress here is the other side of the dependence, the dependence of the empirical world on our criteria of rational acceptability. What I am saying is that we must have criteria of rational acceptability to even have an empirical world, that these reveal part of our notion of an optimal speculative intelligence. In short, I am saying that the ‚real world‘ depends upon our values (and, again, vice versa).“ (Putnam 1981, p. 134/135).

Wenn wir in diesem Zitat von Putnam das Wort „reale Welt“ durch „unser Bild von der Welt“ oder „unser Wissen von der Welt“ oder einfach durch „Weltbild“ ersetzen, so bin ich mit dem Gedanken von Putnam voll einverstanden. Und doch schwingt in den Überlegungen Putnams noch der alte Dualismus von Beschreiben und Werten mit, denn er gebraucht die Worte „beschreiben“ und „werten“ ständig, obwohl er gerade gegen die Dichotomie von empirischen Aussagen und Wertungen ankämpft. Der gleiche Einwand trifft natürlich alles von mir bisher Gesagte. Wenn aber eine Unterscheidung von empirischer Aussage und Wertung letztlich nicht möglich ist, so ist es auch nicht möglich, zwischen Beschreiben und Werten zu unterscheiden.

Noch deutlicher wird dieses Dilemma in Ivin (1988):

„Wahrheit‘ und ‚Wert‘ sind zwei fundamentale, sich gegenseitig ergänzende Begriffe der Erkenntnistheorie. Ein Wert existiert ebensowenig wie eine Wahrheit außerhalb des Zusammenhangs von Gedanke und Objekt. Gedanke und Wirklichkeit können sich in zwei entgegengesetzten Beziehungen befinden: in der Wahrheits- und in der Wertbeziehung.

Bildet ein Fragment der Wirklichkeit den Ausgangspunkt, so tritt der Gedanke als dessen Beschreibung auf, und ihre Übereinstimmung wird mit Hilfe von Wahrheitstermini charakterisiert. Bildet der Gedanke den Ausgangspunkt, so funktioniert er als Bewertung, und seine Übereinstimmung mit der Wirklichkeit wird mit Hilfe von Wertbegriffen charakterisiert.“ (Ivin 1988, S. 120)

Und weiter:

„Im allgemeinen Fall ist die Wahrheit eine Übereinstimmung eines Gedankens mit seinem Objekt und ein positiver Wert (das Gute) die Übereinstimmung eines Objektes mit dem Gedanken über ihn.

Sowohl Wahrheit als auch Wert sind Charakteristika des Verhältnisses zwischen einem Objekt und dem Gedanken darüber. Eine Wertbeziehung von Gedanke und Objekt ist deren Wahrheitsbeziehung analog und unterscheidet sich von der letzteren nur durch den ‚Ausgangspunkt‘ des Vergleiches. Im Falle der Wahrheitsbeziehung wird der Gedanke mit dem Objekt verglichen, in der Wertbeziehung das Objekt mit dem Gedanken.“ (Ebenda, S. 121)

Hier wird der Dualismus von Beschreibung und Wertung auf die Spitze getrieben. Wir wollen hier nicht mit Iwins Bestimmung des Wahrheitsprädikates polemisieren, denn hierzu hat schon Leibniz das Nötige gesagt: „Zwischen zwei Eiern gibt es Übereinstimmung und zwischen zwei Feinden Nichtübereinstimmung.“ (Leibniz 1961, S. 329) Wir nehmen einmal an, man könnte einen Gedanken mit einem Objekt vergleichen, dann führen Iwins Bemerkungen zu seltsamen Konsequenzen. Bei jedem Vergleich werden zwei (oder mehr) Objekte bezüglich eines Merkmals (oder Merkmalskomplexes) verglichen, und man gelangt zu Aussagen des Typs „*a* übertrifft *b* bezüglich des Merkmals *P*“, „*a* untertrifft *b* bezüglich des Merkmals *P*“, „*a* ist gleich *b* bezüglich des Merkmals *P*“ sowie zu deren inneren und äußeren Negationen (vgl. Sinowjew/Wessel 1975, S. 479). Die Operation des Vergleichens ist offenbar symmetrisch, d. h., wenn ich zwei Objekte *a* und *b* vergleiche, so vergleiche ich auch die Objekte *b* und *a*. Daraus ergibt sich aber nach Iwins

Ausführungen, daß entweder „Wahrheit“ und „Wert“ dasselbe sind, oder der Vergleich wird bezüglich verschiedener Merkmale durchgeführt, die Iwin dann allerdings noch angeben müßte.

Meines Erachtens liegen die Gründe dafür, daß eine strenge Unterscheidung von Beschreibung und Wertung nicht möglich ist, schon in der elementaren Prädikation. Die klassische Quantorenlogik mit der in ihr enthaltenen Prädikationstheorie baut auf dem Prinzip auf, daß jedes Prädikat jeden beliebigen nichtleeren Gegenstandsbereich in zwei disjunkte Teilmengen aufteilt, nämlich in die Menge der Gegenstände, denen das betreffende Prädikat zukommt, und in die Menge der Gegenstände, denen das betreffende Prädikat nicht zukommt. Prädikate von natürlichen Sprachen und Wissenschaftssprachen, in denen Prädikate zur Beschreibung empirischer Gegenstände vorkommen, gehorchen diesem Prinzip allerdings nicht. In Wessel 1987 ist nachgewiesen, daß alle empirischen Prädikate vage Prädikate sind.

Für vage Prädikate gilt, daß neben den beiden Fällen, in denen das betreffende Prädikat einem Gegenstand entweder zu- oder abgesprochen wird, noch der Fall berücksichtigt werden muß, daß das betreffende Prädikat einem Gegenstand weder zu- noch abgesprochen wird. Einen logischen Apparat zum Operieren mit solchen vagen Prädikaten stellt eine nichttraditionelle Prädikationstheorie zur Verfügung, in der zwischen innerer und äußerer Negation unterschieden wird. (vgl. Wessel 1986)

Wir sehen, daß schon bei der einfachen Prädikation an zwei Stellen das eine Rolle spielt, was man gewöhnlich „Werten“ nennt. Erstens ist schon der Aufbau der entsprechenden Terminologie von menschlichen Interessen und Entscheidungen abhängig, die in verschiedenen Kulturen ganz unterschiedlich sein können. Zweitens ist jede elementare Prädikation eine menschliche Handlung und eine menschliche Entscheidung, ob einem Gegenstand ein Merkmal zugesprochen oder abgesprochen oder aber weder zu- noch abgesprochen wird.

Bei der einfachen Sprachhandlung der Prädikation ist aus diesen Gründen reine oder absolute Objektivität nicht möglich. All unser Sprechen enthält einen wertenden Aspekt.

Die Wertungsprädikate „gut“, „schlecht“ usw. sind ebenfalls wie alle empirischen Prädikate vage. Das folgende Zitat mag verdeutlichen, daß dies schon den antiken Philosophen bekannt war:

„Es gibt auch einen anderen (Satz), den ... wir *disjunctum* nennen. Dieser ist von folgender Art: ‚Lust ist entweder gut oder schlecht, oder weder gut noch schlecht.‘ Nun sollen alle jene (Sätze), welche (in einem solchen Satz) getrennt (*disjuncta*) sind, untereinander unverträglich sein, und ihre Gegensätze ... sollen

auch einander entgegengesetzt (*contraria*) sein. Von allen (Sätzen), welche getrennt sind, soll einer wahr sein, die anderen falsch. Wenn aber überhaupt keiner von ihnen wahr, oder alle, bzw. mehr als einer, wahr sein würden, oder wenn die getrennten (Sätze) nicht unverträglich, oder aber wenn ihre Gegensätze einander nicht entgegengesetzt wären, dann würde der disjunktive (Satz) falsch sein.“ (Bochenski, 1956, S. 137)

Bochenski hat Schwierigkeiten mit der Interpretation dieses Textes, da seiner Ansicht nach dieser Text voraussetzt, daß eine Aussage zwei verschiedene kontradiktorisch entgegengesetzte Aussagen besitzen müsse. Es läßt sich zeigen, daß dieser Text im Rahmen der nichttraditionellen Prädikationstheorie widerspruchsfrei interpretiert werden kann. (vgl. Wessel 1988)

Wir sagten oben bereits, daß es sich bei Wertungen um Abkürzungen für einen Komplex anderer Aussagen handelt. Iwin hat sich in seinem Buch „Grundlagen der Logik von Wertungen“ das Verdienst erworben, verschiedene Komponenten, die in Wertungen eine Rolle spielen, herauszuarbeiten. So unterscheidet er in dem Kapitel über die Struktur von Wertungen zwischen dem Subjekt, dem Gegenstand, dem Charakter und der Grundlage einer Wertung. Ich möchte die Ergebnisse von Iwin hier nicht referieren (vgl. Iwin 1975), sondern nur darauf hinweisen, daß schon die Berücksichtigung dieser verschiedenen Komponenten viel Unsinn ausmerzt und zu einer Erhöhung der Rationalität im Bereich des Wertens führt. Meines Erachtens sind gegenwärtig bei der Untersuchung von Wertungen zwei Problemkomplexe wichtig: Erstens müssen Verfahren ausgearbeitet werden, nach denen Wertungsprädikate intersubjektiv kontrollierbar in den Sprachgebrauch eingeführt werden können, zweitens muß festgelegt werden, wann Wertungsaussagen mit diesen Prädikaten wahr bzw. falsch sind. Die zweite Aufgabe läßt sich erst lösen, wenn die erste bereits befriedigend gelöst ist.

Bei der ersten Aufgabe ist zu beachten, daß solche Wertungsprädikate wie „gut“, „schlecht“ usw. für verschiedene Typen von Gegenständen verschieden definiert werden. Es wäre unsinnig, nach dem gemeinsamen objektiven Korrelat von „gut“ bei einem guten Messer und einem guten Sektionsdirektor zu suchen. Die Standards nach denen diese verschiedenen Gegenstandstypen eingeschätzt werden, sind verschieden.

Forschungsstrategie muß es in diesem Bereich sein, den Wertungen alles Unnatürliche zu nehmen und sie auf empirisch überprüfbare Aussagen zurückzuführen.

Bisher werden absolute Wertungsprädikate wie „gut“, „schlecht“ und komparative Wertungsprädikate wie „besser“, „schlechter“, „gleichwertig“ meist gesondert untersucht. Bei vielen Wertungsprädikaten ist es angebracht,

zunächst komparative Wertungsprädikate einzuführen (für die gelten alle Regeln der Logik des Vergleichs) und mit ihrer Hilfe absolute Wertungsprädikate zu definieren, wenn es erforderlich ist. Im Vorwort zu Iwin 1975 habe ich skizziert, wie man dabei vorgehen kann. Dort hatte ich diese Forderung für alle absoluten Wertungsprädikate aufgestellt. Das ist meiner heutigen Ansicht nach zu einseitig. Ein gutes Gegenbeispiel ist das Wahrheitsprädikat. Das Prädikat „wahr“ wird nach dem Tarskischen Schema als absolutes Wertungsprädikat eingeführt, und erst danach ist es möglich, komparative Wahrheitsprädikate etwa bei einem Theorienvergleich einzuführen, wenn der Bedarf dazu besteht.

Sind Wertungsprädikate korrekt in den Sprachgebrauch eingeführt, so kann das Wahrheitsprädikat für Wertungen genauso wie für alle anderen Aussagen nach dem Tarskischen Schema definiert werden.

Als ein gutes Beispiel für die Erhöhung der Rationalität in der Wertungsproblematik in der Ökonomie kann man die Marxsche Fassung des Wertbegriffes ansehen. An diesem Beispiel wird offensichtlich, daß man Wertungsaussagen so streng fassen kann, daß sie zu exakten empirischen Aussagen werden. Obwohl Marx noch nicht über den Abstraktionsbegriff der modernen Methodologie verfügte, läßt sich seine Begriffsbildung auch mit diesem Instrumentarium genau rekonstruieren. Auch ökonomische Werte sind natürlich nicht unmittelbar wahrnehmbar, sie sind Abstrakte und die Redeweise über Werte wird durch Abstraktion ermöglicht. Die moderne Fassung des Abstraktionsbegriffes setzt voraus, daß zur Durchführung einer Abstraktion ein nichtleerer Bereich von Gegenständen gegeben ist, in dem eine Äquivalenzrelation R besteht. Eine Relation R nennt man bekanntlich eine *Äquivalenzrelation*, wenn sie folgende Eigenschaften besitzt:

1. R ist reflexiv,
2. R ist symmetrisch,
3. R ist transitiv.

In der Ökonomie ist der nichtleere Bereich von Gegenständen ein Bereich von Waren, die empirisch gegeben sind, und in diesen Bereich läßt sich eine Relation der Gleichwertigkeit definieren, die offenbar die drei angegebenen Eigenschaften einer Äquivalenzrelation besitzt. Die Gleichwertigkeit zweier Waren a und b dieses Bereiches läßt sich praktisch immer feststellen, etwa durch Preisvergleich. Mir kommt es hier auf die prinzipielle philosophische Problematik der Sache an, und die Ökonomen mögen mir die Vereinfachung verzeihen, natürlich ist mir auch bekannt, daß Preis und Wert nicht immer übereinstimmen. Man könnte die Äquivalenzrelation „ a ist wertgleich mit b “ auch definieren als „ a erfordert zu seiner Herstellung *gleich* viel Arbeitszeit

wie b “, und dies würde dem Marxschen Wertbegriff besser gerecht. Von der Redewendung „ a ist wertgleich mit b “ kann man nun übergehen zu der Redewendung „die Waren a und b haben den gleichen Wert“ und hat damit durch die Einführung des Abstraktums „Wert“ eine Abstraktion vollzogen.

Marx betont in der Polemik mit Adolph Wagner ausdrücklich, daß er bei der Einführung seines Wertbegriffes von konkreten Waren ausgeht und macht sich über die Wagnersche Wertauffassung lustig. E. Hahn zitiert aus der polemischen Arbeit von Marx einige Sätze, um seine Auffassung der Werte zu stützen. Die Zitate von Marx sind dabei etwas zu kurz geraten, deshalb möchte ich eine längere Kostprobe geben:

„Also: die Menschen fingen tatsächlich damit an, gewisse Dinge der Außenwelt als Befriedigungsmittel ihrer eignen Bedürfnisse sich anzueignen etc., etc.; später kamen sie dazu, sie auch sprachlich als das, was sie in praktischer Erfahrung für sie sind, nämlich als Befriedigungsmittel ihrer Bedürfnisse zu bezeichnen, als Dinge, die sie ‚befriedigen‘. . . . nennt man dies . . . ihnen einen ‚Wert beilegen‘, so hat man bewiesen, daß der allgemeine Begriff ‚Wert‘ entspringt aus dem Verhalten der Menschen zu den in der Außenwelt vorgefundenen Dingen, welche ihre Bedürfnisse befriedigen, und mithin, daß dies der Gattungsbegriff von ‚Wert‘ ist und alle anderen Wertsorten, wie z. B. der chemische Wert der Elemente, nur eine Abart davon.“ (Marx 1962, S. 363/364)

Oder an anderer Stelle:

„Indem der Mensch die Dinge der Außenwelt, welche Befriedigungsmittel seiner Bedürfnisse sind, . . . von den übrigen Dingen der Außenwelt unterscheidet und daher auszeichnet, würdigt er sie, legt er ihnen Wert bei oder gibt ihnen das Attribut ‚Wert‘; man kann dies auch so ausdrücken, daß er ihnen das Attribut ‚Gut‘ als Charaktermal beilegt oder sie als ‚Gut‘ achtet oder schätzt. Dadurch wird den ‚Werten‘, beziehungsweise den Dingen der Außenwelt der Begriff ‚Gut‘ beigelegt. Und so ist aus dem Begriff ‚Wert‘ der Begriff ‚Gut‘ im allgemeinen ‚abgeleitet‘. Es handelt sich bei allen derartigen Ableitungen nur darum, von der Aufgabe, deren Lösung man nicht gewachsen ist, abzuleiten.“ (ebenda, S. 366/367)

Ich habe die Zitate etwas gekürzt. E. Hahn zitiert in der genannten Arbeit nur die kursiv gedruckten Sätze. Es ist offensichtlich, daß Marx hier gegen

ein mystisches Reich der Werte und des Wertens außerhalb der empirischen Kontrolle polemisiert, und sein Wertbegriff hat mit dem von A. Wagner dargestellten nichts gemein. E. Hahn hätte sich also in seinen Zitaten auf Wagner und nicht auf Marx berufen müssen.

Um Mißverständnissen vorzubeugen, sei zum Abschluß dieses Aufsatzes noch einmal sein Anliegen zusammengefaßt. Ich hatte nicht die Absicht, die faktische Situation des Wertens zu beschreiben. Vielmehr wollte ich erstens verdeutlichen, daß die Dichotomie von deskriptiven und wertenden Aussagen theoretisch nicht haltbar und praktisch nicht durchführbar ist. Zweitens sollte herausgearbeitet werden, daß auch jede wissenschaftliche deskriptive Aussage wertende Aspekte enthält und daß die Wissenschaft ohne Wertungen nicht auskommt. Drittens sollte angeregt werden, die Rationalität im Bereich des Wertens in der Wissenschaft (und möglichst darüber hinaus) zu erhöhen. Eine Voraussetzung dafür ist eine korrekte Einführung von Wertungsprädikaten in den verschiedenen Bereichen der Wissenschaft auf der Grundlage von empirisch handhabbaren Standards, die zu intersubjektiv überprüfbaren Aussagen führen. Das Webersche Werturteilsfreiheitsprinzip aller echten Wissenschaft läßt sich dann zu der vernünftigen Forderung abschwächen, daß in der Wissenschaft nur solche intersubjektiv überprüfbaren Wertungen eine Rolle spielen sollten. Natürlich gibt es neben solchen intersubjektiv überprüfbaren Wertungen auch rein subjektive Wertungen, die im menschlichen Zusammenleben einen großen Einfluß haben, in der Wissenschaft jedoch fehl am Platze sind.

Literatur:

Bocheński, J. M., 1956, Formale Logik, Freiburg/München

Broch, H., 1986, Die Schlafwandler, Berlin

Erpenbeck, J., 1979, Was kann Kunst? Gedanken zu einem Sündenfall, Halle-Leipzig

Hahn, E., 1987, Vom Wert, über Werte nachzudenken, Neues Deutschland, 27. Februar

Hahn, E., 1980, Aktuelle philosophische Probleme der marxistisch-leninistischen Wertauffassung, in: Wertauffassungen im Sozialismus, Berlin

Hempel, C. G., 1983, Valuation and Objectivity in Science, in: Physics, Phi-

- losophy and Psychoanalysis, Essays in Honor of Adolf Grünbaum, Ed. by R. S. Cohen and L. Laudan, Dordrecht, Boston, London
- Iwin, A. A., 1975, Grundlagen der Logik von Wertungen, Berlin
- Ivin, A., 1988, Cennosti v naučnom poznanie, Obščestvennye nauki, Nr. 1
- Kutschera, F. v., 1973, Einführung in die Logik der Normen, Werte und Entscheidungen, Freiburg/München
- Leibniz, G. W., 1961, Neue Abhandlungen über den menschlichen Verstand, Zweiter Band, Frankfurt a. M.
- Lewis, C. I., 1969, Values and Imperatives, Stanford, California
- Marx, Engels, 1962, Werke, Bd. 19, Berlin
- Putnam, H., 1981, Reason, Truth and History, Cambridge
- Sinowjew, A., Wessel, H., 1975, Logische Sprachregeln, Berlin
- Stegmüller, W., 1979, Wertfreiheit, Interessen und Objektivität. Das Wertfreiheitspostulat von Max Weber, in: Rationale Rekonstruktion von Wissenschaft und ihrem Wandel, Stuttgart
- Wessel, H., 1986, Logik, Berlin
- Wessel, H., 1987, Vage Prädikate und Prädikationstheorie, in: Logik in der Semantik - Semantik in der Logik, Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Philosophie, Berlin
- Wessel, H., 1988, „Lust ist entweder schlecht oder gut, oder weder gut noch schlecht“, im vorliegenden Band, S. 181 ff.

„Lust ist entweder schlecht oder gut, oder weder gut noch schlecht“*

In seinem Buch „Formale Logik“ führt J. M. Bocheński den folgenden interessanten Text aus der megarisch-stoischen Logikschule zur Erläuterung der Disjunktion an:

„Es gibt auch einen anderen (Satz), den ... wir *disjunctum* nennen. Dieser ist von folgender Art: ‚Lust ist entweder schlecht oder gut, oder weder gut noch schlecht‘. Nun sollen alle jene (Sätze), welche (in einem solchen Satz) getrennt (*disjuncta*) sind, untereinander unverträglich sein, und ihre Gegensätze ... sollen einander entgegengesetzt (*contraria*) sein. Von allen (Sätzen), welche getrennt sind, soll einer wahr sein, der andere falsch. Wenn aber überhaupt keiner von ihnen wahr, oder alle, bzw. mehr als einer, wahr sein würden, oder wenn die getrennten (Sätze) nicht unverträglich, oder aber wenn ihre Gegensätze einander nicht entgegengesetzt wären, dann würde der disjunktive (Satz) falsch sein.“ (Bocheński, 1956, S. 137)

Es ist offensichtlich, daß das „oder“ in diesem – wie auch im folgenden Text – als ausschließendes im Sinne der Disjunktion oder der Negation der Bisubjunktion verwendet wird.

„Der richtige disjunktive (Satz) kündigt an, daß einer seiner (Sätze) richtig, der andere oder die anderen falsch und unverträglich sind.“ (Ebenda, S. 137)

Diese Deutung gibt auch Bocheński in seinem Kommentar zu diesen Texten, außerdem weist er aber auf eine Schwierigkeit des ersten Textes hin:

*Erstveröffentlichung in: „*Philosophische Logik*“, *Philosophische Beiträge*, Humboldt-Universität zu Berlin, Heft 2, Berlin 1989, S. 100–108.

„Sie liegt in der Annahme, daß einer Aussage mehr als eine andere kontradiktorisch entgegengesetzt sein könne.“ (Ebenda, S. 137)

Ich bin ebenso wie Bocheński der Auffassung, daß es für eine Aussage A nur eine Aussage $\sim A$ („Es ist nicht der Fall, daß A “) gibt, die ihr kontradiktorisch entgegengesetztes ist. Meines Erachtens sind aber konsistente Interpretationen des Satzes „Lust ist entweder schlecht oder gut, oder weder gut noch schlecht“ möglich, die alle im oben angeführten Zitat gestellten Bedingungen erfüllen.

Für diese Interpretation benutzen wir die in Wessel (1986) dargestellte nichttraditionelle Prädikationstheorie, in der zwischen zwei Formen der Negation unterschieden wird.

Wir verwenden die klassische Aussagenlogik mit den Operatoren der Negation $\sim$, der Konjunktion $\wedge$, der Adjunktion $\vee$, der Disjunktion $:$, der Subjunktion $\supset$ und der Bisubjunktion $\equiv$. Einfache Aussagen werden durch Schemata der Form $(s_1, \dots, s_n) \leftarrow P$ und $(s_1, \dots, s_n) \not\leftarrow P$ dargestellt, wobei $s_1, \dots, s_n$ Subjekttermini, P n -stellige Prädikattermini ($n \geq 1$), $\leftarrow$ und $\not\leftarrow$ entsprechend die Prädikationsoperatoren des Zusprechens und des Absprechens sind. Zur Vereinfachung der Schreibweise schreiben wir anstelle von $(s_1, \dots, s_n) \leftarrow P$ und $(s_1, \dots, s_n) \not\leftarrow P$ entsprechend $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ oder einfach A und $\neg A$ und nennen das Zeichen $\neg$ *innere Negation* im Unterschied zur klassischen aussagenlogischen Negation $\sim$, die sich auf ganze Aussagen bezieht und deshalb *äußere Negation* genannt wird. Wir betonen, daß die innere Negation nur unmittelbar vor Prädikatformeln vorkommen kann und kein aussagenlogischer Operator ist.

Beim semantischen Aufbau der nichttraditionellen Prädikationstheorie werden zu den semantischen Regeln der klassischen Aussagenlogik folgende Regeln hinzugefügt:

- 1) Prädikatformeln $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln verschieden genau dann, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
- 2) Wenn A den Wert v hat, so hat $\neg A$ den Wert f .
- 3) Wenn $\neg A$ den Wert v hat, so hat A den Wert f .
- 4) Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- 5) Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.

Kurz gesagt, zwei konträre Formeln A und $\neg A$ können nicht beide wahr, sie können aber beide falsch sein.

Für eine Formel der Form $\sim A \wedge \sim \neg A$ schreiben wir $?A$.

Die beiden Wertungsprädikate „gut“ (G) und „schlecht“ (S) sehen wir als empirische Prädikate an (vgl. Wessel 1988), d. h., sie sind auch vage Prädikate und für sie muß in den Grenzfällen die Unbestimmtheit $\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow G)$ bzw. $\sim(a \leftarrow S) \wedge \sim(a \not\leftarrow S)$ berücksichtigt werden (vgl. Wessel, 1987).

Die Wertungsprädikate „gut“ und „schlecht“ werden für verschiedene Typen von Gegenständen verschieden in den Sprachgebrauch eingeführt, meist ausgehend von einer Bestimmung der relativen Wertungsprädikate „besser“, „schlechter“ und „gleichwertig“. Beispielsweise sind die empirischen Standards, nach denen man ein gutes Messer oder einen guten Direktor bestimmt, durchaus verschieden. In diesen verschiedenen Verwendungsweisen der Wertungsprädikate „gut“ und „schlecht“ gibt es jedoch Gemeinsamkeiten, die wir im weiteren herausarbeiten wollen. Wir schreiben die im oben angeführten Zitat vorkommenden Beispielsätze in der Symbolik der nichttraditionellen Prädikationstheorie folgendermaßen: Für „Lust ist gut“ schreiben wir $a \leftarrow G$, für „Lust ist schlecht“ $a \leftarrow S$ und für „Lust ist weder gut noch schlecht“ entsprechend $\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S)$. Der disjunktive Satz nimmt dann unter Verwendung von „:“ für das ausschließende „oder“ folgende Form an:

$$(a \leftarrow S) : (a \leftarrow G) : (\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S)).$$

Wir kürzen diesen Satz mit A ab.

Die im Zitat beschriebenen Bedingungen nehmen dann folgende Form an:

1. Die Disjunktionsglieder sollen untereinander unverträglich sein.

$$1.1. \quad \sim((a \leftarrow G) \wedge (a \leftarrow S))$$

$$1.2. \quad \sim((a \leftarrow G) \wedge (\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S)))$$

$$1.3. \quad \sim((a \leftarrow S) \wedge (\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S))).$$

2. Ihre Gegensätze sollen auch einander entgegengesetzt (contraria) sein.

Hier ergibt sich im Rahmen der klassischen Logik die von Bocheński angemerkte Schwierigkeit. Stellen wir die Gegensätze der Disjunktionsglieder von A durch die äußere Negation dar, so erhalten wir:

$$\sim(a \leftarrow G) : \sim(a \leftarrow S) : \sim(\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S)).$$

Daraus ergibt sich:

$$\sim(a \leftarrow G) : \sim(a \leftarrow S) : ((a \leftarrow G) \vee (a \leftarrow S)).$$

Die Disjunktionsglieder $\sim(a \leftarrow G)$ und $(a \leftarrow G) \vee (a \leftarrow S)$, sowie $\sim(a \leftarrow S)$ und $(a \leftarrow G) \vee (a \leftarrow S)$ sind aber nicht unverträglich, d. h., mindestens eine der Bedingungen des Zitates ist nicht erfüllt und deshalb ist eine solche Interpretation der Gegensätze nicht angemessen.

Ein analoges Ergebnis erhalten wir, wenn wir als Gegensätze von $a \leftarrow G$ und $a \leftarrow S$ ihre inneren Negationen $a \not\leftarrow G$ und $a \not\leftarrow S$ und als Gegensatz der zusammengesetzten Formel $\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S)$ ihre äußere Negation $\sim(\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S))$, d. h. $(a \leftarrow G) \vee (a \leftarrow S)$ ansehen, denn $a \not\leftarrow G$ und $(a \leftarrow G) \vee (a \leftarrow S)$ bzw. $a \not\leftarrow S$ und $(a \leftarrow G) \vee (a \leftarrow S)$ sind wiederum nicht unverträglich. Deshalb sehen wir als die Gegensätze von $a \leftarrow S$, $a \leftarrow G$ und $\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S)$ entsprechend die folgenden Sätze an: $a \not\leftarrow S$, $a \not\leftarrow G$ und $\sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S)$. Die Bedingung besagt dann:

wenn einer der drei Sätze $a \not\leftarrow S$, $a \not\leftarrow G$ und $\sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S)$ gilt (wahr ist), so gelten die beiden anderen nicht (sind nicht wahr).

$$2.1. \quad (a \not\leftarrow S) \supset \sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(\sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S)) \text{ bzw.}$$

$$(a \not\leftarrow S) \supset \sim(a \not\leftarrow G) \wedge ((a \not\leftarrow G) \vee (a \not\leftarrow S))$$

$$2.2. \quad (a \not\leftarrow G) \supset \sim(a \not\leftarrow S) \wedge ((a \not\leftarrow G) \vee (a \not\leftarrow S))$$

$$2.3. \quad \sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S) \supset \sim(a \not\leftarrow S) \wedge \sim(a \not\leftarrow G).$$

3. Von allen Sätzen, welche getrennt sind, soll einer wahr sein, die anderen falsch. Für unser Beispiel erhalten wir in Analogie zur Bedingung 2:

$$3.1. \quad (a \leftarrow S) \supset \sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S))$$

$$3.2. \quad (a \leftarrow G) \supset \sim(a \leftarrow S) \wedge \sim(\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S))$$

$$3.3. \quad \sim(a \leftarrow S) \wedge \sim(a \leftarrow G) \supset \sim(a \leftarrow S) \wedge \sim(a \leftarrow G).$$

Die letzte Bedingung des Zitates gliedern wir auf in:

4. Wenn kein Glied der Disjunktion wahr ist, so ist die Disjunktion falsch.
5. Wenn alle Glieder der Disjunktion wahr sind, so ist die Disjunktion falsch.
6. Wenn mehr als ein Glied der Disjunktion wahr ist, so ist die Disjunktion falsch.
7. Wenn die Disjunktionsglieder nicht unverträglich sind, so ist die Disjunktion falsch.
8. Wenn die Gegensätze der Disjunktionsglieder nicht konträr sind, so ist die Disjunktion falsch.

Symbolisch geschrieben nehmen diese Bedingungen folgende Form an:

4. $\sim((a \leftarrow S) \vee (a \leftarrow G) \vee (\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S))) \supset \sim A$
5. $(a \leftarrow S) \wedge (a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S) \supset \sim A$
- 6.1. $(a \leftarrow S) \wedge (a \leftarrow G) \supset \sim A$
- 6.2. $(a \leftarrow S) \wedge \sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S) \supset \sim A$
- 6.3. $(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S) \supset \sim A$

Die Bedingung 7 besagt dasselbe wie die Bedingung 6.

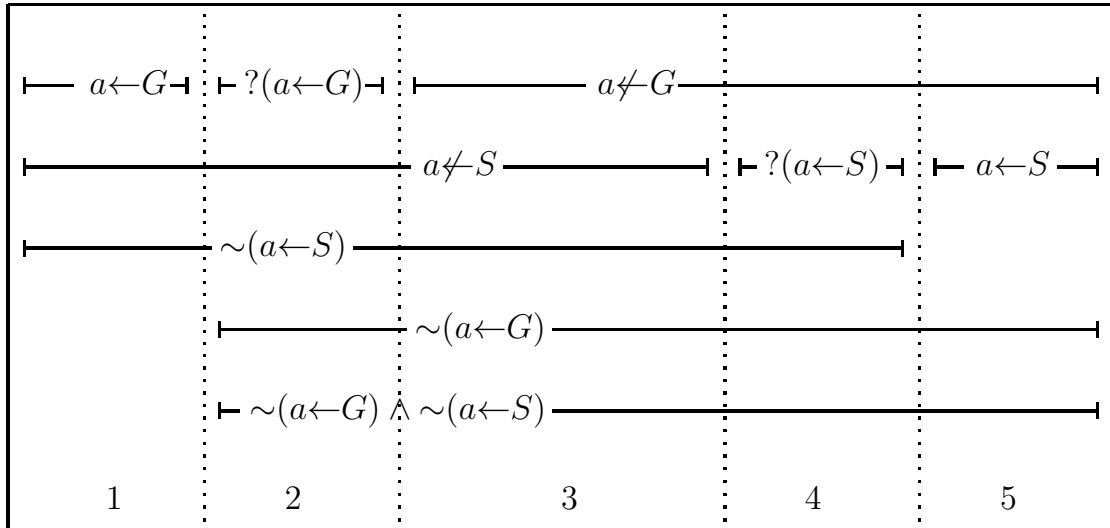
- 8.1. $(a \not\leftarrow S) \wedge ((a \not\leftarrow G) \vee \sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S)) \supset \sim A$
- 8.2. $(a \not\leftarrow G) \wedge ((a \not\leftarrow S) \vee \sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S)) \supset \sim A$
- 8.3. $\sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S) \wedge \sim(\sim(a \not\leftarrow S) \wedge \sim(a \not\leftarrow G)) \supset \sim A.$

Die Bedingungen 1.2., 1.3., 2.3., 3.3., 4.5., 6.2., 6.3. und 8.3. sind Einsetzungen in aussagenlogische Tautologien, d. h. logisch wahr und damit immer erfüllt.

Uns interessiert nun die Frage, wie die Wertungsprädikate „gut“ und „schlecht“ bestimmt werden müssen, damit die Bedingungen 1–8 erfüllt werden. Wir betrachten dazu verschiedene Möglichkeiten, die wir durch Diagramme darstellen. Wir müssen dann jeweils nur noch prüfen, ob die Bedingungen 1.1., 2.1., 2.2., 3.1., 3.2., 6.1., 8.1. und 8.2. erfüllt sind.

Erste Möglichkeit:

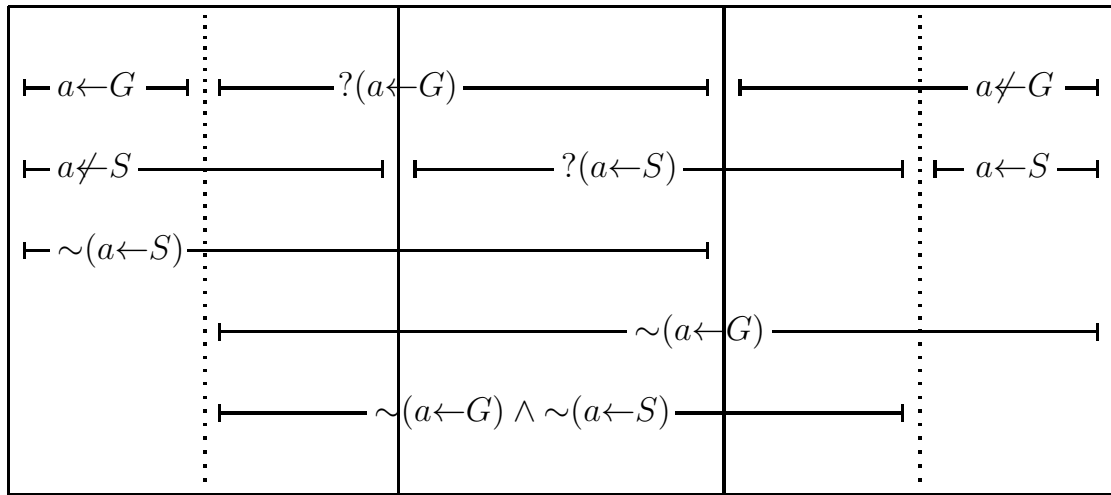
Betrachten wir G und S als zwei konträre, aber sonst unabhängige vage Prädikate, so erhalten wir folgendes Bild:



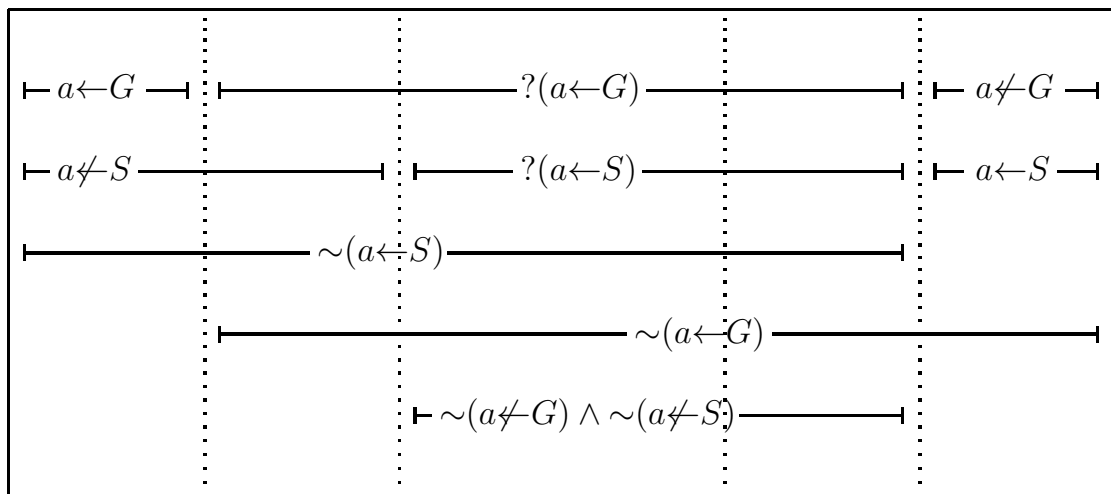
Der Bereich 1 repräsentiert in diesem Diagramm die Gegenstände, für die $a \leftarrow G$ gilt, der Bereich 5 die Gegenstände, für die $a \leftarrow S$ gilt, der Bereich 2 die Gegenstände, für die $?(a \leftarrow G)$ gilt, der Bereich 4 die Gegenstände, für die $?(a \leftarrow S)$ gilt und der Bereich 3 die Gegenstände, für die $a \not\leftarrow S$, aber nicht $?(a \leftarrow G)$ bzw. $a \not\leftarrow G$ gilt. In diesem Falle sind die Bedingungen 1.1., 3.1., 3.2. und 6.1. erfüllt, aber die in den Bedingungen 2.1., 2.2., 8.1. und 8.2. geforderten Beziehungen gelten nicht. Diese Möglichkeit scheidet also als adäquate Interpretation von G und S aus. Betrachten wir andere mögliche Beziehungen zwischen G und S .

In den folgenden drei Varianten sind G und S weiterhin zwei konträre, aber sonst inhaltlich unabhängige vage Prädikate.

Zweite Möglichkeit:



Dritte Möglichkeit:



Vierte Möglichkeit:

$\vdash a \leftarrow G \dashv$	$\vdash \text{---} ?(a \leftarrow G) \text{---} \vdash$	$\vdash a \not\leftarrow G \dashv$
$\vdash a \not\leftarrow S \dashv$	$\vdash \text{---} ?(a \leftarrow S) \text{---} \vdash$	$\vdash a \leftarrow S \dashv$
$\vdash \text{---} \sim(a \leftarrow S) \text{---} \vdash$		
$\vdash \text{---} \sim(a \leftarrow G) \text{---} \vdash$		
$\vdash \text{---} \sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S) \text{---} \vdash$		

In allen drei Fällen sind die Bedingungen des Zitates erfüllt. G und S sind hier konträre, aber sonst unabhängige vage Prädikate, deren Vagheitsbereiche nicht gleich sind. Es dürfte schwierig sein, empirische Interpretationen von G und S zu finden, bei denen beispielsweise $a \not\leftarrow S$ gilt, während gleichzeitig $?(a \leftarrow G)$ gilt (Bereich 2 der zweiten Möglichkeit), oder aber bei denen $a \not\leftarrow G$ und gleichzeitig $?(a \leftarrow S)$ gelten (Bereich 4 der vierten Möglichkeit). Bei der dritten und vierten Möglichkeit wirkt auch die unterschiedliche Auffassung des Absprechens bei G und S störend.

Aus diesen Gründen, und weil in den natürlichen Sprachen auch ein inhaltlicher Zusammenhang zwischen G und S besteht, halten wir die folgende Deutung von G und S für angemessener.

Fünfte Möglichkeit:

$\vdash a \leftarrow G \dashv$	$\vdash \text{---} ?(a \leftarrow G) \text{---} \vdash$	$\vdash a \not\leftarrow G \dashv$
$\vdash a \not\leftarrow S \dashv$	$\vdash \text{---} ?(a \leftarrow S) \text{---} \vdash$	$\vdash a \leftarrow S \dashv$
$\vdash \text{---} \sim(a \leftarrow S) \text{---} \vdash$		
$\vdash \text{---} \sim(a \leftarrow G) \text{---} \vdash$		
$\vdash \text{---} \sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S) \text{---} \vdash$		
$\vdash \text{---} \sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S) \text{---} \vdash$		

Wir sehen, daß bei dieser Auffassung von G und S alle Bedingungen des Zitates erfüllt sind, und wir haben eine widerspruchsfreie Deutung gefunden, die auch dem natürlichen Sprachgebrauch angemessen ist.

Bei dieser Deutung kann man eines der beiden Prädikate G und S als Grundprädikat wählen und das andere läßt sich dann definitorisch einführen. Ist G Grundprädikat, so definieren wir:

$$\begin{aligned}(a \leftarrow S) &\equiv_{Def} (a \not\leftarrow G) \\ (a \not\leftarrow S) &\equiv_{Def} (a \leftarrow G).\end{aligned}$$

Ist S Grundprädikat, so definieren wir:

$$\begin{aligned}(a \leftarrow G) &\equiv_{Def} (a \not\leftarrow S) \\ (a \not\leftarrow G) &\equiv_{Def} (a \leftarrow S).\end{aligned}$$

Auf diese Weise ist eine Verdoppelung der Unbestimmtheit ausgeschlossen, und die Vagheitsbereiche von G und S sind gleich.

Wir haben das Wort „Gegensatz“ aus dem Zitat so gedeutet, daß die Gegensätze der Formeln $a \leftarrow S$, $a \leftarrow G$ und $\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S)$ entsprechend die Formeln $a \not\leftarrow S$, $a \not\leftarrow G$ und $\sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S)$ sind. Bei diesem Wortgebrauch können ein Satz und sein Gegensatz durchaus beide wahr sein. Es kann beispielsweise gelten: $\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S) \wedge \sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S)$, wenn wir die zweite bis vierte Möglichkeit zugrundelegen. Bei der fünften Möglichkeit gilt sogar:

$$\begin{aligned}\sim(a \leftarrow G) \wedge \sim(a \leftarrow S) &\equiv \sim(a \not\leftarrow G) \wedge \sim(a \not\leftarrow S), \\ ?(a \leftarrow G) &\equiv ?(a \leftarrow S), \\ ?(a \leftarrow G) &\equiv ?(a \not\leftarrow G).\end{aligned}$$

In dieser „Einheit der Gegensätze“ liegt nichts logisch Widersprüchliches und das Gesagte hat nichts mit der These des Dialetheismus zu tun, der behauptet, es gäbe wahre logische Widersprüche.

Literatur:

Bocheński, J. M., 1956, Formale Logik, Freiburg/München

Wessel, H., 1986, Logik, Berlin

Wessel, H., 1987, Vage Prädikate und Prädikationstheorie, in: Logik in der Semantik – Semantik in der Logik, Hrsg. E. Dölling, Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Philosophie, Berlin

Wessel, H., 1988, Wertungen als empirische Aussagen, im vorliegenden Band, S. 169 ff.

Philosophie und Logik*

Das Thema unseres Arbeitskreises „Philosophie und Logik“ ist gegenwärtig eines der zentralen Themen logisch-philosophischer Untersuchungen überhaupt und seine erfolgreiche Bearbeitung hat große Bedeutung für die weitere Entwicklung sowohl der Logik als auch der marxistisch-leninistischen Philosophie. In der „Dialektik der Natur“ wie auch in anderen Arbeiten hat F. Engels eine Reihe von Gedanken zu dieser Problematik geäußert, und es bietet sich die Gelegenheit, die Fruchtbarkeit und Reichweite der Auffassungen von Engels am heutigen Entwicklungsstand der uns interessierenden Thematik herauszuarbeiten.

Die Wissenschaft der Logik bildete sich bekanntlich im antiken Griechenland als eine philosophische Grunddisziplin heraus, und diese Stellung wurde ihr auch bis in die zweite Hälfte des vorigen Jahrhundert uneingeschränkt zugestanden. Das Verhältnis der Logik zur Philosophie war bis zu dieser Zeit überhaupt nicht problematisch, man diskutierte die Stellung der Logik zu anderen philosophischen Teildisziplinen. Wenn wir von einigen irrationalistischen Strömungen in der Geschichte der Philosophie absehen, wurde die Logik noch vor hundert Jahren als ein fester Bestandteil der Philosophie angesehen. Diese Meinung wurde auch von Engels vertreten. So etwa als er in dem Brief an K. Marx vom 28. Mai 1876 über Dührings Buch „Cursus der Philosophie“ schrieb: „Nämlich von eigentlicher Philosophie – formelle Logik, Dialektik, Metaphysik etc. ist gar nichts drin ...“¹ Prononcierter äußert sich Engels im folgenden Zitat: „Sobald an jede einzelne Wissenschaft

* Erstveröffentlichung in: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, Math.-Nat. R.* XXVI (1977), 1, S. 43–46.

Es handelt sich bei dieser Arbeit um den einleitenden Vortrag der Arbeitsgruppe 8 „Philosophische Probleme der Logik“ im Rahmen der Konferenz anlässlich des 50. Jahrestages des Erscheinens der „Dialektik der Natur“ von Friedrich Engels, die Ende 1975 in Berlin stattfand. Die übrigen Beiträge dieses Arbeitskreises sind veröffentlicht in: *Philosophie und Naturwissenschaften in Vergangenheit und Gegenwart*, Heft 5: Philosophische Probleme der Logik, Humboldt-Universität zu Berlin, 1978.

¹MEW.: Bd. 34. Berlin 1966. S. 17.

die Forderung herantritt, über ihre Stellung im Gesamtzusammenhang der Dinge und der Kenntnis von den Dingen sich klarzuwerden, ist jede besondere Wissenschaft vom Gesamtzusammenhang überflüssig. Was von der ganzen Philosophie dann noch selbständig bestehen bleibt, ist die Lehre vom Denken und seinen Gesetzen – die formelle Logik und die Dialektik. alles andere geht auf in die positive Wissenschaft von Natur und Geschichte.“² Engels sieht also – wie die Mehrzahl seiner Zeitgenossen – die Logik als festen Bestandteil der Philosophie an.

Seit Mitte des vorigen Jahrhunderts trat in den Beziehungen von Logik und Philosophie ein grundsätzlicher Wandel ein. Innerhalb der Mathematik ergaben sich Schwierigkeiten, die mit Hilfe des intuitiven logischen Denkens der Mathematiker und auch mit den damals von der Logik bereitgestellten Mitteln nicht bewältigt werden konnten. Deshalb richteten einige bedeutende Mathematiker ihr Hauptaugenmerk zunächst auf eine Entwicklung der Logik, um diese den Bedürfnissen der Mathematik anzupassen. In der zweiten Hälfte des vorigen und in den ersten Jahrzehnten unseres Jahrhunderts wurde so von einigen Mathematikern und Philosophen eine neue Gestalt der Logik ausgearbeitet, die *mathematische Logik*, *Logistik* oder auch *symbolische Logik* genannt wurde.

Vor allem durch die Verwendung mathematischer Methoden erreichte die Logik ein qualitativ neues Entwicklungsniveau, sie verlor aber auch weitgehend ihre Bindung an die Philosophie. Die mit den Arbeiten von G. Boole, Ch. S. Peirce, G. Frege u. a. einsetzende Entwicklungsetappe der Logik wurde von den meisten Philosophen, mit Ausnahme der unmittelbar auf dem Gebiet der Logik arbeitenden, gar nicht zur Kenntnis genommen. Die Mehrzahl der Philosophen ignorierte – übrigens in trauter Gemeinschaft mit sehr vielen Mathematikern der damaligen Zeit – die neue Gestalt der Logik entweder vollkommen, oder versuchte, die Logik als rein mathematische oder einzelwissenschaftliche Disziplin ohne philosophische Relevanz abzutun. Auch heute ist sowohl unter bürgerlichen als auch unter marxistischen Philosophen die Auffassung verbreitet, die Logik sei eine rein mathematische oder einzelwissenschaftliche Disziplin.

Wenn wir die Äußerungen von Engels zur Logik lesen, so müssen wir berücksichtigen, daß ihm die Entstehung der mathematischen Logik und deren Ergebnisse nicht bekannt waren. Engels kannte die traditionelle Logik und die dialektische Logik von Hegel. Eine ganze Reihe von kritischen Einwänden, die Engels gegenüber der traditionellen formalen Logik vorbrachte, hat deshalb heute nur noch historisches Interesse und ist mit der Entwicklung der Logik hinfällig geworden. Dies gilt etwa für Feststellungen wie der folgenden, in der

²Engels, F.: Anti-Dühring. In: MEW. Bd. 20. Berlin 1962. S. 24.

die Vorzüge der Hegelschen dialektischen Logik gegenüber der traditionellen formalen Logik hervorgehoben werden – nebenbei gesagt, ist dies die einzige Textstelle in den Arbeiten von Engels, wo der Terminus „dialektische Logik“ verwendet wird, während wir ihn in den Arbeiten von Marx überhaupt nicht finden –: „Die dialektische Logik, im Gegensatz zur alten, bloß formellen, begnügt sich nicht wie diese, die Formen der Bewegung des Denkens, d. h. die verschiedenen Urteils- und Schlußformen, aufzuzählen und zusammenhanglos nebeneinander zu stellen. Sie leitet im Gegenteil diese Formen die eine aus der anderen ab, sie subordiniert sie einander statt sie zu koordinieren, sie entwickelt die höheren Formen aus den niederen.“³ Seit der Herausbildung der mathematischen Logik ist es eine Selbstverständlichkeit geworden, daß die einen Schlußformen aus anderen abgeleitet werden. Das ist gerade eine der Aufgaben der modernen Logik.

Obwohl Engels die moderne Entwicklung der Logik nicht kannte, sind einige seiner Gedanken wesentlich für ein richtiges Verständnis der Logik und ihrer weiteren Entwicklung. Wir können hier nur einige solcher grundsätzlichen Thesen hervorheben. Erstens halten wir die bereits erwähnte Auffassung von Engels, daß die Logik eine wesentliche philosophische Disziplin ist, auch für die gegenwärtige Entwicklungsetappe der Logik für richtig. Zweitens ist die Herausarbeitung des historischen Charakters der Logik durch Engels von außerordentlicher Wichtigkeit. Als Beleg mag das folgende Zitat dienen: „Die Wissenschaft vom Denken ist also, wie jede andere, eine historische Wissenschaft, die Wissenschaft von der geschichtlichen Entwicklung des menschlichen Denkens. Und dies ist auch für die praktische Anwendung des Denkens auf empirische Gebiete von Wichtigkeit. Denn erstens ist die Theorie der Denkgesetze keineswegs eine ein für allemal ausgemachte ‚ewige Wahrheit‘, wie der Philisterverstand sich dies bei dem Wort Logik vorstellt. Die formelle Logik selbst ist seit Aristoteles bis heute das Gebiet heftiger Debatte geblieben.“⁴

Ein dritter wichtiger Gedanke von Engels kommt im folgenden Zitat zum Ausdruck: „Die Leute haben sich so in den Gegensatz von Induktion und Deduktion festgeritten, daß sie alle logischen Schlußformen auf diese 2 reduzierten und dabei gar nicht merken, daß sie 1. unter jenen Namen ganz andere Schlußformen bewußt anwenden, 2. den ganzen Reichtum der Schlußformen entbehren, soweit er sich nicht unter jene 2 zwängen läßt, und 3. damit die beiden Formen: Induktion und Deduktion, selbst in reinen Blödsinn verwandeln.“⁵

³Engels, F.: *Dialektik der Natur*. In: MEW. Bd. 20. Berlin 1962. S. 492.

⁴Ebd.: S. 330.

⁵Ebd.: S. 494.

Zum richtigen Verständnis dieses Zitats muß angemerkt werden, daß man damals unter Deduktion im wesentlichen die Aristotelische Syllogistik und unter Induktion die Bacon-Millschen Methoden verstand. Bedeutsam ist der Hinweis von Engels auf den Reichtum der logischen Schlußformen. Die weitere Entwicklung der Logik hat diese These vollkommen bestätigt, und sie läßt sich folgendermaßen verallgemeinern: Die Wissenschaft der Logik erreicht niemals einen Abschluß, sondern sie entwickelt sich wie jede andere Wissenschaft, und es wäre ein grober philosophischer Fehler, wenn man annehmen würde, eine bestimmte Gestalt der Logik würde alle möglichen Schlußformen erfassen.

Schließlich sei noch der Gedanke hervorgehoben, daß die Entwicklung der Logik in die allgemeine Entwicklung der Philosophie und der Wissenschaften eingebettet ist und daß viele Stimuli für die Entwicklung der Logik von dort ausgehen.

Da die Auffassung der Logik als philosophischer Disziplin umstritten ist, sollen einige Argumente zu ihren Gunsten angeführt werden.⁶ Allgemein akzeptiert man, daß die Logik aus objektiven Gründen für philosophische Untersuchungen an Bedeutung gewinnt. Als wichtigster Grund ist hier die Verwendung von logischen Methoden in einer Anzahl von Einzelwissenschaften zu nennen. Vor allem in den Grundlagenfragen der Mathematik und Physik, aber auch in einigen anderen Wissenschaftsdisziplinen ist die bewußte Verwendung der Logik zu einer Alltagserscheinung geworden. Damit nehmen aber auch die philosophischen Probleme dieser Disziplinen einen solchen Charakter an, daß sie ohne fundierte logische Kenntnisse gar nicht formuliert, geschweige denn gelöst werden können. Auch die Ausarbeitung einer ganzen Reihe von traditionellen Problemen der Philosophie erfordert neue präzise Methoden der Logik. Vor allem in unserem Jahrhundert begann man verstärkt, die Bedeutung der Sprache im Erkenntnisprozeß und insbesondere die Sprache der Philosophie zu untersuchen. Dabei zeigte sich, daß viele jahrhundertlang umstrittene philosophische Probleme rein sprachlogischen Charakter haben. Doch auch solche philosophischen Fragen, die nicht mit Hilfe der Logik allein gelöst werden können, lassen sich durch eine Verwendung logischer Methoden präziser formulieren und lösen. Schließlich führte die Entwicklung der Logik selbst in den letzten Jahrzehnten wieder zu einer engeren Bindung von Logik und Philosophie. Seit den zwanziger Jahren unseres Jahrhunderts, vor allem aber nach dem zweiten Weltkrieg begann man in der Logik an Problemen zu arbeiten, die bisher in traditioneller Weise von der Philosophie untersucht wurden. Wir wollen hier nur einige solcher

⁶Ausführlicher wird diese Problematik behandelt in: Wessel, H.: Logik und Philosophie. Berlin 1976.

Probleme nennen. Die Beziehungen zwischen Normen, Wertungen und Aussagen werden traditionsgemäß in der Philosophie, insbesondere in der Ethik untersucht. Diese Problematik wurde von Logikern aufgegriffen, und es bildeten sich zwei neue Bereiche der Logik heraus, nämlich die Normenlogik oder deontische Logik und die Logik von Wertungen.⁷

Raum, Zeit, Bewegungen, Veränderungen und Entwicklungen bestimmter empirischer Objekte werden von verschiedenen Einzelwissenschaften untersucht, aber die Begriffe „Raum“, „Zeit“, „Bewegung“, „Veränderung“, „Entwicklung“, „Ursache“, „Wirkung“, „Determination“, „Zusammenhang“ usw. wurden zuerst in der Philosophie eingeführt, und die allgemeinen Eigenschaften dieser Begriffe bestimmt man in der Philosophie. Mit all diesen Termini sind in der Philosophie aber Schwierigkeiten verbunden, es traten Paradoxien und die verschiedensten Fehldeutungen von Termini auf. Viele dieser Paradoxa und Fehldeutungen haben rein sprachlogischen Charakter, d. h., sie beruhen auf einer Nichtbeachtung der logischen Technik zur Einführung einer korrekten Terminologie. In den letzten Jahren wurde von Logikern der Versuch unternommen, die genannten und ähnliche Termini logisch korrekt einzuführen. Aus diesen Untersuchungen entstanden neue Zweige der Logik – die Zeitlogik, die Logik von Raumtermini, eine Logik der Veränderung, der Entwicklung usw. Dabei wurden im einzelnen sehr interessante Ergebnisse erzielt, die von großer philosophischer Relevanz sind. Nehmen wir ein letztes Beispiel. In der Erkenntnistheorie spielen solche Termini wie „wahr“, „falsch“, „glauben“, „wissen“, „meinen“, „behaupten“ eine große Rolle. Die logischen Eigenschaften der ersten beiden Termini werden in der logischen Semantik untersucht, die heute ein weit entwickelter Bereich der modernen Logik ist, während in der epistemischen Logik präzise Regeln für den Gebrauch der übrigen Termini aufgestellt werden.

In den genannten neuen Bereichen der Logik knüpft man an die jeweilige traditionelle philosophische Problematik an und wählt aus ihr gewisse Aspekte aus. Genauer gesagt, sind es sprachliche Aspekte, die von der Logik untersucht werden. Die dabei entstehenden neuen Bereiche der Logik schöpfen aber in keinem der genannten Fälle die gesamte philosophische Problematik aus. In der Philosophie werden etwa ganz konkrete Normen und Wertungen aufgestellt, es werden inhaltliche Aussagen über die objektiven Eigenschaften von Raum und Zeit behauptet, es werden Aussagen über Wissen, Glauben, Meinen usw. formuliert, die nicht rein logisch begründet werden können und die die Kompetenz der Logik überschreiten. Die Logik arbeitet Vorschläge

⁷Diese Bereiche der Logik werden in folgenden Arbeiten dargestellt: Iwin, A. A.: Grundprobleme der deontischen Logik. In: Quantoren, Modalitäten, Paradoxien. Berlin 1972; Iwin, A. A.: Grundlagen der Logik von Wertungen. Berlin 1975.

für Regeln des korrekten Sprachgebrauchs in diesen Gebieten der Philosophie aus. Doch dabei zeigt sich, daß schon der logisch korrekte Aufbau einer philosophischen Terminologie zu interessanten Ergebnissen führt. Einige jahrhundertalte Streitpunkte und Undurchsichtigkeiten lassen sich rein logisch als trivial oder als Scheinprobleme nachweisen, denn in einer korrekt aufgebauten Terminologie lassen sich einige Behauptungen aus rein terminologischen Gründen als wahr oder falsch nachweisen.

Die genannten Bereiche der Logik wurden von Philosophen aufgebaut und gehen weit über den Rahmen der klassischen mathematischen Logik hinaus. Gegenwärtig steht dabei vor den Logikern die Aufgabe, ein einheitliches Gesamtsystem der Logik zu entwerfen, das all diese neuen Bereiche der Logik umfaßt. Bei der Lösung dieser Aufgabe zeigt sich, daß die klassische mathematische Logik wesentlich modifiziert und von gewissen Einseitigkeiten, die durch die alleinige Orientierung auf die Interessen der Mathematik als einer Wissenschaft von abstrakten Objekten bedingt ist, befreit werden muß. Das zu entwerfende neue Gesamtsystem der Logik kann man als *Wissenschaftslogik*, *allgemeine Logik* oder auch als *philosophische Logik* bezeichnen. In ihm wird der ehemalige Zustand der Logik als einer inhaltlichen Wissenschaft wiederhergestellt, doch jetzt bereits auf der Grundlage der Ergebnisse der mathematischen Logik. In der Arbeit von A. A. Sinowjew „Komplexe Logik. Grundlagen einer logischen Theorie des Wissens“, Berlin 1970, wurde eine tragfähige Konzeption zur Lösung dieser Aufgabe dargestellt, die in der von Sinowjew und Verf. geschriebenen Arbeit „Logische Sprachregeln. Eine Einführung in die Logik“, Berlin 1975, weiter durchgeführt, aber durchaus nicht abgeschlossen wurde. Schon der Titel des zuletzt genannten Buches deutet darauf hin, daß die Logik bestimmte Aspekte der Sprache untersucht, genauer gesagt, sind es bestimmte Eigenschaften von Aussagen, Termini und logischen Operatoren, die den Gegenstand logischer Untersuchungen bilden. In den genannten Arbeiten begründen wir auch, warum wir eine ontologische Deutung logischer Gesetze und Regeln für falsch und eine Bestimmung logischer Gesetze als Denkgesetze für unzweckmäßig halten.⁸ Auf den ersten Blick scheint dies im Widerspruch zu der Auffassung von Engels zu stehen, der logische Gesetze als Denkgesetze bestimmt. Doch wenn man die von Marx und Engels wiederholt vertretene Auffassung der Einheit von Sprache und Denken berücksichtigt, so verschwindet der scheinbare Widerspruch.

Um die oben genannte Tendenz zur Herausarbeitung einer einheitlichen philosophischen Logik zu verdeutlichen, betrachten wir kurz die Struktur der Logik, wie wir sie uns vorstellen.⁹ Das Fundament der Logik bilden die allge-

⁸Vgl. auch Wessel, H.: Logik und Philosophie. A. a. O.

⁹Vgl. Wessel, H.: Methodologie der empirischen Wissenschaften als Bestandteil der

meine Theorie (oder Basistheorie) des Schließens und die allgemeine Theorie (oder Basistheorie) der Termini. Die erste dieser Theorien legt die Eigenschaften von aussagenbildende Operatoren und von Aussagen, die diese Operatoren enthalten, fest. Sie enthält eine Theorie der Operatoren der Konjunktion, der Adjunktion, der Negation, der Konditionalität, der Prädikation sowie der Quantoren und anderer, von den genannten abgeleiteter Operatoren. Die Grundbegriffe dieses Bereiches der Logik sind die Prädikate der logischen Folgebeziehung und der logischen Wahrheit (oder der entarteten logischen Folgebeziehung). Wird der Aufbau der Aussagen nicht berücksichtigt, so besitzt das Prädikat der logischen Folgebeziehungen nur folgende Eigenschaften: 1. Wenn aus A logisch B folgt, und dabei A akzeptiert (als wahr angesehen) wird, so muß auch B akzeptiert (als wahr angesehen) werden; 2. wenn aus A logisch B folgt, und dabei B verworfen (als unwahr angesehen) wird, so muß auch A verworfen (als unwahr angesehen) werden; 3. wenn aus A logisch B folgt und aus B logisch C folgt, so folgt aus A logisch C .

Wird der innere Aufbau der Aussagen nicht berücksichtigt, so läßt sich das Prädikat der logischen Wahrheit nur so erklären: Wenn dieses Prädikat einer Aussage zugeschrieben wird, so wollen wir damit sagen, daß diese Aussage aus rein logischen Überlegungen (in der Logik) akzeptiert wird. In Verbindung mit dem Prädikat der logischen Folgebeziehung besitzt das Prädikat der logischen Wahrheit folgende Eigenschaften: 1. Wenn aus A logisch B folgt, und A in der Logik akzeptiert wird, so muß auch B in der Logik akzeptiert werden; 2. wenn aus A logisch B folgt, und B in der Logik nicht akzeptiert wird (als logische Wahrheit verworfen wird), so darf auch A in der Logik nicht akzeptiert (muß als logische Wahrheit verworfen) werden. Alle übrigen Eigenschaften des Prädikates der logischen Folgebeziehungen und der logischen Wahrheit hängen nicht von ihnen selbst ab, sondern vom Aufbau der Aussagen und Termini. Die entsprechenden Behauptungen der Logik mit diesen Prädikaten sind vollständige oder teilweise Definitionen der Eigenschaften logischer Operatoren und von Termini und Aussagen mit diesen Operatoren sowie Folgerungen aus solchen Definitionen. Die Theorie der Wahrheitswerte von Aussagen ist ein Teil der allgemeinen Theorie des logischen Schließens.

Die allgemeine Theorie (Basistheorie) der Termini legt die Eigenschaften von terminibildenden Operatoren und die Definitionsregeln für Termini fest. Grundbegriff dieses Bereichs der Logik ist das Prädikat des Bedeutungseinschlusses von Termini. Dieses Prädikat läßt sich in allgemeiner Form (abgesehen vom Aufbau der Termini) folgendermaßen erklären: Ein Terminus

Logik. In: Logik und empirische Wissenschaften. Berlin 1977.

Dieser Artikel wurde von Sinowjew und mir gemeinsam geschrieben, konnte aber in der DDR nur unter meinem Namen erscheinen. Einzelheiten hierzu finden sich in dem Artikel: *Das logische Werk von Alexander Sinowjew*, in diesem Band, S. 353 ff.

a schließt der Bedeutung nach einen Terminus b ein (oder ein Terminus b ist der Bedeutung nach im Terminus a eingeschlossen) genau dann, wenn jeder Gegenstand, der mit dem Terminus a bezeichnet wird, auch mit dem Terminus b bezeichnet wird.**

Für dieses Prädikat gilt folgende Regel: Wenn a der Bedeutung nach b einschließt und b der Bedeutung nach c einschließt, so schließt a der Bedeutung nach auch c ein. Die übrigen Eigenschaften des Prädikates des Bedeutungseinschlusses betreffen nicht dieses Prädikat selbst, sondern den Aufbau der Termini. Es wird für die Definition der Eigenschaften von terminibildenden Operatoren und von Termini mit solchen Operatoren sowie allgemein als Mittel zur Definition von Termini verwendet. Die allgemeine Terminitheorie wird auf der Grundlage der allgemeinen Theorie des Schließens aufgebaut und benutzt deren Apparat. Doch ist sie auch eine Erweiterung dieses Apparates, weil hierbei Schlußregeln für Aussagen aufgestellt werden, die den logischen Aufbau der in ihnen vorkommenden Termini und deren Bedeutungsbeziehungen berücksichtigen. Dies wirkt auf die allgemeine Theorie des Schließens zurück und führt zu wichtigen Korrektiven im Aufbau der traditionellen mathematischen Logik. So gilt etwa in der traditionellen Quantorentheorie (im klassischen und intuitionistischen Prädikatenkalkül, interpretiert als Theorie des Schließens für Aussagen mit Quantoren) die folgende Regel: Wenn der Terminus a nicht frei in der Aussage A vorkommt, so sind die Aussagen A und $(\forall a)A$ deduktiv äquivalent (aus der einen folgt die andere und umgekehrt). Nach dieser Regel wird der Quantor $(\forall a)$ in solchen Fällen als entartet angesehen und kann weggelassen werden. Dies ist aber nur in den Fällen zulässig, wo in A keine Termini vorkommen, die der Bedeutung nach von a abhängig sind, d. h., wo in A kein solcher Terminus b vorkommt, daß a der Bedeutung nach b oder b der Bedeutung nach a einschließt. Im allgemeinen Fall ist die betrachtete Regel also nicht akzeptabel. Und in die allgemeine Terminitheorie muß deshalb statt dieser Regel eine Regel eingeführt werden, die für solche Fälle die Bedeutungsabhängigkeit von Termini berücksichtigt. Wie wir sehen, wird hier ein Umstand fixiert, mit dem man in der allgemeinen Theorie des Schließens rechnen muß, und in der allgemeinen Terminitheorie wird eine Regel formuliert, die zwar Termini betrifft, jedoch eine Ergänzung zu den Regeln für Aussagen ist. Die vorgeschlagene Gliederung der Bereiche der Logik darf man also nicht als absolut ansehen. Sie ist jedoch wie jede orientierende Gliederung nützlich.

Auf der Grundlage der allgemeinen Deduktionstheorie und der allgemeinen Terminitheorie wird ein Bereich der Logik aufgebaut, in dem logische Re-

** Heute halte ich diese Definition des Bedeutungseinschlusses von Termini für unzureichend. Vgl. den Artikel: *Grundlagen einer Theorie der Termini*, in diesem Band, S. 411 ff.

geln für verschiedenartige allgemein verwendete sprachliche Ausdrücke aufgestellt werden (für Termini, für Teile von Termini, für Operatoren gemeinsam mit Termini und ihren Teilen usw.). Hier wird der Apparat der allgemeinen Deduktionstheorie und der Termintheorie verwendet.

Da in den Definitionen dieser sprachlichen Ausdrücke die Zeichen der logischen Folgebeziehung, der entarteten Folgebeziehung und des Bedeutungseinschlusses von Termini verwendet werden, tritt dieser Bereich der Logik als eine solche Termintheorie auf, in dem die konkrete Bedeutung einer Reihe von sprachlichen Ausdrücken berücksichtigt wird. Als Beispiel hierfür können bestimmte Aufbauten der modalen, der existentiellen, der normativen, der epistemischen Logik sowie die Klassenlogik, die Logik des Vergleichs und der Ordnungsrelationen angesehen werden.

Im Rahmen dieses Bereiches der Logik läßt sich eine noch detailliertere Aufgliederung der logischen Untersuchungen durchführen. Sie umfaßt die Gesamtheit von sprachlichen Ausdrücken, die sich auf empirische Gegenstände beziehen und eine räumliche und zeitliche Charakteristik empirischer Gegenstände voraussetzen. Dies sind Ausdrücke wie „empirisches Individuum“, „Anhäufung“, „Veränderung“, „Bewegung“, „empirischer Zusammenhang“, „Ursache“, „Einwirkung“, „Erzeugung“, „Entwicklung“, „Evolution“, „Tendenz“ usw. Viele dieser Ausdrücke werden in der Arbeit von Sinowjew „Logik und Sprache der Physik“, Berlin 1975, betrachtet.

Prinzipiell sind der Logik in der angedeuteten Richtung keine Grenzen gesetzt, sondern sie kann beliebige sprachliche Ausdrücke zu ihrem Untersuchungsgegenstand machen. In diesem Zusammenhang möchten wir auf folgenden Umstand hinweisen.

Deduktion im weiten Sinne des Wortes ist ein Gewinnen der einen Aussagen aus anderen nach Regeln, die sich auf sprachliche Ausdrücke beziehen. Eine logische Deduktion ist ein Gewinnen der einen Aussagen aus anderen nach in der Logik aufgestellten Regeln. Engels macht in der „Dialektik der Natur“ darauf aufmerksam, daß nicht jede Deduktion eine logische ist. Er schreibt: „Ja, sogar die ganze Klassifikation der Organismen ist durch die Entwicklungstheorie der Induktion abgenommen und auf die ‚Deduktion‘, die Abstammung zurückgeführt – eine Art wörtlich aus einer anderen durch Abstammung *deduziert* – und die Entwicklungstheorie durch bloße Induktion nachzuweisen unmöglich, da sie ganz antiinduktiv.“¹⁰

Wir verstehen diese Bemerkung von Engels folgendermaßen. Die Entwicklungstheorie stellt etwa Konditionalaussagen der Form „Wenn eine Gesamtheit der Aussagen *X* gilt, so stammt die Art *b* von der Art *a* ab“ auf. Mit Hilfe solcher akzeptierter Konditionalaussagen wird dann in der Entwick-

¹⁰Engels, F.: Dialektik der Natur. A. a. O. S. 495.

lungstheorie – wie auch in anderen Wissenschaften – deduziert. Mit Hilfe des angegebenen Konditionalsatzes gewinnt man etwa Aussagen der Art „Die Art *b* stammt von der Art *a* ab“, obwohl der Prozeß der Herausbildung der Art *b* prinzipiell nicht beobachtbar ist, weil er sich in der Vergangenheit vollzog. Viele solche in den Wissenschaften akzeptierte Konditionalaussagen spielen faktisch die Rolle eines Definitionssatzes, d. h., es handelt sich bei ihnen um sog. implizite Definitionen, die die Bedeutung bestimmter Termini erst festlegen.

In gewisser Weise hat also jede Wissenschaft eine der Logik ähnliche Funktion, nämlich die Funktion, Regeln zum Operieren mit sprachlichen Ausdrücken aufzustellen, die in den Gebrauch dieser Wissenschaften eingeführt werden. Alle diese Sprachregeln spezieller Wissenschaften lassen sich aber mit den Mitteln der Logik präzisieren. In bezug auf normative Prädikate, Wertungsprädikate usw. wird schon nicht mehr bezweifelt, daß ihre Untersuchung im Rahmen der Logik berechtigt ist. Unseres Erachtens wird sich der Aufmerksamkeitsbereich der Logik in der Zukunft in dieser Hinsicht entscheidend erweitern.

Zum Abschluß sei noch eine Bemerkung zu dem Verhältnis von Logik und Dialektik gestattet. Zu den Beziehungen von Logik und Dialektik ist sehr viel geschrieben worden, und es werden die unterschiedlichsten Standpunkte vertreten. Doch zeichnen sich zu dieser Problematik zwei Richtungen ab, die wir die *konstruktive* und die *destruktive Richtung* nennen wollen. Die Vertreter der destruktiven Richtung gehen davon aus, daß Logik und Dialektik einen unversöhnlichen Gegensatz bilden und sich einander widersprechen. Die Gründe für diese Auffassung sind wieder sehr unterschiedlich, aber meist liegen sie darin, daß entweder die Logik oder die Dialektik oder aber beide philosophische Lehren falsch verstanden werden. Faßt man etwa die Logik als allgemeine Ontologie auf und die Dialektik ebenso, so ist auf Grund der unterschiedlichen Aussagen beider Disziplinen ein Gegensatz unvermeidlich. Unter den Philosophen, die diese Auffassung vertreten, entscheiden sich dann die einen für die Logik (genauer für eine bestimmte Gestalt der Logik) und werden zu Gegnern der Dialektik, die anderen für die Dialektik und verwerfen die Logik. Eine ähnliche Situation entsteht, wenn man beide Disziplinen undifferenziert als Denklehren deklariert. Die Diskussionen über das Verhältnis von Logik und Dialektik mit destruktiver Tendenz halten wir für unfruchtbar und teilweise für schädlich. Faßt man die Dialektik hingegen als „die Wissenschaft von den allgemeinen Bewegungs- und Entwicklungsgesetzen der Natur, der Menschengesellschaft und des Denkens“¹¹ auf und die Logik als eine Wissenschaft, die Termini, Aussagen und logische Operatoren unter bestimmten

¹¹Engels, F.: Anti-Dühring. A. a. O. S. 131 f.

Aspekten untersucht, so kann es auf Grund des verschiedenen Gegenstandes dieser beiden Disziplinen gar keinen Gegensatz zwischen ihnen geben. Das Verhältnis der Logik zur Dialektik ist ihrem Verhältnis zu anderen philosophischen Disziplinen analog. Eine konstruktive Bearbeitung der Beziehungen von Logik und Dialektik besteht darin, die Methoden und Verfahren der Logik beim Aufbau einer präzisen Terminologie der Dialektik zu nutzen und die logischen Beziehungen zwischen den verschiedenen Prinzipien der Dialektik zu ermitteln. Diese Aufgabe kann nicht durch allgemeine Erörterungen, sondern nur durch konkrete Untersuchungen zu jedem speziellen Punkt gelöst werden.

Definition des Existenzprädikates als Voraussetzung zur Lösung des zeitgenössischen Universalienstreites*

In Porphyrs „Einleitung in die Kategorien“ – dem Kommentar zu Aristoteles „Organon“ – sind die Fragen formuliert, an denen sich der mittelalterliche Universalienstreit entzündete: „Was, um gleich mit diesen anzufangen, bei den Gattungen und Arten die Frage angeht, ob sie etwas Wirkliches sind oder nur auf unseren Vorstellungen beruhen, und ob sie, wenn Wirkliches, körperlich oder unkörperlich sind, endlich, ob sie getrennt für sich oder in und an dem Sinnlichen auftreten, so lehne ich es ab, hiervon zu reden, da eine solche Untersuchung sehr tief geht und eine umfangreichere Erörterung fordert, als sie hier angestellt werden kann.“¹

Je nach der Antwort auf die von Porphyry aufgeworfenen Fragen bezüglich des Status der Universalien (der Allgemeinbegriffe) werden drei mittelalterliche Denkrichtungen unterschieden: 1. der mittelalterliche Realismus², der die Ansicht vertrat, daß den Universalien eine selbständige Existenz (Realität) zukommt; dabei lehrte der extreme Realismus eine selbständige, den Einzel dingen vorausgehende und gesonderte Existenz der Universalien („universalia ante rem“), während der gemäßigte Realismus nur die Existenz der Universa-

*Erstveröffentlichung in: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, Heft 3, Berlin 1978, S. 367–377.

¹Porphyrius: Einleitung in die Kategorien. In: Aristoteles: Organon. Erster Teil. Leipzig 1948. S. 1

²Wenn hier von Realismus gesprochen wird, so ist der mit dem Universalienstreit verbundene Begriffsrealismus gemeint. An den Stellen, wo vom Realismus als einer Richtung in der Erkenntnistheorie die Rede ist, der natürlich streng vom Begriffsrealismus unterschieden werden muß, wird dies ausdrücklich gesagt.

lien in den Dingen selbst („in rebus“) und von diesen abstrahiert als logische Gebilde im Verstand nach den Dingen („post rem“) behauptete; 2. der mittelalterliche Konzeptualismus, demzufolge die Universalien keinerlei ontologische Realität besitzen und nur im Verstand des erkennenden Subjekts existieren, also reale, aber geistesabhängige Entitäten sind, denen Ähnlichkeiten der Objekte entsprechen; 3. der mittelalterliche Nominalismus, der behauptet, daß nur Einzeldinge existieren und daß die Universalien ausschließlich vom Menschen erdachte Bezeichnungen für gleichartige Gegenstände sind.

Diese Einteilung der mittelalterlichen Denkrichtungen, die im Universalienstreit eine Rolle spielten, ist natürlich stark schematisch und vereinfachend. Sie werden hier nur angeführt, um deutlich zu machen, daß es sich bei der folgenden Behandlung der Existenzproblematik auf logischer Ebene um eine seit Jahrhunderten strittige und für die gesamte Philosophie wesentliche Problematik handelt. Der weitere Verlauf der Philosophiegeschichte zeigte, daß dieser mittelalterliche Streit eigentlich nie abgeklungen ist, und wir finden bei den verschiedensten Philosophen direkte oder indirekte Stellungnahmen zum Universalienproblem. Marx und Engels betonten dabei die progressive Rolle des mittelalterlichen Nominalismus, den sie als eine Reaktion auf die idealistischen scholastischen Spekulationen verstanden, wenn sie schrieben: „Der Nominalismus findet sich als ein Hauptelement bei den englischen Materialisten, wie er überhaupt der erste Ausdruck des Materialismus ist.“³

In der Polemik mit Peter Struve, der in seinem Buch „Wirtschaft und Preis“ (Moskau 1913) die Marxsche Wertauffassung dadurch zu widerlegen suchte, daß er Marx vorwarf, er wäre Realist und habe seinen Wertbegriff auf die gleiche Weise gebildet wie der mittelalterliche Begriffsrealist Thomas von Aquino den Begriff der Erbsünde, zeigte Lenin die Absurdität einer solchen Beschuldigung, indem er den empirischen Ursprung des Marxschen Wertbegriffs nachwies. In diesem Zusammenhang schrieb er: „Es gibt natürlich im Kampf zwischen den mittelalterlichen Nominalisten und Realisten Analogien zu dem Kampf zwischen Materialisten und Idealisten, aber sowohl Analogien als auch historische Kontinuität lassen sich noch mit vielen, vielen anderen Theorien herstellen, nicht nur bis ins Mittelalter, sondern sogar bis ins Altertum. Um den Zusammenhang auch nur der mittelalterlichen Streitigkeiten mit der Geschichte des Materialismus ernsthaft zu erforschen, wäre eine besondere Untersuchung notwendig.“⁴

Leider gibt es bisher noch keine umfassende marxistische philosophiehistorische Darstellung, die das von Lenin aufgeworfene Problem der Bezie-

³F. Engels/K. Marx: Die heilige Familie. In: K. Marx/F. Engels: Werke. Bd. 2. Berlin 1957. S. 135

⁴W. I. Lenin: Noch eine Vernichtung des Sozialismus. In: W. I. Lenin: Werke. Bd. 20. Berlin 1961. S. 187

hungen von Nominalismus und Materialismus einerseits sowie von Realismus und Idealismus andererseits sachkundig behandelt. Bisher wurde die Aufarbeitung des mittelalterlichen Universalienstreites im wesentlichen nichtmarxistischen Autoren überlassen.⁵ Diese Lücke macht sich in letzter Zeit sehr unangenehm bemerkbar, da der alte Universalienstreit im neuen Gewand wieder mit alter Heftigkeit entbrannt ist. Anlaß hierzu waren der Aufbau der allgemeinen Mengenlehre durch Georg Cantor und die damit verbundenen philosophischen Diskussionen. Cantor schlug vor, von der intuitiv klaren Tatsache des Vorhandenseins vieler Dinge (der Vielfältigkeit der Dinge) die Mengen als einheitliche und selbständige Gegenstände zu unterscheiden. „Unter einer ‚Menge‘ verstehen wir jede Zusammenfassung M von bestimmten wohlunterschiedenen Objekten m unserer Anschauung oder unseres Denkens (welche die ‚Elemente‘ von M genannt werden) zu einem Ganzen.“⁶ Entgegen den einleitenden Bemerkungen in vielen soliden Lehrbüchern der Mengenlehre und entgegen der Vorgehensweise in der Schulmathematik sind solche Mengen eben keine empirischen Gegenstände, und sie lassen sich auch nicht an Beispielen illustrieren. Die empirische Gesamtheit (Anhäufung) der auf einem Parkplatz abgestellten Autos und die Menge (im mathematischen Sinne) der auf diesem Parkplatz abgestellten Autos sind zwei vollkommen verschiedene Objekte. Von dem ersten Objekt kann man beispielsweise sinnvoll aussagen, wie es entstanden ist (in welcher Reihenfolge und zu welcher Zeit die einzelnen Autos abgestellt wurden), welchen Veränderungen es im Laufe der Zeit unterliegt usw., während all diese Aussagen in bezug auf die betreffende Menge als abstraktem Objekt sinnlos sind. Die Frage nach der Existenz von Mengen führte zur Wiedergeburt der mittelalterlichen Realismustheorie in den Grundlagen der Mathematik und zu einem Wiederaufflammen des alten philosophischen Streites um den ontologischen Status der Universalien. Je nachdem, wie die Frage, ob und in welchem Sinne Mengen (Klassen) existieren, beantwortet wird, lassen sich heute im Grundlagenstreit der Mathematik Neorealisten (Neoplatonisten), Neonominalisten und Neokonzeptualisten unterscheiden, wobei diese Einteilung wiederum genauso schematisch und ebenso wenig erschöpfend ist wie die Einteilung der mittelalterlichen Philosophen.

Die Neorealisten vertreten die Ansicht, daß für eine beliebige korrekt formulierte Bedingung (Aussagefunktion) eine Menge genau derjenigen Gegenstände existiert, die diese Bedingungen erfüllen. Diesen Mengen wird eine selbständige Existenz neben der Existenz der Elemente der Mengen zuge-

⁵Vgl. etwa: W. Stegmüller: Das Universalienproblem einst und jetzt. In: Archiv für Philosophie. Bd. 6/3, 4 (1956); Bd. 7/1, 2 (1957); G. Küng: Ontologie und logistische Analyse der Sprache. Wien 1963

⁶G. Cantor: Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts. Hildesheim 1966. S. 282

schrieben. Da diese Mengenauffassung zu Antinomien führt, werden gewisse Einschränkungen des Mengenbegriffs vorgenommen. Meistens geschieht dies durch eine sogenannte implizite Definition des Mengenbegriffs, die durch Angabe eines häufig nur logisch-technisch motivierten Axiomensystems vorgenommen wird. Ein anderer Weg wird beispielsweise in der Typentheorie beschritten. Manchmal wird dabei die Einteilung der Mengen in Typen nicht nur als ein Mittel angesehen, um Antinomien zu vermeiden, sondern dieser Typenhierarchie wird eine gesonderte Existenz zugeschrieben. Der Neorealismus tritt in verschiedenen – gemäßigten und extremen – Formen auf und spielt eine vorherrschende Rolle in der Philosophie der Mathematik, da er von den genannten Richtungen die größte Freiheit beim Operieren mit Mengen gewährleistet.

Die Neonominalisten treten gegen den Neoplatonismus auf. Sie nehmen an, daß die Mengen als abstrakte Objekte nicht gesondert existieren und daß Gegenstand der Mathematik nur konkrete sinnlich wahrnehmbare Gegenstände sein können. Für die Nominalisten sind Aussagen über Mengen (und allgemein über abstrakte Objekte) nur abgekürzte Redeweisen, in denen über konkrete Objekte gesprochen wird. Anstelle der Mengenlehre wird von einigen Vertretern des Nominalismus eine Teil-Ganzes-Theorie (Mereologie, Individuenkalküle) aufgebaut.

Die Neokonzeptualisten unterscheiden zwischen Konstruktionen und Entdeckungen. Bei Mengen handelt es sich nach ihrer Meinung um Konstruktionen. Eine Menge existiert genau dann, wenn man sie aus bereits konstruierten Mengen oder aus intuitiv offensichtlich existenten Mengen konstruieren kann. Es werden also keine Mengen akzeptiert, die sich nicht konstruktiv charakterisieren lassen. Hauptvertreter dieser Richtung sind die Intuitionisten und Konstruktivisten.

Der Streit um die Existenz von Mengen (Klassen) ist nur ein Beispiel der Thematik, die sich um den zeitgenössischen Universalienstreit rankt. Seit Frege Prädikate als Aussagefunktionen betrachtete und Russell die extensionale Deutung der Prädikate als Klassen (Mengen) vorschlug und damit die Logik letztlich auf die Mengenlehre reduzierte, ging die Universaliendiskussion von den Grundlagen der Mathematik auch auf die Logik über. Die obengenannten Richtungen lassen sich also auch in der Philosophie der Logik unterscheiden. Da man die Mengenlehre – nicht ohne Grund – als Fundament der gesamten Mathematik ansieht, da man nach der vorherrschenden Richtung der modernen Logik auch die Logik – allerdings zirkulär – mit Hilfe der Mengenlehre zu begründen versucht und da die philosophisch vorherrschende Richtung in der Mengenlehre zweifellos der Realismus ist, entstand, wie E. W. Beth schrieb, ein Gefühl der Beunruhigung bezüglich der Abhängigkeit der reinen Logik

und Mathematik von der Ontologie des Platonismus.⁷ Diese philosophische Beunruhigung ist es wohl hauptsächlich, die einerseits zur Entstehung des Intuitionismus und Konstruktivismus sowie andererseits zu der Variante des modernen Nominalismus führte, der den Versuch unternimmt, für die grundlegenden „platonistischen“ Begriffsbildungen der Cantorschen Mengenlehre eine Interpretation zu finden, die mit der Grundkonzeption des traditionellen Nominalismus verträglich ist, d. h. der versucht, die „platonistischen“ Begriffsbildungen durch eine nominalistische Deutung auszuschließen.

Im Zusammenhang mit dem modernen Nominalismus als einer Richtung in der Philosophie der Mathematik erhebt sich die Frage, ob auch er als ein Ausdruck des Materialismus zu deuten ist oder nicht. In der marxistischen Literatur zu philosophischen Problemen der Mathematik wird zu Recht betont, daß man den Realismus in der Philosophie der Mathematik nicht mit Idealismus und den Nominalismus nicht mit Materialismus gleichsetzen dürfe, da es sowohl materialistische als auch idealistische Realisten, aber auch materialistische und idealistische Nominalisten gebe. Die weltanschauliche Abstinenz des obengenannten vorsichtigen Urteils hat ihren Grund m. E. in der Furcht, eine klare Einschätzung des modernen Begriffsrealismus als idealistischer Lehre würde die Mathematiker, die ja vorwiegend mengentheoretisch orientiert sind, in ihrer erfolgreichen Arbeit stören. Doch wird diese Furcht sofort überflüssig, wenn man klar und sauber zwischen der Mathematik und den philosophischen Problemen der Mathematik unterscheidet. In der Mathematik haben nur die Mathematiker mitzureden, bei der Behandlung von philosophischen Problemen der Mathematik geht es wohl nicht ganz ohne Philosophen. In bezug auf den Realismus ist die grundsätzliche philosophische Wertung recht einfach: Der Begriffsrealismus (sowohl der mittelalterliche als auch der moderne) ist eine eindeutig idealistische Lehre, die theoretisch mit keiner Form eines konsequenten Materialismus vereinbar ist. Und wenn in unserer Literatur „das objektiv Ideale“ neben „dem objektiv Realen“ seinen Platz gefunden hat oder wenn man philosophische Aussagen über Gesetze liest, die nur verständlich sind, wenn man dem Allgemeinen (den Universalien) eine gesonderte Existenz neben den Einzeldingen zugesteht, so sind das offensichtlich Zugeständnisse an den Begriffsrealismus.

Die Einschätzung des Verhältnisses des zeitgenössischen Nominalismus zum Materialismus ist schwieriger und erfordert eine gesonderte Untersuchung; aber einige Bemerkungen zu dieser Problematik sind hier dennoch angebracht. Einig sind sich die Vertreter des Materialismus und des Nominalismus in der Ablehnung des Begriffsrealismus. Um das Verhältnis zwischen Materialismus und Nominalismus genauer zu bestimmen, benötigt man vor-

⁷Vgl.: E. W. Beth: *The foundations of mathematics*. Amsterdam 1959. S. 471

bereitend eine allgemeine Charakteristik des Nominalismus. Der zeitgenössische Nominalismus ist aber keine einheitliche Lehre, seine Vertreter unterscheiden sich in ihren Auffassungen wesentlich; trotzdem lassen sich bei ihnen folgende gemeinsamen Züge und Tendenzen nachweisen: 1. Sie kritisieren den Klassenbegriff, insofern eine Klasse sich von einem individuellen Ganzen, das sich aus seinen Elementen zusammensetzt, unterscheidet. 2. Sie lehnen es ab, die Existenz von unendlichen Objekten zu postulieren; hier gibt es Abstufungen, je nachdem ob nur die aktuelle Unendlichkeit oder auch die potentielle bzw. sogar die faktische Unendlichkeit verworfen wird. 3. Es besteht eine Abneigung, Prädikate als Ausdrücke zu deuten, die von Individuen verschiedene Entitäten bezeichnen. 4. Es werden Einwände gegen solche Entitäten wie Begriffe, Bedeutung, Sinn und Propositionen in der Bedeutungstheorie erhoben. 5. Es wird eine Syntax bevorzugt, deren Ausdrücke als nichtwiederholbare Inschriften aufgebaut werden. 6. Sie sind bemüht, Teile der Mathematik so zu rekonstruieren oder umzuinterpretieren, daß der Bezug auf Zahlen oder Klassen durch einen Bezug auf konkrete Objekte, individuelle Inschriften oder Ganze, die durch ihre Teile bestimmt sind, ersetzt wird. 7. Sie vertreten ein Sparsamkeitsprinzip in bezug auf die Anzahl unterschiedlicher Kategorien von Entitäten, auf die sich eine Theorie bezieht, sogar dann, wenn dadurch das Definitionssystem und die Beweise komplexer und komplizierter werden. 8. Es besteht die Tendenz, Individuen, wenn es möglich ist, mit phänomenalen Daten oder mit beobachtbaren makroskopischen Dingen oder Ereignissen zu identifizieren. 9. Konkrete Dinge werden gegenüber abstrakten Gebilden bevorzugt, aktuelle Entitäten gegenüber bloß potentiellen, vorkommende Eigenschaften gegenüber Dispositionseigenschaften und beobachtbare Erscheinungen gegenüber theoretischen Konstruktionen.⁸

In all diesen Punkte widerspricht der Nominalismus nicht den Grundprinzipien des Materialismus. Das soll nicht heißen, daß er Materialismus sei, sondern nur, daß die meisten seiner Prinzipien mit dem Materialismus verträglich sind, im Unterschied zu den Prinzipien des Begriffsrealismus. Bei einzelnen Vertretern des Nominalismus finden sich auch Äußerungen, die direkt gegen den philosophischen Materialismus, insbesondere gegen den dialektischen Materialismus gerichtet sind. Das hebt die eben getroffene Feststellung aber nicht auf. Der Nominalismus ist nur als Reaktion auf den Realismus verständlich; die Ablehnung platonischer Wesenheiten entspringt einer Haltung des naiven Materialismus. Doch die negative Motivierung und Akzentuierung des Nominalismus gegenüber den Begriffsrealisten führen ihrerseits zu einem Dogmatismus und Puritanismus im Hinblick auf das Individuelle, die den Nominalismus letztlich zur Unfruchtbarkeit verurteilen. Die nominalisti-

⁸Vgl.: R. A. Eberle: *Nominalistic Systems*. Dordrecht-Holland 1970. S. 8

sche Rekonstruktion der Mathematik steht vor erheblichen Schwierigkeiten, und die bisher in dieser Richtung erzielten Ergebnisse sind minimal. Wie im Mittelalter der Realismus aus sozialen Gründen die vorherrschende Richtung war, so ist heute der Neorealismus in der Philosophie der Logik und Mathematik bestimmend, weil er die Wissenschaftler in ihrer Arbeit am wenigsten einschränkt. Die Nominalisten sind ein kleines Häuflein Unentwegter, die ausgehend von einer materialistischen oder empiristischen Grundeinstellung gegen diese Situation anlaufen, dabei allerdings – und das ist ihr Hauptfehler – immer in dem Rahmen verbleiben, der ihnen von den Realisten abgesteckt wurde. Nebenbei sei vermerkt, daß es angesichts dieser Situation paradox und absurd anmutet, wenn Philosophen auf den Versuch, philosophische Probleme mit Hilfe der Methoden und des Apparates der modernen Logik zu behandeln, generell mit dem Vorwurf des Nominalismus reagieren.

Der philosophische Grundlagenstreit in der Mathematik und Logik ist bisher nicht abgeschlossen. Und man kann in gewisser Weise R. Carnap verstehen, wenn er angesichts des jahrhundertealten Streites um den ontologischen Status der Universalien und seiner Fortsetzung im Grundlagenstreit der Logik und Mathematik resignierend versucht, die ganze Problematik als Scheinproblem abzutun: „Fernerhin betrachte ich, wie viele andere Empiristen, die angeblichen Fragen und Antworten, die im traditionellen Realismus-Nominalismus-Streit bezüglich der ontologischen Realität der Universalien oder irgendwelcher anderer Arten von Wesenheiten auftreten, als Pseudofragen und Pseudoaussagen ohne erkenntnisschaffende Bedeutung.“⁹

Doch wir teilen Carnaps Resignation nicht und sind außerdem der Auffassung, daß man philosophische Probleme nicht dadurch klärt, daß man sie zu Scheinproblemen deklariert. Selbst wenn sich herausstellen sollte, daß das eine oder andere philosophische Problem ein Scheinproblem war, so geschieht dies doch nur dadurch, daß man die Problematik klar durchschaut, d. h. letztlich löst. Meines Erachtens ist eine Lösung des Universalienstreites auf der Grundlage der im dialektischen Materialismus vertretenen Prinzipien über das Verhältnis von Einzelem und Allgemeinem möglich. Diese Prinzipien knüpfen an die Aristotelische Auffassung an und werden von Lenin wie folgt charakterisiert: „Somit sind die Gegensätze (das Einzelne ist dem Allgemeinen entgegengesetzt) identisch: das Einzelne existiert nicht anders als in dem Zusammenhang, der zum Allgemeinen führt. Das Allgemeine existiert nur im Einzelnen, durch das Einzelne. Jedes Einzelne ist (auf die eine oder andere Art) Allgemeines. Jedes Allgemeine ist (ein Teilchen oder eine Seite oder das Wesen) des Einzelnen. Jedes Allgemeine umfaßt nur annähernd alle einzelnen Gegenstände. Jedes Einzelne geht unvollständig in das Allgemeine ein

⁹R. Carnap: *Bedeutung und Notwendigkeit*. Wien/New York 1972. S. 55

usw. usw. Jedes Einzelne hängt durch Tausende von Übergängen mit einer anderen *Art* Einzelner (Dinge, Erscheinungen, Prozesse) zusammen usw.“¹⁰

In diesem Zitat ist das philosophische Programm zur Klärung des Universalienstreites enthalten; als gelöst kann man das Universalienproblem aber erst betrachten, wenn dieses Programm auch in seinen logischen Details realisiert ist. Bei seiner Verwirklichung sollten folgende Gesichtspunkte beachtet werden:

Zunächst ist zu klären, was Universalien eigentlich sind. Dabei zeigt schon eine flüchtige Analyse, daß das sogenannte Universalienproblem in eine ganze Reihe von Teilproblemen zerfällt, da es um die Existenz von ganz unterschiedlichen Gegenständen geht, die durch Termini unterschiedlichen Typs bezeichnet werden. Die erste Voraussetzung für eine Lösung des Problems ist also eine genaue Unterscheidung dieser verschiedenen Terminitypen, die nur durch den Aufbau einer exakten logischen Termintheorie getroffen werden kann. Dieser Aufgabe habe auch ich mich in früheren Arbeiten, deren Terminologie und Symbolik ich im weiteren verwende, gewidmet.¹¹

Im zeitgenössischen Universalienstreit wird das Existenzprädikat meistens auf den sogenannten Existenzquantor der klassischen zweiwertigen bzw. der intuitionistischen Quantorenlogik zurückgeführt, oder das Prädikat „existiert“ wird als intuitiv klar angesehen. Beide Vorgehensweisen sind m. E. unberechtigt. Der klassischen Quantorenlogik liegen zwei fundamentale außerlogische Voraussetzungen zugrunde, die es nicht erlauben, sie als eine Theorie der Existenz anzusehen. Erstens wird bei ihrem Aufbau nämlich davon ausgegangen, daß der zugrunde liegende Individuenbereich nicht leer ist, d. h., wird ein beliebiges Prädikat mit einem singulären Subjektterminus verknüpft, so erhält man gemäß dieser Annahme immer eine wahre oder falsche Aussage. Viele Prädikate sind aber nur für Subjekttermini eines bestimmten Typs und andere für Subjekttermini unterschiedlichen Typs verschieden definiert. Auf Grund dieser Voraussetzungen wird die klassische Quantorenlogik faktisch zu einer mathematischen Theorie beliebiger nicht leerer Individuenbereiche. Die Quinesche Festsetzung „Sein heißt Wert einer gebundenen Variable sein“¹² kann dieser Voraussetzungen wegen ebenfalls nicht als Definition des Existenzprädikates angesehen werden. Quine versuchte durch diese Festsetzung,

¹⁰W. I. Lenin: Zur Frage der Dialektik. In: W. I. Lenin: Werke. Bd. 38. Berlin 1962. S. 340

¹¹Vgl.: H. Wessel: Logik und Philosophie. Berlin 1976; H. Wessel: Methodologie der empirischen Wissenschaften als Bestandteil der Logik. In: Logik und empirische Wissenschaften. Berlin 1977

¹²Vgl.: W. V. O. Quine: Logic and the reification of universals. In: W. V. O. Quine: From a logical point of view. New York 1963

die Existenzproblematik im Rahmen allein der Logik zu lösen. Solch eine Vorgehensweise ist von vornherein zum Scheitern verurteilt.

Die auf Hume und Kant zurückgehende Auffassung, das Existenzprädikat sei kein reales Prädikat, führte in der modernen mathematischen Logik zu der Tradition, dieses Prädikat auszuschließen, weil man meint, alle Existenzaussagen mit Hilfe des sogenannten Existenzquantors $\exists$ ausdrücken zu können. Aussagen mit dem Quantor $\exists$ der Form $(\exists a) A$ werden dabei als Existenzaussagen „Es existiert ein a derart, daß A “ gedeutet, d. h. als Aussagen mit dem Existenzprädikat E der Form $E(a \downarrow A)$. Mag diese Deutung für die Mathematik als Wissenschaft von abstrakten Objekten auch zulässig sein, in den empirischen Wissenschaften führt sie zu erheblichen Schwierigkeiten, die insbesondere mit dem Auftreten leerer Termini zusammenhängen. Beispielsweise wird die wahre Aussage mit dem Quantor „Einige mythische Wesen sind Nixen“, in der schon allein auf Grund des Sinnes des Ausdrucks „mythisch“ keinerlei Existenz gefordert wird, bei dieser Deutung zu der falschen Aussage „Es existieren mythische Wesen, die Nixen sind“. Meines Erachtens muß die Quantorentheorie ohne die obengenannten außerlogischen Voraussetzungen aufgebaut werden, damit sie zu einer logischen Theorie beliebiger, auch leerer Termini wird. In einer solchen Theorie hat der Quantor $\exists$ keinerlei existentielle Bedeutung. In ihr werden Aussagen der Form $(\exists a) A$ gedeutet als „Ein gewisses (irgendein) a ist dadurch charakterisiert, daß A “. Man kann sie deuten als Möglichkeit der Auswahl eines a , das der Bedingung A genügt. Insbesondere kann diese Auswahl auch die Verwendung eines (leeren) Namens sein. Eine solche Quantorentheorie macht dann allerdings den Aufbau einer gesonderten Theorie der Existenz erforderlich.

Ich gehe von der Tatsache aus, daß in der Wissenschaftssprache das Existenzprädikat verwendet wird und daß es nicht immer zulässig und möglich ist, Existenzaussagen mit Hilfe des Quantors $\exists$ adäquat wiederzugeben. Ausgangspunkt für den Aufbau einer logischen Theorie der Existenz ist eine Analyse der üblichen Verwendungsweisen des Prädikates E in den Wissenschaftssprachen. Es ist nützlich, sich zu überlegen, warum das Prädikat E überhaupt in eine Sprache eingeführt wird. Im wesentlichen gibt es dafür drei Gründe. Die ersten beiden liegen in den Eigenschaften der Sprache selbst. Diese ermöglicht es den Menschen, sich beim Sprechen von der Wirklichkeit, über die gesprochen wird, zu lösen. Wir können sprachlich rein fiktive Zustände fingieren. Mit Hilfe von Definitionen können wir abstrakte Objekte einführen, die in der Realität nicht existieren. Das Prädikat der Existenz dient hier dazu, die in der Wirklichkeit aufweisbaren Gegenstände von den bloß fingierten zu unterscheiden. Der zweite Grund für die Einführung des Prädikates E ergibt sich aus folgenden Überlegungen: Selbst wenn wir nur über empirische Objekte sprechen, d. h. zunächst nur Namen für existierende

(aufweisbare) empirische Objekte einführen, so ermöglicht es uns die Sprache, aus gegebenen Termini und Aussagen mit Hilfe von logischen Operatoren verschiedene zusammengesetzte Termini aufzubauen, deren Bedeutung bekannt ist, falls die Bedeutung der in ihnen enthaltenen einfachen Termini und die Eigenschaften der in ihnen vorkommenden logischen Operatoren bekannt sind. Manche dieser zusammengesetzten Termini bezeichnen dann aufweisbare empirische Gegenstände und manche nicht. Um diesen Unterschied zu fixieren, benötigt man wieder das Prädikat der Existenz. Der dritte und wichtigste Grund für die Einführung des Existenzprädikates in der Sprache liegt darin, daß sich empirische Gegenstände verändern, daß sie entstehen und vergehen. Dadurch, daß wir uns mit Hilfe der Sprache von der empirischen Wirklichkeit lösen können, haben wir die Möglichkeit der Retrospektive und Prognose, d. h., wir können über Gegenstände sprechen, die nicht mehr oder noch nicht existieren, und wir können mit Hilfe von Zeittermini die Existenzzeit von empirischen Gegenständen fixieren.

Aus dem Gesagten wird bereits deutlich, daß das Existenzprädikat in unterschiedlichen Bedeutungen verwendet wird. Neben der empirischen oder realen Existenz drückt es auch abstrakte, logische, mathematische, mythische, poetische, religiöse usw. Existenz aus. Grundlegend ist dabei die empirische Existenz. Alle anderen Verwendungsweisen des Existenzprädikates beruhen in dieser oder jener Weise allein auf sprachlichen Regeln, die für bestimmte Zwecke auf Grund menschlicher Entscheidungen aufgestellt und akzeptiert werden. Diese Existenz auf Grund akzeptierter Sprachregeln läßt sich letztlich auch auf empirische Existenz zurückführen, da die betreffenden Sprachregeln explizit oder implizit in der empirischen Sprachpraxis gegeben sind.

Wenden wir uns nun der empirischen Existenz zu. Da „existieren“ ein Prädikat ist, muß man auch alle Konsequenzen beachten, die sich aus dieser Tatsache ergeben. Deshalb kann man beispielsweise nicht sinnvoll fragen „Was ist Existenz?“ und auch keine Definition der Form „Existenz ist ...“ erwarten. Vielmehr muß die Bedeutung des Prädikates *E* für Subjekttermini verschiedenen Typs unterschiedlich bestimmt werden. Wir haben hier eine ähnliche Situation wie seinerzeit bei der Wahrheitsproblematik. Auch hier versuchte man die Frage „Was ist Wahrheit?“ zu beantworten, ohne zu beachten, daß „wahr“ ein Prädikat ist. Es handelt sich hier um eine Vorgehensweise, die in der Philosophie häufig anzutreffen ist und die Marx in Anlehnung an Feuerbach bereits bei Hegel mit den Worten rügte: „Statt sie nun als Prädikate ihrer Subjekte zu fassen, verselbständigt Hegel die Prädikate und läßt sie hinterher auf eine mystische Weise in ihre Subjekte sich verwandeln.“¹³

¹³K. Marx: Aus der Kritik der Hegelschen Rechtsphilosophie. In: K. Marx/F. Engels:

Die Wahrheitsproblematik konnte in der logischen Semantik vor allem von A. Tarski durch eine induktive Definition des Prädikates „wahr“ befriedigend gelöst werden. Eine analoge Definition benötigen wir auch für das Prädikat „existiert“. Der entscheidende Unterschied zwischen der Wahrheits- und der Existenzproblematik besteht darin, daß sich das Prädikat „wahr“ allein mit logischen Mitteln definieren läßt, während das beim Existenzprädikat nicht möglich ist.

Die mit den jeweiligen Subjekttermini bezeichneten Gegenstände existieren oder existieren nicht zu einer bestimmten Zeit, an einem bestimmten Ort, zu einer beliebigen Zeit oder an einem beliebigen Ort, d. h. mit irgendwelchen Koordinaten. Bei der Betrachtung des Prädikates E setzen wir voraus, daß alle in einem Ausdruck vorkommenden Aussagen die gleichen Koordinaten haben, schreiben sie aber der Einfachheit halber nicht.

Wie bereits gesagt, kann das Prädikat E nicht allein im Rahmen der Logik bestimmt werden. Für einfache Verwendungsfälle wird der Terminus E nicht definiert, sondern nur dessen Bedeutung erläutert. Bei diesen Verwendungsfällen handelt es sich um Aussagen der Form $E(a)$, $\neg E(a)$ und $?E(a)$, in denen a ein einfacher singulärer Subjektterminus ist. Dann soll a ein empirisches Individuum bezeichnen, und die Frage, ob ein solches Individuum existiert oder nicht, wird letztlich mit Hilfe des menschlichen Wahrnehmungsapparates durch unmittelbare Beobachtung oder durch Beobachtung seiner Spuren, Wirkungen usw. entschieden. Für diesen Fall schlage ich folgenden Sprachgebrauch vor: Wird festgestellt, daß a genau ein existierendes Individuum bezeichnet, so ist a ein individueller singulärer Terminus. Existiert kein Individuum, das mit a bezeichnet wird, so ist a ein leerer singulärer Terminus, und existieren mehrere Individuen, die mit a bezeichnet werden, so ist a ein mehrdeutiger singulärer Terminus. Die Unbestimmtheit bedeutet hier, daß es mit Hilfe von Beobachtungen unmöglich ist festzustellen, ob ein betreffendes Individuum existiert oder nicht.

Setzt man die Bedeutung von E für einfache singuläre Subjekttermini als bekannt voraus, so läßt sich das Prädikat der empirischen Existenz für alle anderen Verwendungsfälle exakt definieren. Es ist im Rahmen dieses Artikels nicht möglich, das im einzelnen auszuführen, und es wird im weiteren nur angedeutet, wie die Definition von E für verschiedene Typen von Subjekttermini aufgebaut werden kann. Dabei verwende ich folgende Symbole: 1. E – das Existenzprädikat, 2. $\exists$ – der Quantor „einige“, 3. $\forall$ – der Quantor „alle“, 4. $\sim$ – äußere Negation, 5. $\neg$ – innere Negation, 6. $\wedge$ – Konjunktion, 7. $\vee$ – Adjunktion, 8. $\rightarrow$ – Konditionaloperator, 9. $\rightarrow$ – die Beziehung des Bedeutungseinschlusses von Termini, 10. $\Leftrightarrow_{Df}$ – Definitionsgleichheit von

Termini, 11. $\equiv_{Df}$ – Definitionsgleichheit von Aussagen, 12. s – der Operator des Bezeichneten, 13. S – die Relation des Bezeichnens, 14. $\downarrow$ – der Operator „derart, daß“, 15. K – der Operator „Klasse“, 16. Σ – der Terminus „Anhäufung“, 17. $\in$ – Elementbeziehung der Klassen und Anhäufungen, 18. $(, ,)$ – der Operator eines n -Tupels, 19. t – der Metaterminusoperator, 20. g – der Terminus „Gegenstand“. Einige der angeführten Operatoren werden sowohl als aussagenbildende wie auch als terminibildende verwendet, was jeweils aus dem Kontext deutlich wird.

Für einfache generelle Subjekttermini a wird definiert „ a existiert genau dann, wenn wenigstens ein Individuum existiert, das a genannt wird“:

$$\begin{aligned} E(a) &\equiv_{Df} (\exists b) ((b \rightarrow a) \wedge E(b)), \\ \neg E(a) &\equiv_{Df} (\forall b) ((b \rightarrow a) \wedge \neg E(b)), \end{aligned}$$

wobei b ein singulärer Subjektterminus ist.

Für zusammengesetzte Subjekttermini der Form $\sim a$, $(a_1, \dots, a_n)$, $(a_1 \wedge \dots \wedge a_n)$ und $(a_1 \vee \dots \vee a_n)$ definieren wir das Prädikat E folgendermaßen:

$$\begin{aligned} E(\sim a) &\equiv_{Df} E(g) \downarrow \sim S(g, ta), \\ \neg E(\sim a) &\equiv_{Df} \neg E(g) \downarrow \sim S(g, ta), \\ E(a_1, \dots, a_n) &\equiv_{Df} E(a_1) \wedge \dots \wedge E(a_n), \\ \neg E(a_1, \dots, a_n) &\equiv_{Df} \neg E(a_1) \vee \dots \vee \neg E(a_n), \\ E(a_1 \wedge \dots \wedge a_n) &\equiv_{Df} E(g) \downarrow (S(g, ta_1) \wedge \dots \wedge S(g, ta_n)), \\ \neg E(a_1 \wedge \dots \wedge a_n) &\equiv_{Df} \neg E(g) \downarrow (S(g, ta_1) \wedge \dots \wedge S(g, ta_n)), \\ E(a_1 \vee \dots \vee a_n) &\equiv_{Df} E(g) \downarrow (S(g, ta_1) \vee \dots \vee S(g, ta_n)), \\ \neg E(a_1 \vee \dots \vee a_n) &\equiv_{Df} \neg E(g) \downarrow (S(g, ta_1) \vee \dots \vee S(g, ta_n)), \end{aligned}$$

Die Unbestimmtheit wird in allen Fällen wie üblich als $?E(a) \equiv_{Df} \sim E(a) \wedge \sim \neg E(a)$ definiert. Analoge Definitionen lassen sich für andere zusammengesetzte Subjekttermini angeben.

Wenn X eine Aussage, ein Prädikatterminus, ein Relationsterminus, kurz gesagt kein Subjektterminus ist, so ist die Frage, ob X existiert, sinnlos, da die möglichen Antworten $E(X)$, $\neg E(X)$ und $?E(X)$ gemäß den Regeln der Syntax gar keine Aussagen sind. Um hier sinnvoll die Existenzfrage stellen zu können, müssen aus X zunächst Subjekttermini gebildet werden. Dazu haben wir zwei Möglichkeiten. Zum einen können wir den Subjektterminus tX (entsprechend gelesen als „die Aussage X “, „der Prädikatterminus X “, „der Relationsterminus X “ usw.) und zum anderen den Terminus sX (ent-

sprechend gelesen als „ein [der] Zustand, daß X “, „ein mit X bezeichnetes Merkmal“, „eine mit X bezeichnete Relation“ usw.) bilden. Für Termini der Form tX ist das Existenzproblem trivial, da $E(tX)$ gilt, wenn X entsprechend eine Aussage, ein Prädikatterminus, ein Relationsterminus usw. ist.

Wir definieren jetzt das Prädikat E für singuläre Subjekttermini der Form sA , wo A eine empirische Aussage ist:

$$E(sA) \equiv_{Df} A, \neg E(sA) \equiv_{Df} \sim A.$$

Hier ist die Unbestimmtheit ausgeschlossen. Für generelle Termini der Form sA wird E wie für alle anderen generellen Subjekttermini definiert.

Wenn P ein Prädikatterminus ist, so definieren wir E für Subjekttermini der Form sP folgendermaßen:

$$\begin{aligned} E(sP) &\equiv_{Df} (\exists a) (E(a) \wedge P(a)), \\ \neg E(sP) &\equiv_{Df} (\forall a) (P(a) \rightarrow \neg E(a)). \end{aligned}$$

Wenn R ein n -stelliger Relationsterminus ist, so definieren wir E für Termini der Form sR wie folgt:

$$\begin{aligned} E(sR) &\equiv_{Df} (\exists a_1) \dots (\exists a_n) (E(a_1) \wedge \dots \wedge E(a_n) \wedge R(a_1, \dots, a_n)), \\ \neg E(sR) &\equiv_{Df} (\forall a_1) \dots (\forall a_n) (R(a_1, \dots, a_n) \rightarrow \neg E(a_1) \vee \dots \vee \neg E(a_n)). \end{aligned}$$

Das Definitionssystem läßt sich für solche empirischen Gegenstände wie Anhäufungen, Veränderungen, Entwicklungen, Strukturen und Zusammenhänge erweitern. Auch für die Existenz von Raum und Zeit lassen sich im Rahmen dieses Definitionssystems exakte Definitionen angeben.

Eine Bemerkung über die viel diskutierte Existenz von Gesetzen sei hier eingefügt. Ich verstehe unter einem Gesetz einer Wissenschaft eine universale Aussage dieser Wissenschaft, die wahr, aber nicht logisch wahr ist. Doch selbst wenn es zu dieser Gesetzesdefinition Meinungsverschiedenheiten gibt und man die Klasse der Gesetzesaussagen enger faßt, so gilt doch in jedem Fall: Wenn A eine Gesetzesaussage einer Wissenschaft ist, so bezeichnet der Terminus sA ein Gesetz dieser Wissenschaft. Und aus der allgemeinen Definition für Termini vom Typ sA ergibt sich: $E(sA) \equiv A$. Das ist die ganze logische Substanz der Diskussion um die Existenz von Gesetzen.

Betrachten wir eine im Zusammenhang mit der Existenzproblematik unter Philosophen sehr umstrittene Frage etwas ausführlicher: die Frage nach der Existenz der Welt (der Realität der Welt). Carnap hat sich zu dieser Frage mehrfach geäußert. Bereits 1928 schrieb er: „... so kann weder die These des Realismus (hier erkenntnistheoretischer Realismus – H. W.) von der Realität der Außenwelt, noch die des Idealismus von der Nichtrealität der Außenwelt

als wissenschaftlich sinnvoll anerkannt werden. Das besagt nicht: die beiden Thesen seien falsch; sondern: sie haben überhaupt keinen Sinn, in Bezug auf den die Frage, ob wahr oder falsch, gestellt werden könnte.“¹⁴

Obwohl Carnap im Laufe seines Lebens viele Positionen des extremen Positivismus aufgegeben hat, ist er in dieser Frage immer positivistisch beschränkt geblieben. Er versucht der Problematik beizukommen, indem er in bezug auf die Existenz zwischen externen und internen Fragen unterscheidet. Wenn man in einer Sprache über eine neue Art von Wesenheiten sprechen will – meint Carnap zu Recht –, so muß man ein Sprachsystem neuer Sprechweisen einführen, das neuen Regeln unterliegt. Er nennt dieses Verfahren die Konstruktion eines linguistischen Rahmenwerkes für die in Rede stehenden neuen Wesenheiten. „Und jetzt müssen wir zwei Existenzfragen unterscheiden: erstens Fragen der Existenz gewisser Entitäten der neuen Art innerhalb des Systems von Wesenheiten, die durch das linguistische Rahmenwerk repräsentiert werden wird; wir nennen sie interne Fragen; und zweitens Fragen, welche die Existenz oder Realität des Systems von Entitäten als eines Ganzen betreffen, externe Frage genannt.“¹⁵ Die interne Frage wird von Carnap als sinnvoll angesehen; sie läßt sich entweder durch rein logische oder durch empirische Methoden beantworten, je nachdem, ob es sich um ein logisches oder tatsachenabhängiges linguistisches Rahmenwerk handelt. Die externe Frage betrachtet Carnap als problematisch und behauptet, sie sei keine theoretische Fragestellung. Er erläutert seine Auffassung an einer Reihe von Beispielen, von denen ich nur zwei herausgreifen möchte, um an ihnen den Fehler Carnaps zu verdeutlichen. Er betrachtet einmal die Welt der Dinge und zum anderen das System der Zahlen. Bei der Behandlung des Systems der Zahlen ist seine Vorgehensweise durchaus korrekt. Bei Zahlen handelt es sich abstrakte Gegenstände, die nicht empirisch vor ihrer Definition existieren. Die Existenz von Zahlen – wie die aller abstrakten Gegenstände – hängt wirklich nur von dem gewählten linguistischen Rahmenwerk ab. Ganz anders verhält es sich bei der Welt der Dinge. Auch hier läßt Carnap nur interne Fragen in der Art „Liegt ein weißes Stück Papier auf meinem Schreibtisch?“, „Lebte König Arthur wirklich?“, „Sind Zentauren wirklich oder nur eingebildet?“ als theoretisch sinnvoll zu, da diese sich durch empirische Untersuchungen beantworten lassen. Von diesen unterscheidet er die externe Frage nach der Existenz der Dingwelt selbst. Nach seiner Ansicht kann sie nicht beantwortet werden, weil sie in falscher Weise in Worte gefaßt ist. „Wirklich sein im wissenschaftlichen Sinne bedeutet, ein Element des Systems zu sein; daher kann dieser Begriff

¹⁴R. Carnap: *Scheinprobleme in der Philosophie*. Frankfurt a. M. 1966. S. 63 f.

¹⁵R. Carnap: *Bedeutung und Notwendigkeit*. S. 259

nicht sinnvoll auf das System selbst angewendet werden.“¹⁶ Die These von der Realität der Dingwelt läßt sich – nach Carnap – nicht in der Dingsprache oder in einer anderen theoretischen Sprache formulieren. Die Annahme des linguistischen Rahmenwerkes der Dingsprache ist bei ihm lediglich eine Frage der Zweckmäßigkeit. Carnap gelangt zu diesen falschen Auffassungen, weil er das Existenzprädikat mit Hilfe des Quantors $\exists$ der klassischen Logik ausdrücken will und sich der Quineschen Festsetzung „Sein heißt Wert einer gebundenen Variablen sein“ anschließt. Im Rahmen dieser Logikkonzeption kann er natürlich nicht von der Existenz der Dingwelt sprechen. Aber diese Konzeption ist falsch. Der Terminus „Welt“ (oder „Dingwelt“) läßt sich präzise definieren, und auch die Existenz der Welt läßt sich beweisen. Wir definieren die Welt als eine Anhäufung von empirischen Individuen, zu der alle empirischen Individuen gehören, die existieren. Oder symbolisch: Die Welt W ist eine solche Anhäufung, für die gilt $(\forall x) (E(x) \rightarrow x \in W)$, wobei x eine Variable für empirische Individuen ist. Oder als explizite Definition:

$$tW \rightleftharpoons_{Df} t\Sigma \downarrow ((\forall x) (E(x) \rightarrow x \in \Sigma)),$$

wobei x wieder eine Variable für empirische Individuen und Σ der Terminus „Anhäufung“ ist.

Ich unterstreiche, daß der Terminus „Welt“ als Anhäufungsterminus und nicht als Klassen- oder Mengenterminus eingeführt wurde. Aus der Definition folgt, daß der Terminus „Welt“ ein singulärer Terminus ist. Weiter folgt aus ihr, daß die Welt als empirische Anhäufung genau dann existiert, wenn mindestens ein empirisches Individuum existiert, und genau dann nicht existiert, wenn kein einziges empirisches Individuum existiert. Da es aber gesichert ist, daß mindestens ein empirisches Individuum existiert, ist die Existenz der Dingwelt eine empirisch gesicherte Tatsache. Carnap konnte zu dieser Lösung nicht kommen, weil – entgegen seinen empiristischen Prinzipien – seine Logikauffassung stark vom Begriffsrealismus der klassischen Logik geprägt war, ohne daß er dies natürlich eingestanden hätte.

Wir unterscheiden in folgender Weise zwischen empirischen und abstrakten Gegenständen: Empirische Gegenstände sind die uns mit Hilfe unserer Sinneswahrnehmungen mittelbar oder unmittelbar gegebenen Gegenstände, während abstrakte Gegenstände nicht empirisch existieren, sondern mit Hilfe von definitorischen Festsetzungen postuliert werden. Abstrakten Gegenständen werden dabei solche Eigenschaften abgesprochen (bzw. zugeschrieben), ohne die (bzw. mit denen) empirische Gegenstände nicht existieren. Abstrakte Gegenstände werden postuliert, um im gegebenen Wissensbereich

¹⁶Ebd. S. 260

Theorien aufzustellen und die deduktiven Möglichkeiten zu erweitern. Ihre Postulierung hat nur dann einen Sinn, wenn sie (in gewissen Grenzen) als empirische Gegenstände interpretiert werden können. Obwohl abstrakte Gegenstände definitionsgemäß nicht empirisch existieren, spricht man trotzdem von der Existenz von Zahlen, der leeren Menge, eines ausdehnungslosen Punktes, allgemein von der Existenz abstrakter Objekte. Es ist offensichtlich, daß das Existenzprädikat für abstrakte Objekte grundsätzlich anders eingeführt und verwendet wird als für empirische Objekte. Hier wird die Existenz von einfachen abstrakten Objekten durch Definitionen postuliert, und es werden sprachliche Regeln akzeptiert, nach denen zusammengesetzte abstrakte Objekte aufgebaut werden können. Sind zusammengesetzte abstrakte Objekte nach diesen Regeln aufgebaut, so existieren sie, sind sie nicht nach diesen Regeln aufgebaut, so existieren sie nicht. Dies sei am Beispiel von Klassentermini verdeutlicht:

Wenn a ein Subjektterminus ist, so läßt sich mit Hilfe des Operators „Klasse“ (K) der ursprüngliche Klassenterminus „die Klasse der a “ bilden, und es wird postuliert:

$E(Ka)$ genau dann, wenn a ein Subjektterminus ist;

$\neg E(Ka)$ genau dann, wenn a kein Subjektterminus ist.

Die Unbestimmtheit entfällt hier wieder. Insbesondere kann Ka als leere Klasse existieren, wenn a ein leerer Terminus ist. Wenn a ein zusammengesetzter Klassenterminus ist, so gilt: $E(a)$ genau dann, wenn die Terminbildungsregeln beim Aufbau von a berücksichtigt werden und die Einführung von a nicht zu einem Widerspruch führt. Wenn wir den Terminus „Die Klasse der Götter und Nixen“ bilden, so existiert diese Klasse, obwohl Götter und Nixen nicht existieren; die Existenz einer Klasse ist also nicht von der Existenz der Elemente einer Klasse abhängig. Hingegen existiert eine Klasse, die mit dem Ausdruck „die Klasse, die a enthält und gleichzeitig nicht enthält“ bezeichnet wird, nicht, weil bei der Bildung ihres Namens gegen logische Regeln verstoßen wurde.

Beim Aufbau von abstrakten Objekten können unterschiedliche Regeln akzeptiert werden. So hängt der Streit zwischen klassischen und intuitionistischen Mathematikern in den Grundlagen der Mathematik wesentlich von unterschiedlichen Existenzauffassungen ab. Die einen wie die anderen untersuchen abstrakte Objekte, die empirisch nicht existieren, haben aber andere Regeln für die Existenz mathematischer Objekte akzeptiert. Man kann unter diesem Gesichtspunkt nicht sagen, das eine ist die richtige, das andere eine falsche Mathematik. Man kann beides tun und widerspricht sich in dieser Frage auch nicht, wenn man seine Existenzregeln explizit angibt.

Da bei einem korrekten Vorgehen beim Aufbau abstrakter Objekte die sprachlichen Regeln, nach denen dies geschieht, präzise formuliert sein müssen und da mit ihrer Formulierung diese Sprachregeln empirische Existenz erlangen, läßt sich die Existenz abstrakter Objekte in diesem Sinne auf die Existenz empirischer Objekte zurückführen. Empirische Existenz ist grundlegend für alle anderen Arten der Existenz.

Die Alternative Realismus, Nominalismus oder Konzeptualismus ist nicht erschöpfend. Wir haben gesehen, daß man das Existenzproblem lösen kann, ohne dem Platonismus Zugeständnisse zu machen, aber auch ohne den Puritanismus hinsichtlich des Individuellen im Sinne des zeitgenössischen Nominalismus zu teilen. Den positiven Beitrag des Nominalismus zur Ausarbeitung einer präzisen Terminologie der empirischen Wissenschaften haben wir aufgegriffen. In bezug auf abstrakte Objekte läßt die hier entwickelte Konzeption zumindest die gleiche Freiheit zu wie der Platonismus. Die Frage der Zweckmäßigkeit und des Nutzens der Einführung abstrakter Objekte hat allerdings außerlogischen Charakter und muß in jedem Einzelfall beantwortet werden.

Es wurde hier nur angedeutet, wie das Existenzprädikat für Subjekttermini verschiedenen Typs zu definieren ist. Das Problem, ob die mit bestimmten Termini bezeichneten Gegenstände existieren oder nicht, hat weitgehend außerlogischen Charakter.

Der Universalienstreit heute*

Führt man die jahrhundertealte Universalien Diskussion auf ihre eigentlich logische Problematik zurück, so werden einige fundamentale Mißverständnisse deutlich, die auch heute noch Ursache des scheinbar unlösbaren Streites sind. Alle anderen oben angedeuteten weltanschaulichen und politischen Konsequenzen des Universalienstreites werden durch diese Mißverständnisse vindiziert. Wir haben an anderer Stelle einen logischen Vorschlag zur Lösung der Universalienproblematik unterbreitet, gegen den auf dem Düsseldorfer Kongreß keine beachtenswerten Einwände vorgebracht wurden.¹ Hier wollen wir uns kritisch mit einigen Meinungen befassen, die in dieser oder jener Weise bereits den Charakter von traditionellen Vorurteilen angenommen haben und eine Lösung des Universalienstreites faktisch unmöglich machen.

Viele ausweglose Diskussionen zum Universalienproblem hängen mit einer falschen, meistens vereinfachten Sprachauffassung zusammen. Wittgenstein verdeutlicht eine solche vereinfachte Sprachauffassung mit einem Zitat aus Augustinus' „Confessiones“: „Nannten die Erwachsenen irgend einen Gegenstand und wandten sich dabei ihm zu, so nahm ich das wahr und ich begriff, daß der Gegenstand durch die Laute, die sie aussprachen, bezeichnet wurde, da sie auf *ihn* hinweisen wollten. Dies aber entnahm ich aus ihren Gebärden, der natürlichen Sprache aller Völker, der Sprache, die durch Mienen- und Augenspiel, durch eine Bewegung der Glieder und den Klang der Stimme die Empfindungen der Seele anzeigt, wenn diese irgend etwas begehrt, oder festhält, oder zurückweist, oder flieht. So lernte ich nach und nach verstehen, welche Dinge die Wörter bezeichneten, die ich wieder und wieder, an ihren bestimmten Stellen in verschiedenen Sätzen, aussprechen hörte.“²

*Erstveröffentlichung in: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, Heft 8, Berlin 1979, S. 994–998.

Bei dem hier abgedruckten Text handelt es sich um den vierten Abschnitts eines Artikels, den ich gemeinsam mit Erhard Albrecht nach dem Düsseldorfer Weltkongreß für Philosophie veröffentlichte. Während die ersten drei Teile dieses Artikels von Erhard Albrecht geschrieben wurden, bin ich Autor dieses vierten Teiles.

¹Vgl.: H. Wessel: Definition des Existenzprädikates als Voraussetzung zur Lösung des zeitgenössischen Universalienstreites. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, Heft 3/1978.

²Zitiert nach: L. Wittgenstein: *Philosophische Untersuchungen*. Frankfurt a. M. 1967. S. 13

In diesem Zitat wird eine Sprachauffassung dargestellt, nach der ganz undifferenziert jedes Wort einer Sprache einen Gegenstand bezeichnet, und der durch dieses Wort bezeichnete Gegenstand wird dann als die Bedeutung dieses Wortes angesehen. Auf dem Düsseldorfer Kongreß wurde in einigen Beiträgen eine verwandte naive Sprachauffassung vertreten.

In mindestens zwei Beiträgen (K. G. Havas und B. Djankow³) werden, wenn auch auf unterschiedliche Weise, die logischen Operatoren zu den Universalien gerechnet. Obwohl u. E. der gnoseologische Status von logischen Operatoren nicht zur Universalienproblematik gehört, sind doch einige kritische Bemerkungen angebracht, da ähnliche Auffassungen im Anschluß an G. Klaus auch in der DDR noch vertreten werden. Klaus stellt beispielsweise die Frage, was denn den logischen Operatoren in der Wirklichkeit entspricht. Nach seiner Meinung bedeutet die Wahrheit der Aussage $p \wedge q$, „daß die Sachverhalte, die durch die beiden Aussagen widerspiegelt werden, *zusammen bestehen*. Der logischen Konjunktion entspricht also in der Wirklichkeit das Zusammenbestehen.“⁴ Zunächst werden hier zwei verschiedene Fragen nicht klar voneinander getrennt: erstens die Frage nach der Bedeutung der Konjunktion „und“ und zweitens die nach der Wahrheit einer mit „und“ zusammengesetzten Aussage. Wenden wir uns der ersten Frage zu. Für sich genommen besitzt das Wort „und“ wie alle logischen Operatoren einer Sprache überhaupt keine Bedeutung, d. h., es bezeichnet weder einen Gegenstand noch drückt es eine Eigenschaft aus. Die Bedeutung des Wortes „und“ als aussagenbildender Operator wird im Rahmen der Logik wie folgt festgelegt: 1. „und“ ist ein zweistelliger aussagenbildender Operator, der aus zwei Aussagen eine zusammengesetzte Aussage bildet; 2. weiter wird die Bedeutung von „und“ durch die allgemein bekannte Wahrheitstabelle der Konjunktion festgelegt, d. h., eine Aussage „ A und B “ ist genau dann wahr, wenn A wahr ist und B wahr ist. Will man semantische Termini vermeiden, so kann man anstelle des zweiten Punktes einige Regeln der Folgebeziehungen angeben, die den Konjunktionsoperator und seine Beziehungen zu anderen Operatoren festlegen.

G. Klaus meinte nun, es wäre nötig, etwas aufzuweisen, was der Konjunktion in der Wirklichkeit entspricht. Nach seiner Meinung ist das wirkliche Korrelat einer Konjunktion das Zusammenbestehen von Sachverhalten. Gegen diese These lassen sich aber mindestens zwei Einwände vorbringen. Erstens wird versucht, die Bedeutung des einfachen Wortes „und“ mit Hilfe

³Vgl.: K. G. Havas: The Problem of the Existence of Universals in View of the Reflection Theory. In: 16. Weltkongreß für Philosophie 1978. Sektionsvorträge; B. Djankow: The Theory of Semantic Categories and the Problem of the Typology of Universals. In: 16. Weltkongreß für Philosophie. Sektionsvorträge

⁴G. Klaus: Moderne Logik. Berlin 1964. S. 49

des komplizierten Wortes „Zusammenbestehen“ zu bestimmen. Es ist offensichtlich, daß bei einer systematischen Rekonstruktion der Sprache der umgekehrte Weg beschritten werden muß. Man kann ganz sicher das Wort „Zusammenbestehen“ nicht ohne Hilfe des Wortes „und“ einführen. Zweitens kann gegen die These von Klaus eingewandt werden, daß man zwar jedes Zusammenbestehen von Sachverhalten in der Sprache mit Hilfe einer Konjunktion ausdrücken kann, daß aber nicht jede wahre Konjunktion ein Zusammenbestehen von Sachverhalten ausdrückt. Von einem Zusammenbestehen kann nur in räumlicher oder zeitlicher Hinsicht die Rede sein. Die Konjunktion „Napoleon starb auf St. Helena, und Berlin ist die Hauptstadt der DDR“ ist eine wahre Aussage, aber offenbar kann weder von einem räumlichen noch von einem zeitlichen Zusammenbestehen der durch die beiden Teilsätze beschriebenen Sachverhalte die Rede sein. Die von Klaus vorgeschlagene Bestimmung der Konjunktion ist also nicht akzeptabel.

Auch bei der Adjunktion (dem einschließenden „oder“, Klaus spricht von Alternative) stellt er die Frage, was ihr in der Realität entspricht, und antwortet: „Offensichtlich doch folgendes: Es ist ein Bereich von zwei oder mehr Möglichkeiten gegeben, von denen, wenn die alternative Aussage wahr sein soll, mindestens eine Wirklichkeit wird.“⁵ Eine ganz ähnliche Auffassung der Adjunktion vertrat K. G. Havas auf dem Düsseldorfer Kongreß. Bei der Begründung der allgemeinen These, daß logische Systeme bestimmte objektive Situationen modellieren, wird die Frage gestellt, warum ein Schöpfer logischer Systeme bestimmte Schlußregeln akzeptiert. „Aus welchem Grund glaubt er, daß er z. B. in der klassischen zweiwertigen Prädikatenlogik aus den Aussagen $p \vee q$ und $\sim p$ auf die Aussage q schließen kann? Sein Grund besteht darin, daß – auch in der Realität – gilt: wenn eine der Situationen p und q sein kann, aber eine von ihnen notwendig ist, so falls p nicht ist, q existiert. Es ist in der Tat ein Gesetz der Realität selbst, die Berücksichtigung einer *allgemeinen* Relation in der Realität, worauf diese Schlußregel basiert.“⁶

Sowohl Klaus als auch Havas ziehen für die Erklärung des Wortes „oder“ (bzw. der Wörter „oder“ und „nicht“) modale Termini heran. Bei Klaus sind es die Wörter „Möglichkeit“ und „Wirklichkeit“, bei Havas die Wörter „Möglichkeit“ und „Notwendigkeit“. Wir können an dieser Stelle nicht auf die logischen Probleme modaler Termini eingehen,⁷ aber u. E. ist auch ohne eine gründliche Analyse deutlich, daß es methodisch nicht korrekt ist, die Bedeutung solcher einfachen Wörter wie „oder“ und „nicht“ mit Hilfe der

⁵Ebd. S. 59

⁶K. G. Havas: The Problem of the Existence of Universals in View of the Reflection Theory. A. o. O. S. 313

⁷Vgl.: H. Wessel: Modalitäten in empirischen Wissenschaften. In: Logik und empirische Wissenschaften. Berlin 1977

viel komplizierteren und problembeladenen modalen Termini einzuführen. Wenn wir die Argumentation von Havas in logischer Hinsicht analysieren, so stellen wir fest, daß sie die Gültigkeit der Regel „Aus $p \vee q$ und $\sim p$ folgt logisch q “ mit Hilfe der folgenden Regel begründen will: „Aus $M\downarrow(p \vee q)$ und $N\downarrow(p \vee q)$ und $\sim p$ folgt logisch q “, wobei N das Prädikat „notwendig“, M das Prädikat „möglich“ und $\downarrow$ ein terminibildender Operator ist, der aus einer Aussage A den Terminus $\downarrow A$ („Der Sachverhalt, daß A “) bildet. Dieser Begründungsversuch hält aber einer Kritik nicht stand. Die zweite Regel ist zwar eine logisch gültige; aber in ihr ist die erste Prämisse $M\downarrow(p \vee q)$ vollkommen überflüssig, so daß wir ihr die Form „Aus $N\downarrow(p \vee q)$ und $\sim p$ folgt logisch q “ geben können. Diese Regel ergibt sich jedoch aus der gültigen Regel der modalen Logik „Aus $N\downarrow A$ folgt logisch A “ und aus der Regel „Aus $p \vee q$ und $\sim p$ folgt logisch q “, die gerade durch die zweite Regel begründet werden soll. Analog können wir aus der oben angeführten Bestimmung der Adjunktion durch Klaus folgende Regel herauslesen: „Aus $M\downarrow p \vee M\downarrow q$ und p folgt logisch $p \vee q$ “. Diese Regel ist zwar auch gültig, aber in ihr ist die erste Prämisse mit dem Prädikat „möglich“ überflüssig, da in der klassischen Logik schon gilt „Aus p folgt logisch $p \vee q$ “.

Sowohl Klaus als auch Havas sind der Ansicht, sie seien es der materialistischen Widerspiegelungstheorie schuldig, objektive Korrelate für logische Systeme und für logische Operatoren aufzuweisen. Dem liegt aber eine simplifizierte Widerspiegelungstheorie zugrunde. In der marxistisch-leninistischen Philosophie besagt das Widerspiegelungsprinzip, daß unser Wissen letztlich von der Beschaffenheit der Außenwelt bestimmt und angeregt wird und daß letztere von uns erkannt werden kann. Die marxistische Widerspiegelungsauffassung unterscheidet sich in mindestens zwei wesentlichen Punkten von der des vormarxischen Materialismus. Im Marxismus wird der Erkenntnisprozeß nicht als kontemplative, spiegelmäßige Abbildung verstanden; Erkenntnis ist immer nur durch aktives und gesellschaftliches Handeln möglich. Außerdem weist das Widerspiegelungsprinzip nur auf den prinzipiellen Charakter der Beziehung hin, die zwischen dem Wissen und der objektiven Realität besteht, im Unterschied zur Widerspiegelungstheorie des vormarxischen Materialismus, in der der Begriff der Widerspiegelung auch als erschöpfende Charakteristik der Verfahren und Methoden zur Gewinnung von Wissen betrachtet wurde. Logische Operatoren und Systeme von logischen Regeln sind Festlegungen, die allein die Form der Sprache betreffen. Durch sie wird die Verwendungsweise der logischen Operatoren normiert, und mit ihrer Hilfe werden Sprachformen konstituiert, die dann dazu verwendet werden können, Aussagen über die objektive Realität zu treffen. Zu dieser Hauptaufgabe der Logik, die allein die Sprache betrifft, steht keinesfalls die Tatsache im Widerspruch, daß nicht interpretierte logische Kalküle (z. B. die zweiwertige

Aussagenalgebra) auch eine außerlogische Interpretation (z. B. als Schaltalgebra oder Theorie der Neuronennetze) erhalten können. Eine außerlogische Interpretation eines Kalküls ändert grundsätzlich aber nichts am eben beschriebenen Charakter logischer Regeln.

Die wichtigste Beziehung zwischen Sprache und Realität ist die Bezeichnungsrelation von Termini. Mit ihr hängt sehr eng die traditionelle Universalien Diskussion zusammen. Die Universalienproblematik kann nur dann befriedigend gelöst werden, wenn beachtet wird, daß es verschiedene Arten von Termini gibt, die eine unterschiedliche Aufgabe in der Sprache und auch unterschiedliche Beziehungen zu den mit ihnen bezeichneten Gegenständen haben. Eine Voraussetzung für die Lösung des Universalienproblems ist also zunächst die genaue Unterscheidung der verschiedenen Terminitypen und der Aufbau einer logischen Termintheorie. Diese Aufgabe ist in der Logik noch nicht ausreichend bewältigt. Es gibt indes Ansätze einer logischen Termintheorie, die für die Universalienproblematik fruchtbar gemacht werden können.⁸ Für die verschiedenen Terminitypen muß dann das Existenzprädikat induktiv definiert werden.⁹ Da Universalien in der Sprache durch verschiedene Typen von allgemeinen Termini ausgedrückt sind, ist es erst auf der Grundlage einer präzisen induktiven Definition des Existenzprädikats für die verschiedenen Typen allgemeiner Termini möglich zu entscheiden, ob die mit diesen allgemeinen Termini bezeichneten Gegenstände existieren oder nicht.

Es gibt allgemeine Termini, die für die Bezeichnung empirischer (konkreter) Objekte, und allgemeine Termini, die für die Bezeichnung abstrakter Objekte verwendet werden. Deshalb ist es u. E. falsch, wenn man die Frage nach der Existenz der Universalien auf die nach der Existenz abstrakter Objekte reduziert. Im Anschluß an G. Küng, der „die Frage der abstrakten Entitäten“ mit dem Universalienproblem identifizierte,¹⁰ schreibt B. Djankow: „Es wird heute weitgehend akzeptiert, daß das traditionelle Universalienproblem in eine Untersuchung des Problems der Natur und der Typologie abstrakter Objekte übergeht.“¹¹ Diese Auffassung wurde in Düsseldorf nicht nur von Djankow vertreten; auch P. F. Strawson behauptete: „Universalien sind unverbesserlich abstrakt.“¹² Seine „Typologie der Universalien“ findet

⁸Vgl.: H. Wessel: Methodologie der empirischen Wissenschaften als Bestandteil der Logik. In: Logik und empirische Wissenschaften

⁹Vgl.: H. Wessel: Das Existenzprädikat und der Universalienstreit. In: 16. Weltkongreß für Philosophie. Sektions-Vorträge

¹⁰Vgl.: G. Küng: Ontologie und logistische Analyse der Sprache. Wien 1963. S. 12

¹¹B. Djankov: The Theory of Semantic Categories and the Problem of the Typologie of Universals. A. a. O. S. 193

¹²P. F. Strawson: The existence of universals. Beitrag zum 16. Weltkongreß für Philosophie. Unveröff. Manuskript

Djankow dann durch eine leichte, aber absolut falsche Umformulierung der Theorie der semantischen Kategorien von Leśniewski und Ajdukiewicz: „Es ist eine Tatsache, daß für jede Sprache – sowohl künstliche als auch natürliche – drei Basistypen von abstrakten Objekten oder semantischen Universalien charakteristisch sind – *Termausdrücke*, *Satzausdrücke* und *Funktorenausdrücke*. Mit anderen Worten, dies sind *abstrakt Objekt-Individuenvariablen*, *abstrakt Objekt-Aussagenvariablen* und *abstrakt Objekt-Operatoren*. Alle Typen von logischen und mathematischen Operatoren gehören zum Typ der abstrakt Objekt-Operatoren.“¹³ Es ist offensichtlich, daß mit dieser Auffassung die Unterscheidung von „abstrakt“ und „konkret“ überflüssig wird, da nach Djankows Meinung alle sprachlichen Ausdrücke unter eine seiner Kategorien fallen. Außerdem wird der fundamentale Unterschied zwischen Termini und logischen Operatoren übersehen. Vollkommen unverständlich wird es dort, wo er die „objektiven Korrelate“ seiner Kategorien angibt: „Es ist genau in diesem Sinne, daß die drei Basistypen von abstrakten Objekten oder semantischen Universalien mit einer gewissen Annäherung den drei ontologischen Basiskategorien *Ding*, *Attribut* und *Relation* entsprechen.“¹⁴

Das Problem der Existenz wird für empirische und für abstrakte Objekte grundsätzlich verschieden gelöst. Während die Existenz beliebiger empirischer Objekte letztlich auf die Existenz individueller empirischer Objekte zurückgeführt wird, die mit außerlogischen Mitteln festgestellt wird, haben abstrakte Objekte definitionsgemäß keine empirische Existenz. Es ist daher auch müßig, nach der empirischen Existenz abstrakter Objekte zu fragen. Bei abstrakten Objekten wird ein ganz anderes Existenzprädikat verwendet. Bei einem abstrakten Objekt sagt man bereits, daß es (als abstraktes Objekt) existiert, wenn bei seiner Definition die akzeptierten Bildungsregeln für abstrakte Objekte dieser Art eingehalten wurden und seine Existenz nicht zu einem Widerspruch führt. Eine ganz andere Frage ist die der Nützlichkeit abstrakter Objekte, die anhand einer empirischen Interpretation dieser Objekte entschieden wird. Diese Problematik geht über das Universalienproblem hinaus.

Weit verbreitet in der Universalien Diskussion sind Auffassungen, die den Universalienstreit im Rahmen der Logikkonzeption der klassischen mathematischen Logik lösen wollen. Charakteristisch für diese Richtung ist der Verzicht auf ein Existenzprädikat, da man angeblich alle Existenzaussagen mit Hilfe des Existenzquantors der klassischen mathematischen Logik ausdrücken kann. Der wichtigste Vertreter dieser Auffassung war auf dem Düssel-

¹³B. Djankov: The Theory of Semantic Categories and the Problem of the Typologie of Universals. A. a. O. S. 195

¹⁴Ebd.

dorfer Kongreß P. F. Strawson. In seinem anregenden Beitrag gibt er – anknüpfend an Quine – zwei Kriterien für die Existenz an: „Die elegante und klare Schreibweise der Standardlogik legt einen Test nahe, durch den wir genau bestimmen können, welche Bereiche von Gegenständen so beschaffen sind, daß wir unausweichlich verpflichtet sind, an ihre Existenz zu glauben ... Quine faßt den Text in dem berühmten Epigramm zusammen: ‚Sein ist Wert einer Variablen sein.‘ ... Und um uns zu helfen, die falschen Prätendenten auf den Status von Entitäten auszuschließen, haben wir einen zweiten Test. Nichts ist als eine Entität zu akzeptieren, ohne daß es ein klares allgemeines Identitätsprinzip für alle Dinge seiner Art gibt. Quine faßt den zweiten Test wiederum in einem Epigramm zusammen: ‚Keine Entität ohne Identität.‘“¹⁵

Wir haben an anderer Stelle nachgewiesen, daß die Existenzproblematik nicht im Rahmen der klassischen mathematischen Logik allein lösbar ist;¹⁶ deshalb können wir uns hier auf einige kurze Bemerkungen beschränken. Die klassische mathematische Logik ist bekanntlich eine Theorie beliebiger *nicht-leerer* Individuenbereiche. Ihre Regeln gelten deshalb nicht für leere Termini, Aussagen mit leeren Termini sind in der klassischen Quantorentheorie nicht formulierbar. Deshalb ist die Quinesche Behauptung „Sein ist Wert einer Variablen sein“ zwar im Rahmen dieser Logikkonzeption trivialerweise wahr, sie ist aber weder eine Definition der Existenz, noch trägt sie in irgendeiner Form zur Lösung der Existenzproblematik bei, da bei einer Verwendung der klassischen Quantorenlogik die Existenzproblematik bereits als gelöst vorausgesetzt wird. Auch das zweite Kriterium, „Keine Entität ohne Identität“, das übrigens auf Frege zurückgeht, hilft nicht, die Existenzproblematik zu entscheiden. Erstens muß die Geltung der logischen Identitätsgesetze für alle Objekte, von denen wir sprechen, gefordert werden, sowohl für empirische als auch für abstrakte, für existierende wie für nicht existierende Objekte. Die Geltung einer Identität $a = b$ gibt also keine Gewähr für die Existenz der mit a und b bezeichneten Objekte. Eine ganz andere Ebene der Betrachtung liegt vor, wenn gefordert wird, nur solche Entitäten zu akzeptieren, für die ein klares allgemeines Identifikationsprinzip für alle Dinge dieser Art vorhanden ist. Diese Forderung ist ganz offensichtlich zu stark, da in der Realität viele Arten von Gegenständen existieren, die zu anderen Arten von Gegenständen fließende Übergänge besitzen und für die demzufolge ein exaktes allgemeines Identifikationsprinzip nicht möglich ist.

Durch eine Überwindung der hier kritisierten falschen Auffassungen und durch einen Abbau gewisser Vorurteile ist es gegenwärtig möglich, mit den Mitteln der modernen Logik den Universalienstreit zu beenden.

¹⁵P. F. Strawson: Universals. Vortrag auf dem 16. Weltkongreß. Unveröff. Manuskript

¹⁶Vgl.: H. Wessel: Logik und Philosophie

Ein System der strikten logischen Folgebeziehung*

1 Paradoxien der strengen logischen Folgebeziehung

Das in (Sinowjew/Wessel 1975) dargestellte System S^S der strengen logischen Folgebeziehung wurde mit dem Ziel konstruiert, ein logisches System der Folgebeziehung zu gewinnen, das frei ist von Paradoxien, ähnlich denen der materialen und strikten Implikation.

Für das System S^S gelten folgende Metatheoreme ($\vdash$ ist das Zeichen der strengen logischen Folgebeziehung, $\supset$ ist die Subjunktion der klassischen Logik):

- MT1.** Wenn eine Formel $A \vdash B$ ein Theorem von S^S ist, so ist $A \supset B$ eine Tautologie (Widerspruchsfreiheitstheorem).
- MT2.** Wenn eine Formel $A \supset B$ eine Tautologie ist und B nur solche Variablen enthält, die auch in A vorkommen, so ist $A \vdash B$ ein Theorem von S^S (Vollständigkeitstheorem).
- MT3.** Wenn $A \vdash B$ ein Theorem von S^S ist, so enthält B nur solche Variablen, die auch in A vorkommen (Theorem des Sinnzusammenhangs).

In anderen Veröffentlichungen wurde MT3 auch als *Theorem der Paradoxienfreiheit* bezeichnet, da auf Grund dieses Metatheorems die den Paradoxien der materialen und strikten Implikation analogen Formeln

*Erstveröffentlichung in: „Begriffsschrift“ – Jenaer Frege-Konferenz. Wissenschaftliche Beiträge der Friedrich-Schiller-Universität, Jena 1979, S. 505–518.

Die in diesem Artikel angegebene Axiomatisierung des Systems der strikten Folgebeziehung ist nicht korrekt. Eine korrekte, widerspruchsfreie und vollständige Axiomatisierung dieses Systems wird von A. Pietruszczak angegeben in: *Termingebrauch und Folgebeziehung*, hrsg. von U. Scheffler/K. Wuttich, Logos-Verlag, Berlin 1998, S. 215–228.

$$\mathbf{F1.} \quad A \vdash B \supset A$$

$$\mathbf{F2.} \quad A \vdash \sim A \supset B$$

$$\mathbf{F3.} \quad A \wedge \sim A \vdash B$$

$$\mathbf{F4.} \quad B \vdash A \vee \sim A$$

$$\mathbf{F5.} \quad A \vdash A \vee B$$

$$\mathbf{F6.} \quad A \vdash B \vee A.$$

in S^S nicht beweisbar sind. Damit schien das lange diskutierte Problem der Paradoxien in der Theorie der logischen Folgebeziehung eine positive Lösung gefunden zu haben. Doch auch das System S^S ist nicht paradoxienfrei. Auf Grund von MT2 sind in S^S folgende Formeln beweisbar:

$$\mathbf{F7.} \quad A \wedge \sim A \wedge B \vdash \sim B$$

$$\mathbf{F8.} \quad A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash B$$

$$\mathbf{F9.} \quad A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B$$

$$\mathbf{F10.} \quad A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash \sim B$$

$$\mathbf{F11.} \quad A \wedge \sim A \wedge B \vdash B \wedge \sim B$$

$$\mathbf{F12.} \quad A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash B \wedge \sim B$$

$$\mathbf{F13.} \quad A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B \wedge \sim B.$$

Diese Formeln haben aber offenbar paradoxen Charakter. Nach F7 folgt die Negation einer beliebigen Aussage aus der Konjunktion dieser Aussage und einer Kontradiktion, nach F8 folgt jede beliebige Aussage aus der Konjunktion der Negation dieser Aussage und einer Kontradiktion. Da die Formel $B \vee \sim B$ für jede beliebige Aussage gilt (logisch wahr ist), kann sie als Prämisse in einem beliebigen Schluß hinzugefügt werden, und damit ergeben F9 und F10 den gleichen Effekt wie die Paradoxie der strikten Implikation F3: Aus einem Widerspruch folgt eine beliebige Aussage. Die Formeln F11–F13 gestatten es, in der praktischen Anwendung beim logischen Schließen von einem Widerspruch $A \wedge \sim A$ zu einem Widerspruch $B \wedge \sim B$ von beliebigen in der betreffenden Theorie formulierbaren Aussagen B überzugehen.

In S^S sind auch alle Formeln der Form

$$\mathbf{F14.} \quad A \vdash A \vee B,$$

wo B nur solche Variablen enthält, die auch in A vorkommen, beweisbar. Insbesondere ist auch

F15. $A \vdash A \vee \sim A$

beweisbar. Die Formel F15 wird von einigen Autoren mit der Begründung als paradox angesehen, sie sei ein Spezialfall der Paradoxie der strikten Implikation F4. $B \vdash A \vee \sim A$. Die Begründung dieser Autoren ist nicht stichhaltig, da es bei der Diskussion der Paradoxien offenbar nur sinnvoll ist, in einem Kalkül von einem Spezialfall einer beweisbaren Formel zu sprechen, und F4 ist in S^S nicht beweisbar. Trotzdem ist die Formel F15 problematisch und in gewisser Hinsicht paradox, da nach dieser Regel der Folgebeziehung aus einer logisch indeterminierten Formel eine logisch wahre Formel folgt.

Für das System S^W der abgeschwächten logischen Folgebeziehung aus (Sinowjew/Wessel 1975) gilt folgendes Metatheorem:

MT4. Eine Formel $A \vdash B$ ist genau dann ein Theorem von S^W , wenn $A \supset B$ eine Tautologie ist und B mindestens eine Variable enthält, die auch in A vorkommt.

Es ist offensichtlich, daß im System S^W auf Grund von MT4 die gleichen Paradoxien wie im System S^S beweisbar sind.

In (Sinowjew/Wessel 1975) wurde als ein noch engeres System der Folgebeziehung als S^S ein System der maximalen logischen Folgebeziehung angegeben. Für dieses System S^m gilt folgendes Metatheorem:

MT5. Eine Formel $A \vdash B$ ist genau dann ein Theorem von S^m , wenn $A \supset B$ eine Tautologie ist und A und B die gleichen Variablen enthalten.

In S^m sind die paradoxen Formeln F7–F13 nicht beweisbar. Doch auch das System S^m kann als keine befriedigende Lösung der Problematik der Folgebeziehung angesehen werden, da in ihm beispielsweise die Beseitigungsregel der Konjunktion nur in folgender stark eingeschränkter Form gilt:

$A \wedge B \vdash A$, wenn in B nur solche Variablen vorkommen, die auch in A vorkommen.

Außerdem ist in S^m die paradoxe Formel F15. $A \vdash A \vee \sim A$ beweisbar. Weiterhin sind in S^m folgende Gruppen von Formeln beweisbar:

F16. $A \wedge \sim A \wedge B \vdash A \wedge B$
 $A \wedge \sim A \wedge B \vdash A \wedge \sim B$
 $A \wedge \sim A \wedge B \vdash \sim A \wedge B$
 $A \wedge \sim A \wedge B \vdash \sim A \wedge \sim B$

F17. $A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash A \wedge B$
 $A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash A \wedge \sim B$
 $A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash \sim A \wedge B$
 $A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash \sim A \wedge \sim B$

- F18.** $A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash A \wedge B$
 $A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash A \wedge \sim B$
 $A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash \sim A \wedge B$
 $A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash \sim A \wedge \sim B$
- F19.** $A \wedge \sim A \wedge B \vdash A \wedge B \wedge \sim B$
 $A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash A \wedge B \wedge \sim B$
 $A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash A \wedge B \wedge \sim B.$

Die Formelgruppen F16–F19 ergeben aber in der praktischen Anwendung den gleichen Effekt wie die Formeln F7–F13.

In den Systemen der strengen Implikation von Ackermann sind die paradoxen Formeln F7–F13 nicht beweisbar. Dies läßt sich mit Hilfe der folgenden vierwertigen Aussagenalgebra beweisen. Wahrheitswerte sind 1, 2, 3 und 4. Ausgezeichnete Werte sind 3 und 4. Negation und strenge Implikation werden durch folgende Tabellen festgelegt:

A	$\sim A$	$A \supset B$	1	2	3	4
1	4	1	3	3	3	3
2	3	2	1	3	3	3
3	2	3	1	2	3	3
4	1	4	1	1	1	3

Die Konjunktion wird als $\min(A, B)$ und die Adjunktion als $\max(A, B)$ definiert. Alle Theoreme des Systems der strengen Implikation sind bei dieser Interpretation Tautologien. Die zu F7–F13 analogen Formeln sind hingegen keine Tautologien.

$$\begin{aligned}
A \wedge \sim A \wedge B \supset \sim B &= 1 \quad \text{bei } A = 2 \quad \text{und } B = 4; \\
A \wedge \sim A \wedge \sim B \supset B &= 1 \quad \text{bei } A = 2 \quad \text{und } B = 1; \\
A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \supset B &= 1 \quad \text{bei } A = 2 \quad \text{und } B = 1; \\
A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \supset \sim B &= 1 \quad \text{bei } A = 2 \quad \text{und } B = 4; \\
A \wedge \sim A \wedge B \supset B \wedge \sim B &= 1 \quad \text{bei } A = 2 \quad \text{und } B = 4; \\
A \wedge \sim A \wedge \sim B \supset B \wedge \sim B &= 1 \quad \text{bei } A = 2 \quad \text{und } B = 1; \\
A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B \wedge \sim B &= 1 \quad \text{bei } A = 2 \quad \text{und } B = 1.
\end{aligned}$$

Trotzdem können die Systeme der strengen Implikation nicht als befriedigende Lösung des Problems der logischen Folgebeziehung angesehen werden, da in ihnen vollkommen akzeptable Formeln wie $(A \vee B) \wedge \sim A \supset B$ ausgeschlossen werden.

Das Problem der Paradoxien in der Theorie der logischen Folgebeziehung wurde also weder in den Systemen der strikten und der strengen Implikation noch in den Systemen S^S , S^W und S^m befriedigend gelöst.

2 Intuitive Grundlagen der strikten logischen Folgebeziehung F^S

Die Systeme S^S , S^W und S^m der logischen Folgebeziehung besitzen gegenüber den Systemen der strikten und der strengen Implikation den Vorzug, daß mit den oben angegebenen Variablenbedingungen allgemeine Kriterien für die Gültigkeit einer Regel der Folgebeziehung angegeben werden und ein Vollständigkeitsbegriff formuliert werden kann. Wenn in den Systemen S^S , S^W und S^m trotzdem paradoxe Formeln bewiesen werden können, so liegt der Grund dafür offenbar darin, daß die Einschränkungen der klassischen Theorie der Folgebeziehung durch die zusätzlichen Variablenbedingungen noch nicht ausreichend sind. Analysiert man die auftretenden Paradoxien, so zeigt sich, daß sie immer noch in dieser oder jener Form auf den beiden klassischen Prinzipien „Aus einem Widerspruch folgt logisch eine beliebige Aussage“ und „Eine Tautologie folgt logisch aus einer beliebigen Aussage“ beruhen. Diese beiden Prinzipien sollten aber gerade als gültige Regeln der Folgebeziehung ausgeschlossen werden.

Um die oben genannten paradoxen Formeln als gültige Regeln der Folgebeziehung auszuschließen, schlagen wir folgende Definition einer strikten logischen Folgebeziehung vor:

Eine Formel $A \vdash B$ ist eine gültige Regel der strikten logischen Folgebeziehung genau dann, wenn

1. $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Logik ist;
2. B nur solche Variablen enthält, die auch in A vorkommen;
3. A keine Kontradiktion und B keine Tautologie ist.

Die Forderung des Punktes 3 besagt inhaltlich folgendes: Anstelle des klassischen Prinzips „Aus einem Widerspruch folgt logisch eine beliebige Aussage“ setzen wir das Prinzip „Aus einem Widerspruch folgt logisch keine Aussage“ oder „Aus einem Widerspruch darf nicht geschlossen werden“, und anstelle des Prinzips „Eine Tautologie folgt logisch aus einer beliebigen Aussage“ setzen wir das Prinzip „Eine Tautologie folgt logisch aus keiner Aussage, da sie schon allein aus logischen Gründen gilt“.

Für die praktische Anwendung der Theorie der logischen Folgebeziehung bedeutet diese Einschränkung keinen Verlust, denn in der klassischen Theorie der Folgebeziehung haben wir zwar einerseits Regeln, nach denen aus einem Widerspruch auf eine beliebige Aussage geschlossen werden darf, diese Regeln sind aber beim praktischen Schließen nicht anwendbar, und andererseits haben wir Regeln, nach denen aus beliebigen Aussagen auf eine Tautologie geschlossen werden darf. Diese Regeln sind aber überflüssig, da eine Tautologie schon allein aus logischen Gründen gilt.

Als einen Mangel unserer Definition der strikten Folgebeziehung und insbesondere ihrer folgenden Axiomatisierung könnte man die Verwendung der semantischen Termini „Tautologie“ und „Kontradiktion“ ansehen. Mit Hilfe der Normalformtheorie ließen sich diese semantischen Termini leicht vermeiden, und man könnte eine rein syntaktische Formulierung angeben. Aus Gründen der Einfachheit verwenden wir aber diese semantischen Termini.

3 Basis eines Axiomensystems von F^S

Alphabet von F^S :

- 1) p, q, r – mit und ohne Indizes als Aussagenvariablen;
- 2) $\wedge, \vee, \sim$ – die satzbildenden Operatoren der Konjunktion, der Adjunktion und der Negation;
- 3) $\vdash$ – Zeichen der strikten logischen Folgebeziehung;
- 4) Klammern als Hilfszeichen.

D1. *Satzformel:*

1. Aussagenvariablen sind Satzformeln;
2. wenn A eine Satzformel ist, so ist $\sim A$ eine Satzformel;
3. wenn A und B Satzformeln sind, so sind $(A \wedge B)$ und $(A \vee B)$ Satzformeln;
4. eine Satzformel liegt nur vor, wenn es auf Grund von 1–3 der Fall ist.

D2. $(A \supset B) \equiv_{Def} (\sim A \vee B)$

D3. $(A \equiv B) \equiv_{Def} ((A \supset B) \wedge (B \supset A))$

Festlegungen zur Klammereinsparung:

- 1) Außenklammern können weggelassen werden;
- 2) die Bindungsstärke der satzbildenden Operatoren nimmt in folgender Reihenfolge ab: $\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\supset$, $\equiv$;
- 3) bei gleichen Operatoren wird kanonisch geklammert.

D4. *Formel der Folgebeziehung:* $A \vdash B$ ist eine Formel der Folgebeziehung genau dann, wenn A und B Satzformeln sind.

D5. In einer Formel $A \vdash B$ nennen wir A das *Antezedent* und B das *Konsequent* dieser Formel.

D6. $A \dashv\vdash B$ bedeutet, daß $A \vdash B$ und $B \vdash A$ gilt.

Mit dem Symbol $C[A/B]$ bezeichnen wir jede Formel, die man aus der Formel C erhält, wenn man in ihr die Formel A an null oder mehr Stellen ihres Vorkommens durch die Formel B ersetzt.

Axiome von F^S sind alle Formeln, die die logische Form eines der Axiomenschemata A1–A9' haben und folgende einschränkende Bedingungen erfüllen:

E1. In einer Formel $A \vdash B$ kommen in B keine Variablen vor, die nicht in A vorkommen.

E2. In einer Formel $A \vdash B$ ist A keine Kontradiktion und B keine Tautologie.

A1. $A \vdash \sim\sim A$

A2. $\sim\sim A \vdash A$

A3. $A \wedge B \vdash A$

A4. $A \wedge B \vdash B \wedge A$

A5. $\sim(A \wedge B) \vdash \sim A \vee \sim B$

A6. $\sim A \vee \sim B \vdash \sim(A \wedge B)$

A7. $(A \vee B) \wedge C \vdash (A \wedge C) \vee B$

A8. $(A \wedge C) \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge C$

A9'. $A \vdash A \wedge (B \vee \sim B)$

Schlußregeln:

R1. Wenn $A \vdash B$ und $B \vdash C$, so $A \vdash C$.

R2. Wenn $A \vdash B$ und $A \vdash C$, so $A \vdash B \wedge C$.

R3. Wenn $A \vdash B$ und $B \vdash A$, so $C \vdash C[A/B]$, wobei C keine Kontradiktion und $C[A/B]$ keine Tautologie ist.

Theoreme von F^S sind alle Formeln, die die logische Form eines der Theoremschemata haben und außerdem E1 und E2 genügen. Das System F^S unterscheidet sich vom System S^S nur dadurch, daß in S^S anstelle von A9' das Axiomenschema A9. $A \vdash B \vee \sim B$ mit E1 gesetzt und daß in F^S zusätzlich E2 gefordert wird.

Anstelle von D2 und D3 können auch folgende Axiomenschemata gesetzt werden:

A10. $A \supset B \dashv\vdash \sim A \vee B$

A11. $A \equiv B \dashv\vdash (A \supset B) \wedge (B \supset A)$.

4 Einige Theoremschemata von F^S

In F^S sind folgende Theoremschemata mit den Einschränkungen E1 und E2 beweisbar (Beweise geben wir nur an, wo sie sich von dem Beweis des entsprechenden Theorems von S^S in (Sinowjew/Wessel 1975) unterscheiden):

T1. $A \vdash A$

T2. $A \vdash A \wedge A$

T3. $A \wedge B \vdash B$

T4. $(A \wedge B) \wedge C \vdash A \wedge (B \wedge C)$

T5. $A \wedge (B \wedge C) \vdash (A \wedge B) \wedge C$

T6. $\sim(A \vee B) \vdash \sim A \wedge \sim B$

T7. $\sim A \wedge \sim B \vdash \sim(A \vee B)$

T8. $A \vee B \vdash B \vee A$ [A3, A5, A6, A1, A2]

T9. $A \wedge A \vdash A$

T10. $A \vdash A \vee A$

T11. $A \vee A \vdash A$

T12. $(A \vee B) \wedge C \vdash A \wedge C \vee B \wedge C$

- T13.** $(A \vee B) \vee C \vdash A \vee (B \vee C)$
- T14.** $A \vee (B \vee C) \vdash (A \vee B) \vee C$
- T15.** $(A \wedge B) \vee C \vdash (A \vee C) \wedge (B \vee C)$
- T16.** $(A \vee C) \wedge (B \vee C) \vdash (A \wedge B) \vee C$
- T17.** $A \wedge (B \vee \sim B) \vdash A$ [A3]
- T18.** $A \vee \sim B \wedge B \dashv\vdash A$
1. $\sim A \vdash \sim A \wedge (B \vee \sim B)$ [A9']
 2. $\sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash \sim A$ [A3]
 3. $\sim\sim A \dashv\vdash \sim\sim A$ [T1]
 4. $\sim(\sim A \wedge (B \vee \sim B)) \dashv\vdash \sim\sim A$ [1, 2, 3, R3]
 5. $\sim\sim A \vee \sim(B \vee \sim B) \dashv\vdash A$ [4, A5, A6, A1, A2, R3]
 6. $A \vee \sim B \wedge B \dashv\vdash A$ [5, A1, A2, T6, T7, R3]
- T19.** $A \vdash A \vee B$
1. $A \vee \sim B \wedge B \dashv\vdash A$ [T18]
 2. $(A \vee \sim B) \wedge (A \vee B) \dashv\vdash A$ [T15, T16, 1, R3]
 3. $A \vdash A \vee B$ [2, A3, R1]
- T20.** $A \vee (\sim B \wedge B \wedge C) \dashv\vdash A$
1. $A \vdash A \vee (\sim B \wedge B \wedge C)$ [T19]
 2. $A \vee (\sim B \wedge B) \dashv\vdash A$ [T18]
 3. $A \vee (\sim B \wedge B \wedge C) \dashv\vdash (A \vee (\sim B \wedge B)) \wedge (A \vee C)$ [T15, T16, T8]
 4. $A \vee (\sim B \wedge B \wedge C) \vdash A \vee (\sim B \wedge B)$ [3, A3, R1]
 5. $A \vee (\sim B \wedge B \wedge C) \vdash A$ [4, T18, R3]
 6. $A \vee (\sim B \wedge B \wedge C) \dashv\vdash A$ [1, 5]
- T21.** $A \dashv\vdash A[B \wedge B/B]$
- T22.** $A \dashv\vdash A[B \vee B/B]$
- T23.** $A \dashv\vdash A[\sim\sim B/B]$
- T24.** $A \vdash A[B \vee C/C \vee B]$
- T25.** $A \vdash A[B \vee C/C \vee B]$

- T26.** $A \dashv\vdash A[\sim(B \wedge C)/\sim B \vee \sim C]$
T27. $A \dashv\vdash A[\sim(B \vee C)/\sim B \wedge \sim C]$
T28. $A \dashv\vdash A[(B \wedge C) \wedge D/B \wedge (C \wedge D)]$
T29. $A \dashv\vdash A[(B \vee C) \vee D/B \vee (C \vee D)]$
T30. $A \dashv\vdash A[(B \vee C) \wedge D/B \wedge D \vee C \wedge D]$
T31. $A \dashv\vdash A[(B \wedge C) \vee D/(B \vee D) \wedge (C \vee D)]$
T32. $A \dashv\vdash A[B \vee (\sim C \wedge C)/B]$
T33. $A \dashv\vdash A[B \vee (\sim C \wedge C \wedge D)/B]$
T34. $A \dashv\vdash A[B \wedge (C \vee \sim C)/B].$

5 Einige Metatheoreme von F^S

MT1. Wenn $A \vdash B$ ein Theorem von F^S ist, so ist $A \supset B$ eine Tautologie.
(Widerspruchsfreiheit)

Beweis: Wenn wir das Zeichen der Folgebeziehung $\vdash$ in den Axiomenschemata A1–A9' durch die Subjunktion $\supset$ ersetzen, so nehmen sie folgende Form an:

1. $A \supset \sim\sim A$
2. $\sim\sim A \supset A$
3. $A \wedge B \supset A$
4. $A \wedge B \supset B \wedge A$
5. $\sim(A \wedge B) \supset \sim A \vee \sim B$
6. $\sim A \vee \sim B \supset \sim(A \wedge B)$
7. $(A \vee B) \wedge C \supset (A \wedge C) \vee B$
8. $(A \wedge C) \vee (B \wedge C) \supset (A \vee B) \wedge C$
9. $A \supset A \wedge (B \vee \sim B).$

Alle Formeln dieser Form sind Tautologien.

Die Schlußregeln von F^S nehmen nach der Ersetzung folgende Form an:

1. Wenn $A \supset B$ und $B \supset C$, so $A \supset C$.
2. Wenn $A \supset B$ und $A \supset C$, so $A \supset B \wedge C$.
3. Wenn $A \supset B$ und $B \supset A$, so $C \supset C[A/B]$.

Wenn die Voraussetzungen dieser Regeln Tautologien sind, so sind es auch die Folgerungen. Folglich gilt die Behauptung von MT1.

MT2. Wenn $A \vdash B$ ein Theorem von F^S ist, so enthält B nur solche Variablen, die in A vorkommen. (Sinnzusammenhang)

Beweis: Wenn $A \vdash B$ ein Axiom von F^S ist, so gilt die Behauptung von MT2 auf Grund von E1. Bei den Schlußregeln R1, R2 und R3 ist offensichtlich, daß gilt: Wenn die Voraussetzungen der Regeln die Bedingungen von MT2 erfüllen, so erfüllt auch die Folgerung die Bedingungen.

Folgerung aus MT2: In F^S sind folgende den Paradoxien der materialen und strikten Implikation analoge Formeln nicht beweisbar:

$$A \vdash B \supset A$$

$$A \vdash \sim A \supset B$$

$$A \wedge \sim A \vdash B$$

$$B \vdash A \vee \sim A$$

$$A \vdash A \vee B$$

$$A \vdash B \vee A.$$

MT3. Wenn $A \vdash B$ ein Theorem von F^S ist, so ist A keine Kontradiktion und B keine Tautologie. (Paradoxienfreiheit)

Beweis: Für die Axiome gilt MT3 auf Grund von E2. Für die Regeln R1 und R2 gilt: Wenn die Voraussetzungen die Forderung E2 erfüllen, so erfüllt die Folgerung ebenfalls die Forderung E2. Die Regel R3 ist so eingeschränkt, daß auch sie die Bedingung E2 vererbt.

Folgerung aus MT3: In F^S sind folgende Paradoxien der strengen logischen Folgebeziehung nicht beweisbar:

$$A \wedge \sim A \wedge B \vdash \sim B$$

$$A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash B$$

$$A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B$$

$$A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash \sim B$$

$$A \wedge \sim A \wedge B \vdash B \wedge \sim B$$

$$A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash B \wedge \sim B$$

$$A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B \wedge \sim B.$$

Auf Grund von MT3 sind in F^S auch die folgenden Formeln nicht beweisbar:

1. $A \wedge \sim A \vdash A$
2. $A \wedge \sim A \vdash \sim A$
3. $A \vdash A \vee \sim A$
4. $\sim A \vdash A \vee \sim A$.

Diese Formeln scheinen als Regeln der Folgebeziehung akzeptabel zu sein, da 1 und 2 nur Spezialfälle der in S^S beweisbaren Beseitigungsregel der Konjunktion $A \wedge B \vdash A$ bzw. $A \wedge B \vdash B$ sind, während 3 und 4 nur Spezialfälle der in S^S beweisbaren Einführungsregel der Adjunktion $A \vdash A \vee B$ bzw. $A \vdash B \vee A$ mit E1 sind. Mit dem Ausschluß dieser Formeln erleidet die Theorie der Folgebeziehung aber keinen echten Verlust, denn die ersten beiden Regeln sind nicht anwendbar, und das Konsequent der beiden letzten Regeln gilt voraussetzungslos.

MT4. Wenn $A \vdash B$ ein Theorem von F^S ist, so ist B keine Kontradiktion.

Beweis: MT4 folgt unmittelbar aus MT1 und MT3.

MT5. Wenn $A \vdash B$ ein Theorem von F^S ist, so ist A keine Tautologie.

Beweis: MT5 folgt unmittelbar aus MT1 und MT3.

MT6. Wenn $A \vdash B$ ein Theorem von F^S ist, so sind A und B logisch indeterminate Formeln.

Beweis: MT6 folgt unmittelbar aus MT3–MT5.

D7. *Ausgezeichnete adjunktive Normalform:* Eine Formel A befindet sich genau dann in einer ausgezeichneten adjunktiven Normalform, wenn sie die Form $A^1 \vee \dots \vee A^n$ ($n \geq 1$) hat und außerdem folgende Bedingungen erfüllt:

1. Jedes A^i ($i = 1, \dots, n$) ist eine kanonisch geklammerte Konjunktion von Aussagenvariablen oder einmal negierten Aussagenvariablen;
2. in jedem Adjunktionsglied A^i kommen alle in A vorkommenden Variablen alphabetisch geordnet vor;

3. jede Variable kommt in jedem Adjunktionsglied genau einmal vor;
4. wenn $n \geq 2$, so unterscheiden sich zwei Adjunktionsglieder A^i und A^k aus $A^i, \dots, A^n$ derart, daß mindestens eine Variable in einer der Formeln A^i und A^k negiert und in der jeweils anderen unnegiert vorkommt.

MT7. Für jede logisch indeterminierte Satzformel A läßt sich eine Formel A^N in der ausgezeichneten adjunktiven Normalform derart angeben, daß in F^S gilt: $A \dashv\vdash A^N$.

Beweis: MT7 läßt sich induktiv über die Anzahl der logischen Operatoren in A mit Hilfe der Axiome und Schlußregeln von F^S sowie der Theoremschemata T1, T21–T33 beweisen.

Auf Grund von MT1 ist also $A \equiv A^N$ eine Tautologie, und folglich gilt $A \approx A^N$, wobei $\approx$ die semantische Äquivalenz ist.

MT8. Wenn $A \supset B$ eine Tautologie ist, B nur solche Variablen enthält, die in A vorkommen, A keine Kontradiktion und B keine Tautologie ist, so ist $A \vdash B$ in F^S beweisbar. (Vollständigkeit)

Beweis von MT8: A und B seien Formeln, die die Bedingungen von MT8 erfüllen. B' sei die Formel $B \wedge (V^1 \vee \sim V^1) \wedge \dots \wedge (V^n \vee \sim V^n)$, wobei $V^1, \dots, V^n$ alle Variablen sind, die in A , aber nicht in B vorkommen. Auf Grund von MT7 gilt:

1. $A \dashv\vdash A^N$
2. $B' \dashv\vdash B'^N$, wobei B'^N eine Formel in der ausgezeichneten adjunktiven Normalform ist.

Wegen der Folgerung aus MT7 gilt also:

3. $A \approx A^N$
4. $B' \approx B'^N$

Offensichtlich gilt:

5. $B \approx B'$.

Da $A \supset B$ eine Tautologie ist, ist wegen 3, 4 und 5 auch $A^N \supset B'^N$ eine Tautologie.

Nach A3 gilt:

$$6. \quad B' \vdash B$$

und mit 2

$$7. \quad B'^N \vdash B.$$

Auf Grund der Bedingung des zu beweisenden Theorems, MT4 und MT5, 3, 4 und 5 sind A^N und B^N keine Kontradiktionen und keine Tautologien. A^N habe die Form $C_1 \vee \dots \vee C_m$ ($m \geq 1$), und B'^N habe die Form $C^1 \vee \dots \vee C^l$ ($l \geq 1$).

Da $A^N \supset B'^N$ eine Tautologie ist, kommen alle $C_1, \dots, C_m$ von A^N auch in B'^N vor. Denn käme eines der C_i aus A^N nicht in B'^N vor, so gäbe es eine Kombination von Wahrheitswerten für die vorkommenden Variablen, bei der $A^N = v$ und $B'^N = f$, und die Formel $A^N \supset B'^N$ wäre keine Tautologie.

Nach T1 gilt:

$$C_1 \vee \dots \vee C_m \vdash C_1 \vee \dots \vee C_m.$$

Die außer den $C_1, \dots, C_m$ in B'^N vorkommenden elementaren Konjunktionen $C^{i1}, \dots, C^{il}$ können wir nach T19 adjunktiv zum Konsequent dieser Formel hinzufügen, und mit T8, T13 und T14 gilt:

$$A^N \vdash B'^N.$$

Hieraus erhalten wir wegen 1 und 7 mit R1

$$A \vdash B.$$

MT9. Läßt man in F^S die Einschränkung E2 fallen, so erhält man ein mit S^S deduktiv äquivalentes System.

Beweis: Aus A9' und A3 erhält man nach R1

$$\mathbf{A9.} \quad A \vdash B \vee \sim B.$$

MT10. Läßt man in F^S die Einschränkungen E1 und E2 fallen, so sind die den Paradoxien der strikten Implikation analogen Formeln $A \vdash B \vee \sim B$ und $B \wedge \sim B \vdash A$ beweisbar.

Beweis: Die erste Formel ist A9. Die zweite Formel wird folgendermaßen bewiesen:

1. $B \wedge \sim B \vdash B \wedge \sim B \vee A$ [T19]
2. $B \wedge \sim B \vee A \dashv\vdash A$ [T18]
3. $B \wedge \sim B \vdash A$ [1, 2, R1, R3].

MT11. Läßt man in F^S die Einschränkungen E1 und E2 fallen, so gilt: $A \vdash B$ ist genau dann ein Theorem, wenn $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Logik ist.

Nachweise:

Sinowjew, A., Wessel, H., Logische Sprachregeln, Berlin 1975

Aussagenlogische Theorie der logischen Folgebeziehung*

1 Klassische Theorien der logischen Folgebeziehung und ihre Paradoxien

Unter der aussagenlogischen Theorie der logischen Folgebeziehung verstehen wir jenen Bereich der Logik, in dem Regeln der logischen Folgebeziehung für solche Aussagen aufgestellt werden, die mittels der aussagenlogischen Operatoren der Negation, der Konjunktion, der Adjunktion und anderer mit ihrer Hilfe definierbarer Operatoren zusammengesetzt sind. In diesem Abschnitt des Aufsatzes gebe ich eine knappe historische Skizze der Problematik und führe dabei auch längere Zitate aus Texten an, die für die Herausbildung der Theorie der Folgebeziehung wesentlich sind.

Die Grundlagen der aussagenlogischen Theorie der logischen Folgebeziehung wurden von G. Frege in seiner „Begriffsschrift“ (1879) gelegt.¹ Er definiert dort die Subjunktion (materiale Implikation, Frege nennt sie *Bedingtheit*) in der bekannten wahrheitsfunktionalen Weise. Die Fregesche Definition stieß weitgehend auf Unverständnis. Er selbst schreibt 1906 verbittert und resignierend: „Wenn man zwei Gedanken hat, so sind nur vier Fälle möglich:

1. der erste ist wahr und desgleichen der zweite;

*Erstveröffentlichung in: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, Heft 12, Berlin 1980, S. 1429–1442.

Die in diesem Artikel angegebene Axiomatisierung des Systems der strikten Folgebeziehung ist nicht korrekt. Eine korrekte, widerspruchsfreie und vollständige Axiomatisierung dieses Systems wird von A. Pietruszczak angegeben in: *Termingebrauch und Folgebeziehung*, hrsg. von U. Scheffler/K. Wuttich, Logos-Verlag, Berlin 1998, S. 215–228.

Die Kritik an einem Theorem von J. M. Dunn in diesem Artikel ist fehlerhaft. Eine Korrektur findet sich in dem Artikel „Vollständigkeit der nichttraditionellen Prädikationstheorie“, in diesem Band, S. 267 ff.

¹Vgl.: G. Frege: *Begriffsschrift. Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. Halle 1879

2. der erste ist wahr, der zweite falsch;
3. der erste ist falsch, der zweite ist wahr;
4. beide sind falsch.

Wenn nun der *dritte* dieser Fälle *nicht* stattfindet, so besteht die Beziehung, die ich durch den *Bedingungsstrich* bezeichnet habe. Der Satz, der den ersten Gedanken ausdrückt, ist der Folgesatz; der Satz, der den zweiten Gedanken ausdrückt, ist der Bedingungssatz. Es sind nun fast 28 Jahre her, seit ich diese Erklärung ausgesprochen habe. Damals glaubte ich, ich brauchte nur anzutippen, und die anderen wüßten alsbald mehr als ich. Und jetzt, nachdem mehr als ein Vierteljahrhundert vergangen ist, hat die große Mehrzahl der Mathematiker keine Ahnung von der Sache, und ebenso wird es bei den Logikern sein. Welche Stumpfheit! Wie erinnert mich dies Verhalten der Gelehrten an das des Ochsen vor dem neuen Tore; er glotzt, er brüllt, er sucht sich seitwärts vorbeizudrücken; aber hindurchgehen, das könnte gefährlich sein. Daß es zunächst befremdlich ist, glaube ich gern, aber wenn es das nicht wäre, wäre es längst gefunden. Muß man sich denn durch den ersten flüchtigen Eindruck bestimmen lassen? Hat man gar keine Zeit, darüber nachzusinnen? Nein, denn was könnte Gescheites dabei herauskommen! Man vermißt wahrscheinlich eine innere Verbindung zwischen den Gedanken; es will nicht recht einleuchten, daß von dem Gedanken nur in Betracht kommen soll, ob er wahr oder falsch ist, gar nicht eigentlich der Gedankeninhalt selbst.“²

Es sei hervorgehoben, daß Frege bei der Einführung der Subjunktion auf zwei wichtige Umstände aufmerksam machte. Erstens wies er ausdrücklich darauf hin, daß seine hypothetische Satzverbindung (die Subjunktion) nicht mit der umgangssprachlichen „Wenn . . . , so . . .“-Verknüpfung identisch ist.³ Zweitens unterschied er deutlich zwischen einer Subjunktion $A \supset B$ und einem logischen Schluß, bei dem nach der einzigen bei Frege akzeptierten Schlußregel von $A \supset B$ und A auf B geschlossen wird. Die Fregesche Auffassung der Subjunktion wurde von Whitehead und Russell in der „Principia Mathematica“ übernommen. „Definition der Implikation: Wenn eine Aussage q aus einer Aussage p folgt, so daß, wenn p wahr ist, auch q wahr sein muß, so sagen wir ‚ p impliziert q ‘. Der Begriff der Implikation in der Form, wie wir ihn verwenden, läßt sich definieren. Die Bedeutung, die wir im folgenden der Implikation geben, mag auf den ersten Blick etwas künstlich erscheinen,

²G. Frege: Einleitung in die Logik. In: G. Frege: Schriften zur Logik. Aus dem Nachlaß. Berlin 1973. S. 77

³Zu dem Unterschied zwischen der Subjunktion und dem Konditionalitätsoperator „wenn . . . , so . . .“ vgl.: H. Assing: Neue Überlegungen zur Konditionallogik. Deutsche Zeitschrift für Philosophie, 12/1980, 28. Jg., S. 1475

aber obwohl es andere berechnete Bedeutungen gibt, ist die hier gewählte für unsere Ziele am passendsten. Die wesentliche Eigenschaft, die wir von der Implikation verlangen, ist folgende: ‚Was von einer wahren Aussage impliziert wird, ist wahr‘. Es ist eine Folge dieser Eigenschaft, daß eine Implikation Beweise liefert. Aber diese Eigenschaft bestimmt keineswegs, ob etwas – und wenn, was – durch eine falsche Aussage impliziert wird. Was sie bestimmt ist, daß wenn p die Aussage q impliziert, so kann es nicht sein, daß p wahr und q falsch ist, d. h., es muß gelten, daß entweder p falsch ist oder q wahr ist. Es ist umgekehrt angebrachter zu sagen, daß wenn p falsch ist oder q wahr, so ist ‚ p impliziert q ‘ wahr. Folglich wird ‚ p impliziert q ‘ definiert durch ‚Entweder p ist falsch oder q ist wahr‘. Also setzen wir: $p \supset q = \sim p \vee q$.⁴

Whitehead und Russell nannten die hier definierte Implikation *materiale Implikation*, im Unterschied zu der von ihnen auch verwendeten formalen Implikation der Prädikatenlogik ($\forall x(A(x) \supset B(x))$). Diese von ihnen geprägte Bezeichnung ist heute vor allem in der mathematisch orientierten Logikliteratur vorherrschend, obwohl sie in doppelter Hinsicht unglücklich gewählt und irreführend ist. In der Literatur wurde auch mehrfach darauf hingewiesen, daß die Bezeichnung „*materiale* Implikation“ unpassend ist, da bei dieser Verknüpfung gerade vom Inhalt der verknüpften Aussagen bis auf ihren Wahrheitswert abgesehen wird.⁵ Meines Erachtens ist es überhaupt nicht angebracht, im vorliegenden Fall von einer Implikation oder Folgebeziehung zu sprechen. Gemäß der von Russell und Whitehead getroffenen symbolischen Definition ist $\supset$ ein zweistelliger aussagenbildender Operator, und eine Aussage $p \supset q$ ist definitionsgemäß gleichbedeutend mit der zusammengesetzten Aussage $\sim p \vee q$, während die Aussage „Aus p folgt logisch q “ bzw. „ p impliziert q “ eine ganz andere logische Struktur besitzt, die deutlicher wird, wenn wir sie ausführlicher folgendermaßen formulieren: „Aus der Aussage p folgt logisch die Aussage q “ bzw. „Die Aussage p impliziert die Aussage q “. Diese beiden Sätze sind logisch einfache Aussagen mit den beiden Subjekten „die Aussage p “ und „die Aussage q “ und dem zweistelligen Prädikat „Aus dem ersten folgt logisch das zweite“ bzw. „Das erste impliziert das zweite“. Wenn man also die Aussage $p \supset q$ als „Aus p folgt logisch q “ oder als „ p impliziert q “ liest, so verwechselt man einen aussagenbildenden logischen Operator und ein zweistelliges Prädikat. Bei den Aussagen „ $p \supset q$ “ und „aus p folgt logisch q “ ist von ganz verschiedenen Gegebenheiten die Rede. Während sich die Aussage „ $p \supset q$ “ auf die Sachverhalte bezieht, die mit p und q ausgedrückt sind, und behauptet, daß $\sim p \vee q$ gilt, wird in der Aussage „Aus p folgt logisch q “ über sprachliche Gebilde, nämlich über die Aussagen p und q gesprochen.

⁴A. N. Whitehead/B. Russell: Principia Mathematica. Cambridge 1962. S. 94

⁵Vgl.: G. Klaus: Moderne Logik. Berlin 1964. S. 72 f.

Um die genannte Verwechslung auch in der Bezeichnung zu vermeiden, nennen wir den Operator $\supset$ *Subjunktion* und unterscheiden ihn von der logischen Folgebeziehung oder Implikation, für die wir das Zeichen $\vdash$ verwenden.

Wenn wir nun nach dem Vorschlag von Russell und Whitehead in den Tautologien der klassischen Aussagenlogik den Subjunktionsoperator als logische Folgebeziehung $\vdash$ interpretieren, so ergeben sich gewisse Paradoxien. Am bekanntesten sind die beiden Paradoxien, die sich aus den Tautologien $p \supset (q \supset p)$ und $\sim p \supset (p \supset q)$ ergeben. Deutet man in ihnen die Subjunktion als Folgebeziehung und ist p wahr, so erhält man aus der ersten Formel $q \vdash p$, d. h., eine wahre Aussage folgt logisch aus einer beliebigen; und nimmt man an, p sei falsch, so ist $\sim p$ wahr, und man erhält aus der zweiten Formel $p \vdash q$, d. h., aus einer falschen Aussage folgt logisch jede beliebige Aussage. Aus diesen Gründen nannte man die beiden angeführten Tautologien auch *Paradoxien der materialen Implikation*. Diese Bezeichnung ist irreführend; denn faßt man die materiale Implikation (Subjunktion) als Operator auf, dann haben die genannten Formeln nichts Paradoxes an sich. Die Paradoxien entstehen nur, wenn man die Subjunktion als logische Folgebeziehung deutet. Bei dieser Deutung ergeben sich aber weitaus mehr Paradoxien. Es seien einige von ihnen angeführt:

$$1. \quad p \equiv \sim p \supset p$$

Da „ $\sim p \supset p$ “ in der Logik häufig als „ p ist notwendig“ gedeutet wird, besteht keine Möglichkeit, zwischen p und „ p ist logisch notwendig“ zu unterscheiden.

$$2. \quad \sim p \equiv p \supset \sim p$$

Da „ $p \supset \sim p$ “ häufig als „ p ist logisch unmöglich“ gedeutet wird, sind $\sim p$ und „ p ist logisch unmöglich“ äquivalent.

$$3. \quad \sim(p \supset q) \supset (p \supset \sim q)$$

Wenn q nicht aus p folgt, so folgt $\sim q$ aus p .

$$4. \quad \sim(p \supset \sim q) \supset (p \supset q)$$

Wenn $\sim q$ nicht aus p folgt, so folgt q aus p .

$$5. \quad \sim(p \supset q) \supset (q \supset p)$$

Wenn q nicht aus p folgt, so folgt p aus q .

$$6. \quad \sim(p \supset q) \supset (\sim p \supset q)$$

Wenn q nicht aus p folgt, so folgt q aus $\sim p$.

$$7. \quad \sim(p \supset q) \supset (q \supset \sim p)$$

Wenn q nicht aus p folgt, so folgt $\sim p$ aus q .

$$8. \quad \sim(p \supset q) \supset (\sim p \supset \sim q)$$

Wenn q nicht aus p folgt, so folgt $\sim q$ aus $\sim p$.

$$9. \quad (p \supset q) \vee (p \supset \sim q)$$

q folgt aus p , oder $\sim q$ folgt aus p .

$$10. \quad (p \supset q) \vee (\sim p \supset q)$$

q folgt aus p , oder q folgt aus $\sim p$.

Die Reaktionen auf diese Paradoxien waren sehr unterschiedlich. Ich will drei verschiedene Reaktionsrichtungen kurz charakterisieren. Die erste ist zwar für die Logik theoretisch belanglos, aber auch heute noch weit verbreitet. Ihre Vertreter sehen in den Paradoxien einen Grund mehr, die ganze mathematische Logik abzulehnen, und sie ersparen sich damit die Anstrengung, Kenntnisse in diesem Wissensbereich zu erwerben. Als Beleg für diese Richtung mag das folgende Zitat dienen, in dem auf solche Beispielsätze für die Subjunktion wie „Wenn $2 \cdot 2 = 4$, so ist der Schnee weiß“ Bezug genommen wird: „Alle Aussagen sind nur Symbole der ‚Wahrheit‘ oder ‚Falschheit‘, und deshalb ist es ohne Bedeutung, welche Aussagen wir überhaupt verbinden. Wie aus dem Beispiel hervorgeht, werden beliebige Grundaussagen verbunden, die untereinander in keiner Beziehung stehen, gemäß dem Prinzip: ‚Im Garten ist der Holunder und in Kiew ist mein Onkel.‘ Ein solches Verfahren ist für das Buch von Hilbert und Ackermann kennzeichnend. Die Autoren verbergen ihre idealistischen Ansichten hinter speziellen mathematischen Berechnungen und versuchen, jeder Logik die mathematische Logik zu unterschieben.“⁶ Für die Logik ist diese Richtung zwar theoretisch bedeutungslos, sie wirkt sich aber hindernd bei der Anwendung logischer Methoden in anderen philosophischen Disziplinen aus und trägt zur Senkung des allgemeinen philosophischen Niveaus bei.

Da die klassische zweiwertige Aussagenlogik syntaktisch vollständig ist, d. h. nicht ohne Widerspruch erweitert werden kann, war für die anderen beiden Richtungen der Weg zur Konstruktion eines paradoxienfreien Systems der logischen Folgebeziehung schon vorgezeichnet; er konnte nur in einer Einengung der klassischen Aussagenlogik bestehen. Die eine Richtung, die wir die *nichtklassische* nennen wollen, verwarf den klassischen Aussagenkalkül als Basis für eine paradoxienfreie Theorie der logischen Folgebeziehung

⁶W. P. Tugarinow/L. J. Maistrow: Gegen den Idealismus in der mathematischen Logik. In: Über formale Logik und Dialektik. 29. Beiheft zur „Sowjetwissenschaft“. Berlin 1952. S. 101

und konstruierte konkurrierende nichtklassische Aussagenkalküle, in denen anstelle der klassischen Subjunktion andere Implikationsoperatoren auftreten. Diese Richtung erbrachte im einzelnen interessante logische Ergebnisse, sie löste aber nicht die Problematik der logischen Folgebeziehung. Wir gehen im nächsten Abschnitt kurz auf sie ein. Die andere Richtung versuchte, die Problematik der logischen Folgebeziehung auf der Basis der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik zu lösen. Wir nennen sie deshalb die *klassische*. Um die Paradoxien der Folgebeziehung auszuschließen, mußten innerhalb dieser Richtung offenbar außer der Bedingung, daß bei der logischen Folgebeziehung wahre Voraussetzungen stets wahre Folgerungen ergeben müssen, die ja auch bei der Deutung von Russell und Whitehead erfüllt ist, noch zusätzliche Bedingungen hinsichtlich einer gültigen Regel der logischen Folgebeziehung gestellt werden.

Einen wesentlichen Schritt bei der Herausarbeitung solcher Bedingungen leistete K. Ajdukiewicz. Er schrieb 1921: „All das, was gewöhnlich über die Folgebeziehung (entailment) in einführenden Lehrbüchern der symbolischen Logik gesagt wird, z. B. daß aus a die Aussage b folgt, wenn es unmöglich ist, daß b falsch, während a wahr ist usw., ist bloß eine Erklärung von außerlogischem Charakter; es ist ein Appell an unsere Intuition, ähnlich, als wenn wir sagen, daß drei Punkte eine gerade Linie bilden, wenn wir sie von einer entsprechenden Position aus als einen Punkt sehen können. Unsere Intuition ist in beiden Fällen unterschiedlich, trotzdem wird an sie appelliert. Es ist nicht immer der Fall, daß wenn wir $a \supset b$ schreiben, aus a tatsächlich b (im rein logischen Sinne) folgt. Dies ist nur der Fall, wenn $a \supset b$ ein logisches Theorem ist ... Wir wiederholen noch einmal, daß aus a (logisch) b folgt, wenn es unter den Theoremen oder Axiomen der Logik eine Folge von Symbolen $a \supset b$ gibt.“⁷ Diese Auffassung der logischen Folgebeziehung, nach der in den Tautologien (Theoremen) der klassischen Aussagenlogik die Subjunktion nur als Folgebeziehung gedeutet werden darf, wenn sie als Hauptoperator auftritt, wurde zu der heute am weitesten verbreiteten. Sie entspricht beispielsweise genau der Carnapschen Auffassung der L-Implikation.

Wenn wir im weiteren von der klassischen Theorie der Folgebeziehung sprechen, so meinen wir immer den auf Ajdukiewicz zurückgehenden Standpunkt.

Bei dieser Deutung der logischen Folgebeziehung werden zwar die oben erwähnten Paradoxien der Folgebeziehung vermieden, es treten aber andere Paradoxien auf. So erhält man beispielsweise aus den Tautologien der Aus-

⁷K. Ajdukiewicz: *Z metodologii nauk dedukcyjnych*. Lwow 1921. Zitiert nach der englischen Übersetzung: *From the Methodology of Deductive Sciences*. In: *Studia Logica*. Bd. XIX. Warszawa/Poznan 1966. S. 18 f.

sagenlogik $p \wedge \sim p \supset q$ und $q \supset p \vee \sim p$, daß aus einer logisch falschen Aussage jede beliebige Aussage logisch folgt und daß eine logisch wahre Aussage aus einer beliebigen Aussage logisch folgt. Beim praktischen Schließen sind diese Paradoxien (wie auch die oben behandelten) im allgemeinen nicht schädlich, insbesondere führen sie nicht zu einem Widerspruch, da man vernünftigerweise keine logisch falsche Prämisse setzt und nicht auf eine logisch wahre Aussage schließt. Trotzdem gibt es wichtige Gründe für den Aufbau einer Theorie der Folgebeziehung, die auch diese Paradoxien nicht enthält. Beim logischen Schließen ist sie erforderlich, wenn man es mit widersprüchlichen wissenschaftlichen Theorien zu tun hat. Darüber hinaus ist eine paradoxienfreie Theorie der Folgebeziehung als Basistheorie für den Aufbau anderer Bereiche der Logik in vielen Fällen wünschenswert.

Wenn Ajdukiewicz' Auffassung der logischen Folgebeziehung die Problematik auch nicht löst, so enthält sie doch implizit einen wesentlichen Gedanken, der in jeder Theorie der logischen Folgebeziehung berücksichtigt werden muß. Wenn wir uns nämlich fragen, warum in den Tautologien der klassischen Aussagenlogik nur der Hauptoperator der Subjunktion als logische Folgebeziehung gedeutet werden darf, so ist die Antwort darauf trivial. Denn eine Aussage über die logische Folgebeziehung hat die Struktur „Aus der Aussage A folgt logisch die Aussage B “ mit den Subjekten „die Aussage A “ und „die Aussage B “ und dem zweistelligen Prädikat „aus dem ersten folgt logisch das zweite“. In Aussagen über die Folgebeziehung auf aussagenlogischer Ebene kann das Zeichen der Folgebeziehung also nur einmal vorkommen. Obwohl diese Tatsache offensichtlich ist, wird sie von vielen Logikern nicht berücksichtigt.

2 Einige nichtklassische Theorien der logischen Folgebeziehung

Die wichtigsten nichtklassischen Theorien der logischen Folgebeziehung sind die verschiedenen intuitionistischen Logiksysteme, die Systeme der strikten Implikation von Lewis, das System der analytischen Implikation von Parry, die Systeme der strengen Implikation von Ackermann und deren Modifikationen in den Systemen E (entailment) von Anderson und Belnap. Eine Darstellung der intuitionistischen Logik klammere ich hier aus, da ihre Kritik den Rahmen der Aussagenlogik überschreitet und zumindest eine Betrachtung der Prädikationstheorie erfordert.

2.1 Die Systeme der strikten Implikation

Eine Darstellung der Systeme der strikten Implikation ist nicht erforderlich, da sie in der Literatur ausreichend behandelt wurden.⁸ Ich beschränke mich deshalb auf einige kritische Bemerkungen, die deutlich machen, daß Lewis die Problematik der logischen Folgebeziehung nicht befriedigend gelöst hat. Lewis ging bei der Konstruktion seiner Systeme der strikten Implikation von dem richtigen Gedanken aus, daß für eine Bestimmung der logischen Folgebeziehung die Forderung „Aus wahren Voraussetzungen muß man wahre Folgerungen erhalten“ nicht ausreichend ist, daß vielmehr ein inhaltlicher Zusammenhang zwischen Voraussetzung und Folgerung bestehen müsse. Leider präziserte er nicht, was er unter diesem inhaltlichen Zusammenhang versteht. Er glaubt ihn aber dadurch realisieren zu können, daß er die Definition der klassischen Subjunktion $A \supset B \equiv_{Def} \sim(A \wedge \sim B)$ bei seiner strikten Implikation dahingehend verstärkt, daß er fordert $A \wedge \sim B$ dürfe nicht nur nicht gelten, sondern müsse unmöglich sein: $A \succ B \equiv_{Def} \sim\Diamond(A \wedge \sim B)$.

Damit ist auch schon auf einen ersten Mangel der Systeme von Lewis aufmerksam gemacht. Lewis versucht, die logische Folgebeziehung mit Hilfe modaler Termini zu definieren. Meines Erachtens ist das methodisch nicht korrekt. Eine Definition der aussagenlogischen Folgebeziehung ist eine Grundvoraussetzung, um modale Termini überhaupt erst einführen zu können.⁹ Ein zweiter Mangel besteht darin, daß in seinen Systemen zwar die im Zusammenhang mit der Auffassung von Russell und Whitehead diskutierten Paradoxien ausgeschlossen sind, nicht jedoch die Paradoxien der klassischen Folgebeziehung in der Deutung von Ajdukiewicz. Da hier eine logisch falsche Aussage als logisch unmöglich und eine logisch wahre als logisch notwendig angesehen wird, treten diese Paradoxien, die man gewöhnlich als Paradoxien der strikten Implikation bezeichnet, in der Form auf: „Aus einer logisch unmöglichen Aussage folgt logisch eine beliebige Aussage“ und „Eine logisch notwendige Aussage folgt logisch aus einer beliebigen Aussage“. Ein dritter Mangel besteht schließlich darin, daß die strikte Implikation als logischer Operator verstanden wird und in beweisbaren Formeln der Aussagenlogik mehrmals vorkommen kann.

⁸Vgl.: C. I. Lewis/C. H. Langford: *Symbolic Logic*. Dover Publication 1959; vgl. auch: J. A. Slinin: *Die Modalitätentheorie in der modernen Logik*. In: *Quantoren, Modalitäten, Paradoxien*. Beiträge zur Logik. Hrsg. v. H. Wessel. Berlin 1972

⁹Vgl.: H. Wessel: *Modalitäten in empirischen Wissenschaften*. In: *Logik und empirische Wissenschaften*. Hrsg. v. H. Wessel. Berlin 1977

2.2 Das System der analytischen Implikation von Parry

Ein interessantes System einer analytischen Implikation wurde von W. T. Parry entworfen.¹⁰ Diesem Kalkül liegt folgende Idee zugrunde: Wenn eine Formel A eine Formel B analytisch impliziert, so kommen in B nur solche Aussagenvariablen vor, die auch in A vorkommen. Auf diese Art wird auf logischer Ebene die Forderung nach einem inhaltlichen Zusammenhang zwischen der Voraussetzung und der Folgerung eines logischen Schlusses realisiert. Da das System von Parry wenig bekannt ist, stelle ich es kurz in einer von J. M. Dunn modifizierten Form vor.¹¹

Die Subjunktion (materiale Implikation) wird in üblicher Weise definiert:

$$A \supset B \equiv_{Def} \sim A \vee B.$$

Für die analytische Implikation, wir verwenden für sie das Zeichen $\rightarrow$, werden folgende Axiomenschemata und Schlußregeln gesetzt:

- A1.** $A \wedge B \rightarrow B \wedge A$
- A2.** $A \rightarrow A \wedge A$
- A3.** $A \rightarrow \sim\sim A$
- A4.** $\sim\sim A \rightarrow A$
- A5.** $A \wedge (B \vee C) \rightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
- A6.** $A \vee (B \wedge \sim B) \rightarrow A$
- A7.** $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$
- A8.** $(A \rightarrow B \wedge C) \rightarrow (A \rightarrow C)$
- A9.** $(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \rightarrow (A \wedge C \rightarrow B \wedge D)$
- A10.** $(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \rightarrow (A \vee C \rightarrow B \vee D)$
- A11.** $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \supset B)$
- A12.** $(A \leftrightarrow B) \wedge F(A) \rightarrow F[A/B]$
- A13.** $F(A) \rightarrow (A \rightarrow A)$

¹⁰Vgl.: W. T. Parry: Ein Axiomensystem für eine neue Art von Implikation (analytische Implikation). Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums. 1933. Bd. 4. S. 5 f.

¹¹Vgl.: J. M. Dunn: A modification of Parry's analytic implication. Notre Dame Journal of Formal Logic. Bd. 13. Nr. 2/1972

A14. $A \wedge \sim B \rightarrow \sim(A \rightarrow B)$

A15. $A \rightarrow (\sim A \rightarrow A)$

In A12 und A13 steht $F(A)$ für eine beliebige Formel, die die Teilformel A enthält, und $F[A/B]$ steht für eine Formel, die aus $F(A)$ dadurch gewonnen wird, daß die Formel A in $F(A)$ an null oder mehr Stellen ihres Vorkommens durch B ersetzt wird. Das Symbol $\leftrightarrow$ in A12 steht für die analytische Äquivalenz. Die Schlußregeln des Systems der analytischen Implikation sind:

R1. Aus A und $A \rightarrow B$ erhält man B .

R2. Aus A und B erhält man $A \wedge B$.

Wir wollen den Kalkül der analytischen Implikation hier nicht im Detail analysieren. Er stellt schon deshalb keine Lösung des Problems der logischen Folgebeziehung dar, weil in ihm wieder die logische Folgebeziehung (die analytische Implikation) als Operator aufgefaßt wird und in Axiomen und Theoremen mehr als einmal vorkommen kann. Angeführt wurde das System von Parry, weil bei ihm meines Wissens zum ersten Mal der Gedanke ausgesprochen wird, daß in der Folgerung nur solche Variablen vorkommen dürfen, die auch in der Voraussetzung enthalten sind. Dieser Gedanke spielt auch in den Systemen der strengen und strikten Folgebeziehung eine wichtige Rolle, deren Autoren zur Zeit der Konstruktion ihrer Systeme allerdings die Arbeiten von Parry noch nicht kannten.

2.3 Die Systeme von Ackermann, Anderson und Belnap

Ich setze die Systeme wieder als bekannt voraus¹² und weise nur auf einige Schwächen hin, die ihnen allen anhaften. Obwohl es in den Systemen der strengen Implikation und den Systemen E gelungen ist, die bekannten Paradoxien der materialen und der strikten Implikation auszuschließen, bilden diese Systeme keine adäquate Theorie der logischen Folgebeziehung. Erstens werden in ihnen mit den Paradoxien auch vollkommen akzeptable Formeln ausgeschlossen. Dies betrifft insbesondere die Beseitigungsregel der Adjunktion $(A \vee B) \wedge \sim A \vdash B$; hingegen ist die problematische Einführungsregel der Adjunktion $A \vdash A \vee B$ in ihnen beweisbar. Zweitens sind in diesen Systemen zwar die bekannten Paradoxien ausgeschlossen, aber es gibt bei ihnen kein

¹²Vgl.: W. Ackermann: Begründung einer strengen Implikation. In: Journal of Symbolic Logic. Nr. 2/1956; D. Hilbert/W. Ackermann: Grundzüge der theoretischen Logik. (West-)Berlin/Göttingen/Heidelberg 1959; A. R. Anderson/N. D. Belnap: Entailment. Bd. 1. Princeton 1975

allgemeines Kriterium für die Paradoxienfreiheit. Es ist also nicht garantiert, daß diese Systeme wirklich paradoxienfrei sind. Drittens wird die logische Folgebeziehung in ihnen wieder als Implikationsoperator gefaßt, der in Axiomen und Theoremen mehrfach vorkommen kann. Aus diesen Gründen halte ich die betreffenden Systeme für keine gelungene Theorie der logischen Folgebeziehung. Im Zusammenhang mit den Systemen von Anderson und Belnap soll ein Vorschlag von Dunn zur Bestimmung der logischen Folgebeziehung diskutiert werden.

2.4 Dunns *L*-Kriterium für die logische Folgebeziehung

Auf dem 6. Internationalen Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaft in Hannover beschäftigte sich J.M. Dunn mit der logischen Folgebeziehung.¹³ Er schlug eine semantische Deutung der Folgebeziehung vor, die nach seiner Ansicht dem System *E* von Anderson und Belnap adäquat ist. Zunächst diskutierte er die folgende von Wright, Geach und Smiley vorgeschlagene Deutung, die von Anderson und Belnap *das WGS-Kriterium* genannt wurde:¹⁴

Aus *A* folgt logisch *B* genau dann, wenn

- 1) $A \supset B$ eine Einsetzung in eine Tautologie $A' \supset B'$ ist, wobei
- 2) A' keine Kontradiktion und
- 3) B' keine Tautologie ist.

Das *WGS*-Kriterium kann nicht als Kriterium für eine gültige logische Folgebeziehung akzeptiert werden, da – wie leicht zu zeigen ist – die logische Folgebeziehung nach diesem Kriterium nicht transitiv ist. Gültig sind nach ihm die beiden Formeln der Folgebeziehung 1) $p \vdash p \wedge (q \vee \sim q)$ und 2) $p \wedge (q \vee \sim q) \vdash q \vee \sim q$, während die Formel 3) $p \vdash q \vee \sim q$, die man nach der Transitivitätsregel für $\vdash$ aus 1 und 2 erhält, nicht gültig ist. Lewy will diese Schwierigkeiten beheben¹⁵, indem er auch die Formel 1 als der Intuition widersprechend verwirft, da nach seiner Auffassung das Konsequent dieser Formel eine partielle Tautologie ist, d. h., daß sie als Konjunktionsglied eine Tautologie enthält. An diese Gedanken von Lewy anknüpfend formuliert Dunn das folgende *L*-Kriterium für die logische Folgebeziehung:

¹³Vgl.: J. M. Dunn: A Sieve for Entailments. In: 6th. International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science. Hannover 1979. Abstracts. Sections 5, 7.

¹⁴Vgl.: A. R. Anderson/N. D. Belnap: Entailment. Bd. 1

¹⁵Vgl.: C. Lewy: Entailment. Aristotelean Society. Erg. Bd. 32 (1958); C. Lewy: Meaning and Modality. Cambridge 1976

Aus A folgt logisch B genau dann, wenn

- 1) $A \supset B$ eine Einsetzung in eine Tautologie $A' \supset B'$ ist, wobei
- 2) A' keine partielle Kontradiktion und
- 3) B' keine partielle Tautologie ist.

Die Termini *partielle Kontradiktion* und *partielle Tautologie* wurden von Dunn eingeführt. Bei ihrer Definition verwendet er die analytischen Tableaus von R. M. Smullyan, die er *Wahrheits-* (bzw. *Falschheits-*)*bäume* nennt. Die Grundidee dieser Wahrheits- (bzw. Falschheits)bäume besteht darin, von einer beliebigen vorgegebenen Formel nach bestimmten Regeln in Form eines baumartigen Diagramms die Bedingungen zu ermitteln, unter denen die Formel den Wahrheitswert „wahr“ (bzw. „falsch“) annehmen kann. Diejenigen Äste eines Wahrheits- (bzw. Falschheits-)baumes einer Formel, die sowohl eine Aussagenvariable als auch deren Negat enthalten, geben unmögliche Bedingungen an, und sie werden *geschlossene Äste* genannt, die übrigen *offene*. Sind alle Äste eines Wahrheits- (bzw. Falschheits-)baumes geschlossen, so wird er *geschlossen* genannt. Es werden folgende Regeln zur Herstellung eines Wahrheitsbaumes für die Negation, Konjunktion und Adjunktion gewählt:

$$\frac{A \wedge B}{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}} \quad \frac{\sim(A \wedge B)}{\begin{array}{c} \sim A \\ \sim B \end{array}} \quad \frac{A \vee B}{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}} \quad \frac{\sim(A \vee B)}{\begin{array}{c} \sim A \\ \sim B \end{array}} \quad \frac{\sim\sim A}{A}$$

Die entsprechenden Regeln für die Herstellung eines Falschheitsbaumes sind:

$$\frac{A \wedge B}{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}} \quad \frac{\sim(A \wedge B)}{\begin{array}{c} \sim A \\ \sim B \end{array}} \quad \frac{A \vee B}{\begin{array}{c} A \\ B \end{array}} \quad \frac{\sim(A \vee B)}{\begin{array}{c} \sim A \\ \sim B \end{array}} \quad \frac{\sim\sim A}{A}$$

Es ist bekannt, daß eine Formel genau dann eine Kontradiktion ist, wenn ihr Wahrheitsbaum geschlossen ist, und genau dann eine Tautologie, wenn ihr Falschheitsbaum geschlossen ist. In Analogie hierzu wird nun definiert, daß eine Formel eine *partielle Tautologie* ist genau dann, wenn ihr Falschheitsbaum mindestens einen geschlossenen Ast besitzt, und eine *partielle Kontradiktion* genau dann, wenn ihr Wahrheitsbaum mindestens einen geschlossenen Ast besitzt. Unter Verwendung dieser Definitionen behauptet Dunn das folgende Theorem:

$A \rightarrow B$ ist eine Folgebeziehung der ersten Stufe des Systems E von Anderson und Belnap genau dann, wenn aus A logisch B gemäß dem L -Kriterium folgt.

Die von Dunn vorgetragene Auffassung ist nicht korrekt und stellt meines Erachtens auch keinen weiterführenden Beitrag zur Lösung des Problems der logischen Folgebeziehung dar. Sie ist deshalb nicht korrekt, weil das von Dunn behauptete Theorem nicht gilt. Im System E von Anderson und Belnap haben wir beispielsweise die Axiomenschemata E4. $(A \wedge B) \rightarrow A$ und E8. $A \rightarrow A \vee B$. Spezialfälle dieser Schemata und damit im System E gültig sind die Formeln $A \wedge \sim A \rightarrow A$ und $A \rightarrow A \vee \sim A$, die beide nicht dem L -Kriterium genügen. Es gibt also Formeln, die nicht dem L -Kriterium genügen und im System E beweisbar sind. Damit ist das von Dunn behauptete Theorem widerlegt.**

Das von Dunn vorgeschlagene L -Kriterium entspricht nicht der intuitiven Auffassung der logischen Folgebeziehung. Dies wird an folgendem Beispiel deutlich. Nach dem L -Kriterium ist die Formel $(A \vee B) \wedge \sim A \vdash B$ keine gültige Regel der logischen Folgebeziehung, da die Formel $(A \vee B) \wedge \sim A$ eine partielle Kontradiktion ist. Betrachten wir den Wahrheitsbaum dieser Formel:

$$\begin{array}{c} (A \vee B) \wedge \sim A \\ \quad \sim A \\ \quad A \vee B \\ \quad \underline{A} \quad B \end{array} .$$

Der unterstrichene Ast des Wahrheitsbaumes ist geschlossen, weil er A und $\sim A$ enthält, und die Formel ist eine partielle Kontradiktion. Doch bedeutet das keineswegs, daß der Schluß von $(A \vee B) \wedge \sim A$ auf B nicht gültig ist. Im Gegenteil, der Wahrheitsbaum der Formel $(A \vee B) \wedge \sim A \vdash B$ verdeutlicht gerade die Gültigkeit dieses Schlusses. Wenn die Formel $(A \vee B) \wedge \sim A$ wahr ist, so müssen $\sim A$ und $A \vee B$ wahr sein. Daraus ergibt sich, daß A nicht wahr sein kann. Da aber $A \vee B$ wahr ist, muß B wahr sein. Der geschlossene Ast des Wahrheitsbaumes der Formel $(A \vee B) \wedge \sim A$ ist also eine notwendige Voraussetzung für den Schluß auf B . Da nach dem L -Kriterium vollkommen akzeptable Regeln der Folgebeziehung verworfen werden, ist das L -Kriterium für die Lösung des Problems der logischen Folgebeziehung nicht brauchbar.

**Hier ist mir ein Fehler unterlaufen. Das von Dunn behauptete Theorem ist gültig. Eine Korrektur ist im folgenden Artikel enthalten: *Vollständigkeit der nichttraditionellen Prädikationstheorie*, in diesem Band.

3 Theorie der strengen logischen Folgebeziehung und ihre Paradoxien

Die leitende Idee, die dem System der strengen logischen Folgebeziehung S^S zugrunde liegt, ist eine Kombination des aus Ajdukiewicz' Auffassung der Folgebeziehung gewonnenen Gedankens, daß das zweistellige Prädikat der logischen Folgebeziehung in den Theoremen der aussagenlogischen Theorie der Folgebeziehung nur einmal vorkommen darf, und des Gedankens von Parry, daß die Folgerung nur solche Variablen enthalten darf, die auch in der Voraussetzung enthalten sind.***

Gegenüber den Systemen der nichtklassischen Richtung besitzt das System S^S den Vorzug, daß ein Vollständigkeitsbegriff formuliert werden und die Vollständigkeit im Sinne dieses Begriffs bewiesen werden kann.

Für das System S^S gelten folgende Metatheoreme:

- MT1.** Wenn eine Formel $A \vdash B$ ein Theorem von S^S ist, so ist $A \supset B$ eine Tautologie (Widerspruchsfreiheitstheorem).
- MT2.** Wenn eine Formel $A \supset B$ eine Tautologie ist und B nur solche Variablen enthält, die auch in A vorkommen, so ist $A \vdash B$ ein Theorem von S^S (Vollständigkeitstheorem).
- MT3.** Wenn $A \vdash B$ ein Theorem von S^S ist, so enthält B nur solche Variablen, die auch in A vorkommen (Theorem des Sinnzusammenhangs).

In der Literatur wird MT3 auch als *Theorem der Paradoxienfreiheit* bezeichnet, da auf Grund dieses Metatheorems die den Paradoxien der materialen und strikten Implikation analogen Formeln in S^S nicht beweisbar sind. Damit schien das lange diskutierte Problem der Paradoxien in der Theorie der logischen Folgebeziehung eine positive Lösung gefunden zu haben. Doch auch das System S^S der strengen logischen Folgebeziehung ist nicht paradoxienfrei. Auf Grund von MT2 sind in S^S folgende Formeln beweisbar:

1. $A \wedge \sim A \wedge B \vdash \sim B$
2. $A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash B$
3. $A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B$

*** Das System der strengen logischen Folgebeziehung stammt von A. A. Sinowjew. Sein Name durfte damals in der Deutschen Zeitschrift für Philosophie nicht erwähnt werden. Deshalb wurden von der Redaktion auch alle Verweise auf seine Arbeiten gestrichen.

4. $A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash \sim B$
5. $A \wedge \sim A \wedge B \vdash B \wedge \sim B$
6. $A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash B \wedge \sim B$
7. $A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B \wedge \sim B.$

Diese Formeln haben aber offenbar paradoxen Charakter. Nach 1 folgt die Negation einer beliebigen Aussage aus der Konjunktion dieser Aussage und einer Kontradiktion; nach 2 folgt jede beliebige Aussage aus der Konjunktion der Negation dieser Aussage und einer Kontradiktion. Da die Formel $B \vee \sim B$ für jede beliebige Aussage gilt (logisch wahr ist), kann sie als Prämisse in einem beliebigen Schluß hinzugefügt werden, und damit ergeben 3 und 4 den gleichen Effekt wie die Paradoxien der strikten Implikation: Aus einem Widerspruch folgt eine beliebige Aussage. Die Formeln 5 bis 7 gestatten es, in der praktischen Anwendung beim logischen Schließen von einem Widerspruch $A \wedge \sim A$ zu einem Widerspruch $B \wedge \sim B$ von beliebigen in der betreffenden Theorie formulierbaren Aussagen B überzugehen.

In S^S sind auch alle Formeln der Form

8. $A \vdash A \vee B,$

in denen B nur solche Variablen enthält, die auch in A vorkommen, beweisbar. Insbesondere ist auch

9. $A \vdash A \vee \sim A$

beweisbar. Die Formel 9 wird von einigen Autoren mit der Begründung als paradox bezeichnet, sie sei ein Spezialfall der Paradoxie der strikten Implikation $B \vdash A \vee \sim A$. Diese Begründung ist nicht stichhaltig, da es bei der Diskussion der Paradoxien offenbar nur sinnvoll ist, in einem Kalkül von einem Spezialfall einer beweisbaren und nicht einer beliebigen Formel zu sprechen, und die Formel $B \vdash A \vee \sim A$ ist in S^S nicht beweisbar. Trotzdem ist die Formel 9 problematisch und in gewisser Hinsicht paradox, da nach dieser Regel der Folgebeziehung aus einer logisch indeterminierten Formel eine logisch wahre Formel folgt.

Obwohl die Theorie der strengen logischen Folgebeziehung sowohl in der Problemstellung als auch in ihrer Bewältigung ein wichtiger Fortschritt gegenüber den Systemen der nichtklassischen Richtung ist, löst sie die Paradoxienproblematik noch nicht befriedigend.

4 Theorie der strikten logischen Folgebeziehung

Um die oben genannten paradoxen Formeln als gültige Regeln der Folgebeziehung auszuschließen, schlagen wir folgende Definition einer strikten logischen Folgebeziehung vor:

Eine Formel $A \vdash B$ ist eine gültige Regel der strikten logischen Folgebeziehung genau dann, wenn

- 1) $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Logik ist;
- 2) B nur solche Variablen enthält, die auch in A vorkommen;
- 3) A keine Kontradiktion und B keine Tautologie ist.

Die Forderung des Punktes 3 besagt inhaltlich folgendes: Anstelle des klassischen Prinzips „Aus einem Widerspruch folgt logisch eine beliebige Aussage“ setzen wir das Prinzip „Aus einem Widerspruch folgt logisch keine Aussage“ oder „Aus einem Widerspruch darf nicht geschlossen werden“, und anstelle des Prinzips „Eine Tautologie folgt logisch aus einer beliebigen Aussage“ setzen wir das Prinzip „Eine Tautologie folgt logisch aus keiner Aussage, da sie schon allein aus logischen Gründen gilt“.

Für die praktische Anwendung der Theorie der logischen Folgebeziehung bedeutet diese Einschränkung keinen Verlust, denn in der klassischen Theorie der Folgebeziehung haben wir zwar einerseits Regeln, nach denen aus einem Widerspruch auf eine beliebige Aussage geschlossen werden darf, diese Regeln sind aber beim praktischen Schließen nicht anwendbar, und andererseits haben wir Regeln, nach denen aus beliebigen Aussagen auf eine Tautologie geschlossen werden darf. Diese Regeln sind aber überflüssig, da eine Tautologie schon allein aus logischen Gründen gilt. Axiomatisch läßt sich das System der strikten logischen Folgebeziehung F^S folgendermaßen darstellen.

Alphabet von F^S :

- 1) p, q, r – mit und ohne Indizes als Aussagenvariablen;
- 2) $\wedge, \vee, \sim$ – die satzbildenden Operatoren der Konjunktion, der Adjunktion und der Negation;
- 3) $\vdash$ – Zeichen der strikten logischen Folgebeziehung;
- 4) Klammern als Hilfszeichen.

D1. Satzformel:

- 1) Aussagenvariablen sind Satzformeln;
- 2) wenn A eine Satzformel ist, so ist $\sim A$ eine Satzformel;
- 3) wenn A und B Satzformeln sind, so sind $(A \wedge B)$ und $(A \vee B)$ Satzformeln;
- 4) eine Satzformel liegt nur vor, wenn es auf Grund von 1–3 der Fall ist.

D2. $(A \supset B) \equiv_{Def} (\sim A \vee B)$

D3. $(A \equiv B) \equiv_{Def} ((A \supset B) \wedge (B \supset A))$

D4. Formel der Folgebeziehung: $A \vdash B$ ist eine Formel der Folgebeziehung genau dann, wenn A und B Satzformeln sind.

Mit dem Symbol $C[A/B]$ bezeichnen wir jede Formel, die man aus der Formel C erhält, wenn man in ihr die Formel A an null oder mehr Stellen ihres Vorkommens durch die Formel B ersetzt.

Axiome von F^S sind alle Formeln, die die logische Form eines der Axiomenschemata A1–A9' haben und folgende einschränkende Bedingungen erfüllen:

E1. In einer Formel $A \vdash B$ kommen in B keine Variablen vor, die nicht in A vorkommen.

E2. In einer Formel $A \vdash B$ ist A keine Kontradiktion und B keine Tautologie.

A1. $A \vdash \sim\sim A$

A2. $\sim\sim A \vdash A$

A3. $A \wedge B \vdash A$

A4. $A \wedge B \vdash B \wedge A$

A5. $\sim(A \wedge B) \vdash \sim A \vee \sim B$

A6. $\sim A \vee \sim B \vdash \sim(A \wedge B)$

A7. $(A \vee B) \wedge C \vdash (A \wedge C) \vee B$

A8. $(A \wedge C) \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge C$

A9'. $A \vdash A \wedge (B \vee \sim B)$

Schlußregeln:

- R1.** Wenn $A \vdash B$ und $B \vdash C$, so $A \vdash C$.
- R2.** Wenn $A \vdash B$ und $A \vdash C$, so $A \vdash B \wedge C$.
- R3.** Wenn $A \vdash B$ und $B \vdash A$, so $C \vdash C[A/B]$, wobei C keine Kontradiktion und $C[A/B]$ keine Tautologie ist.

Theoreme von F^S sind alle Formeln, die die logische Form eines der Theoremschemata haben und außerdem E1 und E2 genügen. Das System F^S unterscheidet sich vom System S^S nur dadurch, daß in F^S anstelle von A9' das Axiomenschema A9. $A \vdash B \vee \sim B$ mit E1 gesetzt und daß in F^S zusätzlich E2 gefordert wird. Für F^S gelten folgende Metatheoreme:¹⁶

- MT1.** Wenn $A \vdash B$ ein Theorem von F^S ist, so ist $A \supset B$ eine Tautologie (Widerspruchsfreiheit).
- MT2.** Wenn $A \supset B$ eine Tautologie ist, B nur solche Variablen enthält, die in A vorkommen, A keine Kontradiktion und B keine Tautologie ist, so ist $A \vdash B$ beweisbar (Vollständigkeit).
- MT3.** Wenn $A \vdash B$ ein Theorem ist, so enthält B nur solche Variablen, die in A vorkommen, A ist keine Kontradiktion und B keine Tautologie (strenge Paradoxienfreiheit).
- MT4.** In F^S wird nur von logisch indeterminierten Formeln auf logisch indeterminierte Formeln geschlossen.
- MT5.** Läßt man in F^S die Einschränkung E2 fallen, so erhält man ein mit S^S deduktiv äquivalentes System.

5 Logische Folgebeziehung und allgemeine Methodologie

Die verschiedenen Systeme der logischen Folgebeziehung der klassisch orientierten Richtung (die klassische Theorie, die Theorien der strengen und der strikten Folgebeziehung) sind in unterschiedlicher Weise für die allgemeine Methodologie der Wissenschaften von Bedeutung. Ich möchte auf einige

¹⁶Die Beweise dieser Metatheoreme sind enthalten in: H. Wessel: Ein System der strikten logischen Folgebeziehung. In: „Begriffsschrift“. Jenaer Frege-Konferenz. 7.–11. Mai 1979. Wissenschaftliche Beiträge der Friedrich-Schiller-Universität Jena. Jena 1979. S. 505 f.; H. Wessel: Widersprüchliche Theorien und logische Folgebeziehung. In: 6th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science. Abstracts. Sections 5, 7.

Aspekte dieser Problematik aufmerksam machen. Es ist eine empirisch gesicherte Tatsache, daß in der Wissenschaftsgeschichte logisch widersprüchliche Theorien auftreten. Akzeptiert man die klassische Theorie der Folgebeziehung als die einzig mögliche Form der logischen Folgebeziehung, so ist in einer solchen widersprüchlichen Theorie jede beliebige Aussage beweisbar, da nach der klassischen Theorie aus einem Widerspruch eine beliebige Aussage logisch folgt. Eine Theorie, in der jede Aussage beweisbar ist, muß aber verworfen werden, da sie nutzlos ist. Die Wissenschaftsgeschichte zeigt, daß die Einzelwissenschaftler nicht so vorgehen. Natürlich wird das Auftreten von widersprüchlichen Aussagen in wissenschaftlichen Theorien als ein Mangel dieser Theorien angesehen, weil eine Aussage A und ihre Negation $\sim A$ der Definition der Negation gemäß nicht zugleich gelten können. Im allgemeinen wird jedoch beim Auftreten eines Widerspruchs nicht die gesamte Theorie verworfen. Man isoliert den Widerspruch, arbeitet mit der restlichen Theorie weiter und versucht, den Grund für den aufgetretenen Widerspruch zu finden. Dieses Vorgehen der Wissenschaftler ist – entgegen der Auffassung einiger Methodologen – vernünftig und entspricht dem Bemühen derjenigen Logiker, die eine paradoxienfreie Theorie der logischen Folgebeziehung aufbauen wollen.

Die Praxis der Einzelwissenschaftler zeigt, daß in einem bestimmten Rahmen eine erfolgreiche wissenschaftliche Arbeit mit widersprüchlichen Theorien möglich ist. Ich gehöre nicht zu den Philosophen, die über das Auftreten eines logischen Widerspruchs erfreut sind. Eine Aussage $A \wedge \sim A$ ist schon allein aus logischen Gründen falsch. Aber Widersprüche sind ungefährlicher als meist in der logischen und methodologischen Literatur angenommen wird. Tritt in einer einzelwissenschaftlichen Theorie ein Widerspruch auf, weist das immer auf einen Mangel dieser Theorie hin, und man muß versuchen, den Widerspruch auszumerzen. Doch sollte man seinetwegen nicht die ganze Theorie für sinnlos erklären. Beispielsweise ist Freges Lebenswerk nicht sinn- und nutzlos, obwohl Russell seine Widersprüchlichkeit aufdeckte.

In seinem Artikel „Was ist Dialektik?“ behandelt auch K. R. Popper die Problematik des Satzes „Aus einem Widerspruch folgt jede beliebige Aussage“. Er schreibt in diesem Zusammenhang: „Nun kann man die Frage aufwerfen, ob diese Lage der Dinge in jedem logischen System gegeben ist oder ob wir ein System konstruieren können, in dem sich aus kontradiktorischen Aussagen *nicht* jede beliebige Aussage ergibt. Mit dieser Frage habe ich mich beschäftigt, und meine Antwort geht dahin, daß ein derartiges System konstruiert werden kann. Es erweist sich allerdings als ein außerordentlich schwaches System. Von den üblichen Schlußregeln bleiben nur sehr wenige übrig, nicht einmal der Modus ponens, der besagt, daß wir aus einer Aussage der Form ‚Wenn p , dann q ‘ in Verbindung mit p zu dem Schluß q

gelangen können. Meiner Meinung nach ist ein solches System für das Ziehen von Schlüssen nutzlos ...¹⁷ Die letzte Behauptung trifft zwar für das von Popper konstruierte System zu,¹⁸ aber mit den Systemen der strengen und der strikten Folgebeziehung liegen Logiksysteme vor, die beide in einem bestimmten Sinne vollständig sind und in denen nicht gilt, daß aus einem Widerspruch jede beliebige Aussage logisch folgt. Mit dem Aufbau dieser Systeme ist der Mythos zerstört, daß es nur eine einzige (von Gott oder der Natur gegebene) logische Folgebeziehung gibt und daß in einer ausreichend vollständigen Theorie der Folgebeziehung aus einem Widerspruch logisch jede beliebige Aussage folgt. Manchmal benutzte man diesen Mythos sogar zur Begründung der Gültigkeit des Satzes vom ausgeschlossenen Widerspruch. So schreibt G. J. Rusawin: „Nach der Implikationsregel der formalen Logik folgt aus einer falschen Voraussetzung sowohl eine wahre als auch eine falsche Folgerung. Deshalb fordert die Logik eine Beachtung des Gesetzes der Widerspruchsfreiheit, d. h., zwei sich widersprechende Behauptungen können nicht gleichzeitig als wahr angesehen werden.“¹⁹ Verworfen werden muß ein Widerspruch jedoch, weil er allein auf Grund der Eigenschaften der Operatoren „und“ und „nicht“ immer falsch ist und nicht weil aus ihm eine beliebige Aussage folgt.

Worin besteht nun die unterschiedliche Funktion der Theorie der klassischen, der strengen und der strikten Folgebeziehung? Ist die Widerspruchsfreiheit einer wissenschaftlichen Theorie nachgewiesen, so kann ohne jede Bedenken die klassische Theorie der Folgebeziehung verwendet werden. Tritt in einer Theorie einer empirischen Wissenschaft ein Widerspruch auf, so empfiehlt es sich, nach der Theorie der strikten Folgebeziehung zu schließen. Eine Verwendung dieser Theorie erleichtert es, den Widerspruch zu lokalisieren und zu isolieren. Für axiomatisch aufgebaute Theorien der Logik und der Mathematik ist die Theorie der strikten Folgebeziehung nicht geeignet, da sie es nicht gestattet, von Tautologien auf Tautologien zu schließen. Hieraus wird deutlich, daß die Forderung nach Widerspruchsfreiheit für solche Theorien weitaus wichtiger ist als für Theorien der empirischen Wissenschaften.

Die Theorie der strengen logischen Folgebeziehung läßt sich sowohl in deduktiven als auch in den empirischen Wissenschaften verwenden, berücksichtigt den Sinnzusammenhang zwischen Voraussetzung und Folgerung; sie ist allerdings mit den obengenannten Paradoxien behaftet. Solange in Theorien

¹⁷K. R. Popper: Was ist Dialektik? In: Logik der Sozialwissenschaften. Köln/(West-) Berlin 1965. S. 271

¹⁸Vgl.: K. R. Popper: On the Theory of Deduction. In: Proceedings of the Royal Dutch Academy. Teil I: Nr. 2/1948. Teil II: Nr. 3/1948

¹⁹T. I. Rusawin: Nautschnaja teorija. Logiko-metodologitscheski analiz. Moskwa 1978. S. 55

der empirischen Wissenschaften keine Widersprüche auftreten, kann man die klassische Theorie der Folgebeziehung verwenden. Ist die Widerspruchsfreiheit dieser Theorien nicht bewiesen, so ist Vorsicht bei indirekten Beweisen geboten. Denn ist eine Theorie versteckt widersprüchlich, so ist in ihr nach der klassischen jede beliebige und nach der Theorie der strengen Folgebeziehung jede in ihr formulierbare Aussage beweisbar. Bei indirekten Beweisen muß gesichert sein, daß sich der Widerspruch wirklich aus der Annahme des indirekten Beweises ergibt.

Vollständigkeit der nichttraditionellen Prädikationstheorie*

1 Intuitive Grundlagen der nichttraditionellen Prädikationstheorie

In der klassischen mathematischen Logik ist es üblich, die Prädikationstheorie, d. h. die Theorie einfacher Aussagen, im Rahmen der klassischen Quantorentheorie und nicht gesondert zu behandeln. Ich halte es für zweckmäßiger, diesen Bereich der Logik als selbständige logische Theorie darzustellen.**

Beim Aufbau der Prädikationstheorie setze ich die Fähigkeit der Menschen, zwischen Subjekt- und Prädikattermini zu unterscheiden, als eine vorlogische Fähigkeit voraus. Einfache Aussagen stelle ich durch Schemata der Form

$$s \leftarrow P, (s_1, \dots, s_n) \leftarrow P, s \not\leftarrow P \text{ und } (s_1, \dots, s_n) \not\leftarrow P$$

dar, wobei $n \geq 2$. In diesen Schemata sind $s, s_1, \dots, s_n$ Subjekte (Bezeichnungen der Gegenstände, über die in den Aussagen gesprochen wird), und P ist ein Prädikat, $\leftarrow$ ist der Operator des Zusprechens und $\not\leftarrow$ ist der Operator des Absprechens.

In der klassischen und intuitionistischen Logik wird $s \not\leftarrow P$ mit $\sim(s \leftarrow P)$ identifiziert. Meines Erachtens ist das ein Fehler. Zumindest in folgenden Fällen erschöpfen die beiden Aussagen $s \leftarrow P$ und $s \not\leftarrow P$ nicht alle Möglichkeiten: 1. Wenn die Bedeutung des Prädikats P für Subjekte des Typs s nicht

*Erstveröffentlichung in: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, Heft 11, Berlin 1982, S. 1363–1368.

**Die hier dargestellte nichttraditionelle Prädikationstheorie wurde von A. A. Sinowjew entworfen. Sein Name durfte damals in der Deutschen Zeitschrift für Philosophie nicht erwähnt werden. Deshalb wurden von der Redaktion alle Verweise auf seine Arbeiten gestrichen. Sogar der Verweis auf unser gemeinsames Buch „Logische Sprachregeln“ wurde entfernt.

festgelegt ist (z. B. „Der Mond ist ehrlich.“), so gilt $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$. 2. Wenn die sinnvolle Verwendung von $s \leftarrow P$ oder $s \not\leftarrow P$ die Gültigkeit einer anderen Aussage A voraussetzt (z. B. „N hat aufgehört, seine Frau zu schlagen.“), so ist der Fall $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$ möglich, falls $\sim A$ gilt. 3. Wenn nicht feststellbar ist, ob $s \leftarrow P$ oder $s \not\leftarrow P$ gilt, so gilt ebenfalls $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$ (z. B. „In der Dezimalentwicklung von π kommt die Null 10^{10} mal hintereinander vor.“). In allen diesen Fällen ist neben $s \leftarrow P$ und $s \not\leftarrow P$ auch der Fall der Unbestimmtheit $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$ möglich. Wenn auch die Gründe für das Auftreten der Unbestimmtheit verschieden sind, haben wir es in logischer Hinsicht doch immer mit derselben Situation zu tun: Neben dem Zusprechen und Absprechen eines Prädikats zu einem Subjekt ist noch der Fall zu betrachten, daß das betreffende Prädikat dem Subjekt weder zugesprochen noch abgesprochen wird. Da sich empirisch in der Sprachpraxis solche Fälle der Unbestimmtheit aufweisen lassen, müssen sie in einer logischen Prädikationstheorie in Rechnung gestellt werden. In der Berücksichtigung der Unbestimmtheit liegt der wesentliche Unterschied der hier dargestellten nichttraditionellen Prädikationstheorie von der traditionellen.

Zur Vereinfachung der Schreibweise passe ich meine Symbolik der traditionellen Symbolik in folgender Weise an: Anstelle von $(s \leftarrow P)$ schreibe ich $P(s)$, anstelle von $(s \not\leftarrow P)$ schreibe ich $\neg P(s)$, und anstelle von $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$ schreibe ich $?P(s)$. Das Symbol $\neg$ nenne ich *innere Negation*, im Unterschied zur aussagenlogischen Negation $\sim$, die auch *äußere Negation* genannt wird. Die innere Negation $\neg$ ist kein selbständiger Operator, man kann sie als Teil eines Operators ansehen. Selbständiger Operator ist der Operator des Absprechens $\not\leftarrow$, und $\neg P(s)$ ist nur eine andere Schreibweise für $s \not\leftarrow P$. In früheren Veröffentlichungen haben wir für den Fall der Unbestimmtheit die Schreibweise $s ? \leftarrow P$ verwendet¹. Diese Schreibweise ist irreführend, weil sie neben $s \leftarrow P$ und $s \not\leftarrow P$ eine dritte Form des Prädizierens suggeriert. Eine solche selbständige Form des Prädizierens gibt es aber in Wirklichkeit nicht. Das Symbol $?P(s)$ ist nur eine Abkürzung für die logisch zusammengesetzte Aussage $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim\neg(s \leftarrow P)$. Eine Einführung des Symbols $? \neg P(s)$ erübrigt sich da gilt: $?P(s) \equiv ? \neg P(s)$.

Nach diesen intuitiven Vorbemerkungen gebe ich nun das Alphabet und die Definition einer Prädikatformel der Prädikationstheorie an: Das Alphabet der Prädikationstheorie erhalten wir, wenn wir das Alphabet der Aussagenlogik um folgende Symbole ergänzen:

1. $s, s_1, s_2, \dots$ – Subjektvariablen
2. $P, Q, R, P^1, Q^1, R^1, \dots$ – Prädikatenvariablen

¹Vgl.: H. Wessel: Logik und Philosophie. Berlin 1976. S. 32 ff.

- 3. $\neg$ – innere Negation
- 4. $?$ – Unbestimmtheitszeichen

D1. Prädikatformel:

1. Wenn x eine Subjektvariable und f eine einstellige Prädikatenvariable ist, so sind $f(x)$ und $\neg f(x)$ Prädikatformeln.
2. Wenn $x_1, \dots, x_n$ Subjektvariablen sind und f eine n -stellige Prädikatenvariable ist, so sind $f(x_1, \dots, x_n)$ und $\neg f(x_1, \dots, x_n)$ Prädikatformeln.
3. Nur die in den Punkten 1 und 2 genannten Zeichenreihen sind Prädikatformeln.

D2. Formel der Prädikationstheorie:

Eine Definition einer Formel der Prädikationstheorie erhalten wir, wenn wir in einer Formeldefinition der Aussagenlogik überall den Ausdruck „aussagenlogische Formel“ durch „Formel der Prädikationstheorie“ und außerdem Punkt 1 durch folgenden ersetzen:

1. Aussagenvariablen und Prädikatformeln sind Formeln der Prädikationstheorie.

D3. $?P(s) \equiv_{Def} \sim P(s) \wedge \sim \neg P(s)$.

$?P(s)$ kann gelesen werden als: „Es werden sowohl $P(s)$ als auch $\neg P(s)$ verworfen“ oder „Es gilt keine der beiden Aussagen $P(s)$ und $\neg P(s)$ “.

Im weiteren steht der Buchstabe a in Formeln der Form $f(a)$, $\neg f(a)$ usw. für eine Subjektvariable oder eine Gruppe von Subjektvariablen. Zwei Formeln der Form A und $\neg A$ nennen wir zueinander *konträre Formeln*.

2 Semantik der nichttraditionellen Prädikationstheorie

Entsprechend unseren intuitiven Ausgangsüberlegungen über einfache Aussagen fügen wir zu den semantischen Regeln der klassischen Aussagenlogik folgende zusätzliche semantische Regeln der nichttraditionellen Prädikationstheorie hinzu:

- R1.** Prädikatformeln werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln verschieden genau dann, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
- R2.** Wenn A den Wert v , so hat $\neg A$ den Wert f .

- R3.** Wenn $\neg A$ den Wert v , so hat A den Wert f .
- R4.** Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- R5.** Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.
- R6.** $?A$ ist äquivalent mit $\sim A \wedge \sim \neg A$.

Tautologien sind wie in der Aussagenlogik Formeln, die immer den Wert v annehmen. Auch die Termini *Kontradiktion*, *erfüllbare Formel*, *logisch indeterminierte Formel* verwenden wir wie in der Aussagenlogik.

Die nichttraditionelle Prädikationstheorie ist bezüglich der angegebenen Semantik entscheidbar. Das Entscheidungsverfahren besteht aus drei Schritten:

1. Den Prädikatformeln werden unabhängig voneinander wie den Aussagenvariablen alle möglichen Wertkombinationen der Werte v und f zugeschrieben.
2. Die Wertkombinationen, die den Regeln R1–R6 widersprechen, werden gestrichen.
3. Der Wert der Gesamtformel wird nach den semantischen Regeln der Aussagenlogik ermittelt.

Die Durchführung des Punktes 2 erleichtern die beiden folgenden abgeleiteten semantischen Regeln:

- R7.** Von den drei Formeln A , $\neg A$ und $?A$ darf höchstens einer der Wahrheitswert v zugeschrieben werden.
- R8.** Kommen die drei Formeln A , $\neg A$ und $?A$ in einer Formel vor, so muß mindestens einer von ihnen der Wahrheitswert v zugeschrieben werden.

Für die nichttraditionelle Prädikationstheorie gilt folgendes Metatheorem:

- MT1.** Wenn A eine Tautologie der Prädikationstheorie ist, so ist die Formel $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ eine aussagenlogische Tautologie, wobei A' die Formel $A\{f^1(a), \dots, f^n(a), \neg f^1(a), \dots, \neg f^n(a) / p_1, \dots, p_n, q_1, \dots, q_n\}$ ist, unter den $f^1(a), \dots, f^n(a), \neg f^1(a), \dots, \neg f^n(a)$ alle Prädikatformeln vorkommen, die in A vorkommen, $p_1, \dots, p_n, q_1, \dots, q_n$ paarweise verschiedene Aussagenvariable sind, die nicht in A vorkommen, und $K^1, \dots, K^m$ ($m \leq n$) entsprechend die Formeln $\sim(p_i \wedge q_i)$ für alle i ($i = 1, \dots, m$) sind, für die gilt, $f^i(a)$ und $\neg f^i(a)$ kommen in A vor.

Beweis: Wir unterscheiden im Beweis zwei Fälle. *Erster Fall:* In A kommen keine zwei Formeln $f^i(a)$ und $\neg f^i(a)$ gemeinsam vor. Dann ist $m = 0$, d. h., die Formel $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ ist die Formel A' . In diesem Falle ist A' eine Tautologie, da den Aussagenvariablen p_i und q_i genauso Wahrheitswerte zugeschrieben werden wie den Formeln $f^i(a)$ und $\neg f^i(a)$. *Zweiter Fall:* In A kommt mindestens ein Paar von Prädikatformeln $f^i(a)$ und $\neg f^i(a)$ gemeinsam vor. Da A eine Tautologie der Prädikationstheorie ist, hat die Formel A' bei allen Wertkombinationen, bei denen p_i und q_i nicht beiden der Wert v zugeschrieben wird, den Wert wahr. In diesen Fällen hat also auch die Formel $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ den Wert wahr. Wird p_i und q_i beiden der Wert v zugeschrieben, so hat K^i den Wert f , und $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ hat folglich den Wert v .

3 Axiomatischer Aufbau der nichttraditionellen Prädikationstheorie

Neben den Ergänzungen zum Alphabet und zur Formeldefinition fügen wir zu einem widerspruchsfreien und vollständigen axiomatischen Aufbau der Aussagenlogik folgendes Axiomenschema hinzu:

- A1.** $\sim(f(a) \wedge \neg f(a))$, wobei a wieder eine Subjektvariable oder eine Gruppe von Subjektvariablen und f entsprechend eine einstellige oder n -stellige Prädikatenvariable ist.

Für dieses Axiomensystem gelten folgende Metatheoreme:

- MT1.** Das angegebene Axiomensystem der Prädikationstheorie ist semantisch widerspruchsfrei.

Beweis: Wir ersetzen $\neg$ überall durch $\sim$. Bei dieser Interpretation sind alle Axiome des Axiomenschemas A1 Tautologien.

Für den Vollständigkeitsbeweis benötigen wir folgendes Metatheorem:

- MT2.** Eine Formel A ist in der nichttraditionellen Prädikationstheorie genau dann beweisbar, wenn die Formel $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ in der Aussagenlogik beweisbar ist, wobei wir die Bezeichnungen wie in MT1 von Abschnitt 2 wählen.

Wir beweisen zunächst den Satz: Wenn die Formel $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ in der Aussagenlogik beweisbar ist, so ist A in der Prädikationstheorie beweisbar. Da die Aussagenlogik in der Prädikationstheorie enthalten ist, ist $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ in der Prädikationstheorie beweisbar. Wir setzen in ihr entsprechend die Prädikatformeln $f^1(a), \dots, f^n(a), \neg f^1(a), \dots, \neg f^n(a)$ für die Aussagenvariablen $p_1, \dots, p_n, q_1, \dots, q_n$ ein. Bei dieser Einsetzung geht A' in A über, und alle Einsetzungen in $K^1, \dots, K^m$ ergeben beweisbare Formeln, da sie alle unter das Axiomenschema der Prädikationstheorie A1 fallen. Mit Hilfe der Abtrennungsregel können wir die Einsetzungen in $K^1, \dots, K^m$ also abtrennen und erhalten: A ist beweisbar.

Wir zeigen jetzt, daß gilt: Wenn A in der Prädikationstheorie beweisbar ist, so ist $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ in der Aussagenlogik beweisbar. Im Beweis dieses Satzes unterscheiden wir mehrere Fälle. *Erster Fall*: Wenn A keine Prädikatformeln enthält, d.h., eine aussagenlogische Formel ist, so ist $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ mit A identisch und beweisbar. *Zweiter Fall*: Wenn A aus einem aussagenlogischen Theorem durch Einsetzung von Prädikatformeln mit Hilfe der Einsetzungsregel gewonnen wurde, so ist A eine Tautologie, folglich sind auch A' und $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ Tautologien, und auf Grund der Vollständigkeit der Aussagenlogik ist $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ beweisbar. *Dritter Fall*: Unter den dritten Fall fallen alle Theoreme, in deren Beweis das Axiomenschema der Prädikationstheorie benutzt wird. Für diesen Fall führen wir den Beweis induktiv.

Anfangsschritt: A ist ein Axiom der Prädikationstheorie. Dann hat die Formel $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ die Form $\sim(p_1 \wedge q_1) \supset \sim(p_1 \wedge q_1)$ und ist in der Aussagenlogik beweisbar. Im Induktionsschritt unterscheiden wir die beiden folgenden Fälle:

1. A hat die Form $B\{a/C\}$ und wurde mit Hilfe der Einsetzungsregel aus B gewonnen. Nach Induktionsvoraussetzung ist dann B eine Tautologie und $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^l \supset B') \dots)$ ($l \leq m$) ist in der Aussagenlogik beweisbar und eine Tautologie. Die beiden Fälle, daß a nicht in B vorkommt und daß C eine aussagenlogische Formel ist, sind trivial. Es bleibt der Fall zu betrachten, daß C eine Prädikatformel ist. Hier unterscheiden wir zwei Teilfälle: 1.1. Die zu C konträre Prädikatformel kommt nicht in B vor. 1.2. Die zu C konträre Prädikatformel kommt in B vor. Im Falle 1.1. ist $l = m$, und $B\{a/C\}'$ unterscheidet sich von B' nur dadurch, daß anstelle von a eine andere Aussagenvariable steht, folglich ist $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ eine Tautologie und in der Aussagenlogik beweisbar. Im Fall 1.2. ist $l \neq m$, und es ist möglich,

daß $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^l \supset A') \dots)$ keine Tautologie ist. Die Formel $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$ erhalten wir auf folgende Weise aus der Formel $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^l \supset B') \dots)$: Die Formel C möge $f^i(a)$ (bzw. $\neg f^i(a)$) sein. Mit Hilfe des Theorems der Aussagenlogik $p \supset (q \supset p)$ erhalten wir aus $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^l \supset B') \dots)$ die Formel $\sim(p_i \wedge q_i) \supset (K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^l \supset B') \dots))$, d. h. die Formel $K^i \supset (K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^l \supset B') \dots))$; mit Hilfe des Gesetzes der Prämissenvertauschung $p \supset (q \supset r) \equiv q \supset (p \supset r)$ erhalten wir daraus $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset B') \dots)$. In dieser Formel setzen wir für die Aussagenvariable a die Aussagenvariable p_i (bzw. q_i) ein und erhalten $K^1 \supset (K^2 \supset \dots \supset (K^m \supset A') \dots)$.

2. A wird mit Hilfe der Abtrennungsregel aus den beiden Formeln $B \supset A$ und B gewonnen. Auf Grund der Induktionsvoraussetzung sind dann die beiden Formeln $K^{i1} \supset (\dots \supset (K^{ik} \supset (B' \supset A') \dots))$ ($k \leq m$) und $K^{j1} \supset (\dots \supset (K^{jl} \supset B') \dots)$ ($l \leq k$) in der Aussagenlogik beweisbar, wobei alle K^{ji} unter den $K^{i1}, \dots, K^{ik}$ vorkommen. Mit Hilfe des Deduktionstheorems erhalten wir daraus

$$K^1 \supset (\dots \supset (K^k \supset A') \dots) (k \geq m).$$

Aus dieser Formel gewinnen wir

$$K^1 \supset (\dots \supset (K^m \supset A') \dots),$$

indem wir in allen K^i , die Aussagenvariablen enthalten, die nicht in A' vorkommen, für diese Aussagenvariablen eine Kontradiktion einsetzen. Damit werden diese K^i Tautologien und sind auf Grund der semantischen Vollständigkeit der Aussagenlogik beweisbar. Mit Hilfe des Gesetzes der Prämissenvertauschung und der Abtrennungsregel können wir diese K^i abtrennen und wir erhalten:

$$K^1 \supset (\dots \supset (K^m \supset A') \dots)$$

ist in der Aussagenlogik beweisbar.

Aus MT2 und MT1 aus Abschnitt 2 ergibt sich folgendes Vollständigkeitstheorem:

- MT3.** Wenn eine Formel A eine Tautologie der Prädikationstheorie ist, so ist A in der nichttraditionellen Prädikationstheorie beweisbar.

4 Bemerkung zu einem Theorem von J. M. Dunn

Ich möchte abschließend die Gelegenheit nutzen, einen Fehler in meinem Aufsatz „Aussagenlogische Theorie der logischen Folgebeziehung“², auf den mich J. M. Dunn aufmerksam gemacht hat, zu korrigieren. Ich hatte dort behauptet, daß das folgende von Dunn aufgestellte Theorem nicht gültig sei:

$A \rightarrow B$ ist eine gültige Folgebeziehung der ersten Stufe des Systems E von Anderson und Belnap genau dann, wenn aus A logisch B gemäß dem L -Kriterium folgt.

Das L -Kriterium für die Folgebeziehung besagt dabei folgendes:

Aus A folgt logisch B genau dann, wenn

1. $A \supset B$ eine Einsetzung in eine Tautologie $A' \supset B'$ ist, wobei
2. A' keine partielle Kontradiktion und
3. B' keine partielle Tautologie ist.

In dem oben angegebenen Aufsatz meinte ich, die Formeln $A \wedge \sim A \rightarrow A$ und $A \rightarrow A \vee \sim A$ genügten nicht dem L -Kriterium, und da sie im System E beweisbar sind, widersprächen sie dem von Dunn formulierten Theorem. Die genannten Formeln genügen aber dem L -Kriterium. Sie enthalten zwar im Antezedent eine (partielle) Kontradiktion bzw. im Konsequent eine (partielle) Tautologie, aber die Forderungen 2 und 3 des L -Kriteriums beziehen sich nicht auf die betreffende Formel selbst, sondern verlangen nur, daß es eine Formel gibt, die 2 und 3 erfüllt und aus der die betreffende Formel durch eine Einsetzung gewonnen wird. Für unsere Beispiele sind dies die Formeln $A \wedge B \rightarrow A$ und $A \rightarrow A \vee B$.

Das von Dunn formulierte Theorem ist also gültig.³ Dies ändert allerdings nicht unsere kritische Haltung gegenüber dem System E . Dunns Theorem erleichtert eine Einschätzung des Systems E . Zunächst ist aufschlußreich, daß das Theorem nur für die Folgebeziehung der ersten Stufe gilt. Eine Formel $A \rightarrow B$ ist dabei eine Folgebeziehung der ersten Stufe, wenn die Formeln A und B nur wahrheitsfunktionale Operatoren ($\sim$, $\wedge$, $\vee$) enthalten. Meines Erachtens ist das nicht zufällig; denn bei einer inhaltlichen Deutung des Operators $\rightarrow$ in den Axiomen und Theoremen des Systems E , in denen dieser Operator mehrfach auftritt, müssen verschiedene Vorkommen des gleichen

²H. Wessel: Aussagenlogische Theorie der logischen Folgebeziehung. In: DZfPh. Heft 12/1980

³Vgl.: J. M. Dunn: A Sieve for Entailments. In: Journal of Philosophical Logic. 9 (1980)

Operators verschiedene inhaltliche Deutungen erhalten. Mit dem Theorem von Dunn haben wir ein allgemeines Kriterium für die im System E beweisbaren Formeln der ersten Stufe. Würden wir das L -Kriterium als ein adäquates Kriterium für die logische Folgebeziehung akzeptieren, so müßten wir auch die im System E beweisbaren Formeln der ersten Stufe als adäquate Formalisierung der Folgebeziehung ansehen.

Meines Erachtens sind aber die Forderungen des L -Kriteriums vom inhaltlichen Standpunkt aus nicht überzeugend. Mit Dunn bin ich in der Hinsicht einer Meinung, daß man von Tautologien der Aussagenlogik der Form $A \supset B$ ausgehen und dann weitere Forderungen an A und B stellen muß. Betrachten wir zunächst die Punkte 2 und 3 des L -Kriteriums unabhängig vom Punkt 1. Nach meinem Dafürhalten sind die Forderungen, daß A keine partielle Kontradiktion und B keine partielle Tautologie sein darf, zu stark. Ich schließe in meiner Theorie der strikten Folgebeziehung nur die Fälle aus, in denen A eine Kontradiktion oder B eine Tautologie ist. Für diesen Ausschluß lassen sich vernünftige Gründe angeben, während das bei den Punkten 2 und 3 des L -Kriteriums nicht der Fall ist. Das L -Kriterium wurde durch ein Studium des zunächst nur syntaktisch aufgebauten Systems E gefunden und nicht auf Grund allgemeiner Erwägungen über die Folgebeziehung aufgestellt. Betrachten wir wieder die – wie Dunn sagt – „verrufene“ („infamous“) Beseitigungsregel der Adjunktion. Nach dem L -Kriterium kann man aus den beiden Voraussetzungen $A \vee B$ und $\sim A$ keinen Schluß ziehen. Wir haben im System E für die Adjunktion zwar sehr liberale Einführungsregeln, es fehlt aber eine Beseitigungsregel.

Die strengen Forderungen der Punkte 2 und 3 des L -Kriteriums werden durch den Punkt 1 dieses Kriteriums gemildert. Nach Punkt 1 ist nämlich jede Einsetzung in eine Tautologie $A \supset B$, die den Punkten 2 und 3 genügt, eine korrekte Regel der Folgebeziehung. Vom inhaltlichen Standpunkt ist Punkt 1 des L -Kriteriums nicht einsichtig. Die Einsetzungsregel ist ja eigentlich keine logische Schlußregel im echten Sinne des Wortes. Sie erfüllt in der Logik im wesentlichen die Aufgabe einer Hilfsregel. Sie ist eine Kalkülregel, die es gestattet, aus Tautologien (bzw. Kontradiktionen) neue Tautologien (bzw. Kontradiktionen) zu erhalten. Auf keinen Fall gilt $A \vdash A\{a/B\}$, wo $\vdash$ die logische Folgebeziehung ist. Durch eine Einsetzung erhalten wir aus Tautologien der Aussagenlogik $A \supset B$, die den Punkten 2 und 3 des L -Kriteriums genügen, wieder Formeln $A' \supset B'$, in denen A' eine partielle Kontradiktion, ja sogar eine Kontradiktion, und B' eine partielle Tautologie bzw. eine Tautologie sein kann. Das L -Kriterium ist inhaltlich nicht einsichtig; zumindest wird keine ausreichende Begründung gegeben, und damit liefert es auch keine echte, sondern nur eine formale semantische Rechtfertigung des Systems E .

Ein System der strikten logischen Folgebeziehung für Konditionalaussagen mit Semantik*

1 Das System F^K der Konditionallogik

Das Alphabet des Systems F^K besteht aus:

1. abzählbar unendlich vielen Aussagenvariablen $p, q, r, \dots$, mit und ohne Indizes;
2. den aussagenlogischen wahrheitsfunktionalen Operatoren $\wedge$ (Konjunktion), $\vee$ (Adjunktion) und $\sim$ (Negation);
3. dem Konditionaloperator $\rightarrow$;
4. dem Zeichen der logischen Folgebeziehung $\vdash$;
5. Klammern.

D1. Eine Formel heißt wahrheitsfunktionale Formel, wenn sie ausschließlich mit Hilfe der wahrheitsfunktionalen Operatoren nach den üblichen Formelbildungsregeln gebildet wurde.

D2. Eine Formel heißt Satzformel nur unter folgender Bedingung:

1. wahrheitsfunktionale Formeln sind Satzformeln;
2. wenn A und B Satzformeln sind, sind $\sim A$, $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$ und $(A \rightarrow B)$ Satzformeln.

*Dieser Artikel wurde gemeinsam mit Uwe Scheffler geschrieben.

Erstveröffentlichung in: *Logik in der Semantik – Semantik in der Logik*, Hrg. Evelyn Dölling, Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Philosophie, Bd. 1, Berlin 1987, S. 30–39.

- D3.** Eine Satzformel heißt Konditionalaussage, wenn sie die Form $(A \rightarrow B)$ hat. In einer Konditionalaussage $(A \rightarrow B)$ heißt A Antezedent und B Konsequent der Konditionalaussage.
- D4.** Eine Formel heißt Formel der logischen Folgebeziehung, wenn sie die Form $A \vdash B$ hat und A und B Satzformeln sind.

Axiome von F^K sind alle Formeln der Folgebeziehung, die die Form eines der nachstehenden Axiomenschemata haben und die beiden Bedingungen E1 und E2 erfüllen:

- E1.** In einer Formel $A \vdash B$ kommen in B keine Variablen vor, die nicht auch in A vorkommen.
- E2.** In einer Formel $A \vdash B$ ist A keine Kontradiktion und B keine Tautologie.

- A1.** $A \vdash \sim\sim A$
- A2.** $\sim\sim A \vdash A$
- A3.** $A \wedge B \vdash A$
- A4.** $A \wedge B \vdash B \wedge A$
- A5.** $\sim(A \wedge B) \vdash \sim A \vee \sim B$
- A6.** $\sim A \vee \sim B \vdash \sim(A \wedge B)$
- A7.** $(A \vee B) \wedge C \vdash (A \wedge C) \vee B$
- A8.** $(A \wedge C) \vee (B \wedge C) \vdash (A \vee B) \wedge C$
- A9.** $A \vdash A \wedge (B \vee \sim B)$
- K1.** $(A \rightarrow B) \wedge A \vdash B$
- K2.** $A \rightarrow B \vdash \sim B \rightarrow \sim A$
- K3.** $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \vdash A \rightarrow C$
- K4.** $(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \vdash A \wedge C \rightarrow B \wedge D$
- K5.** $(A \rightarrow B) \vee (C \rightarrow D) \vdash A \wedge C \rightarrow B \vee D$
- K6.** $(A \wedge B \rightarrow C) \wedge A \vdash B \rightarrow C$
- K7.** $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$
- K8.** $A \rightarrow (B \rightarrow C) \vdash B \rightarrow (A \rightarrow C)$
- K9.** $A \wedge B \rightarrow C \vdash A \rightarrow (B \rightarrow C)$
- K10.** $A \rightarrow B \vdash \sim A \vee B$

- K11.** $A \wedge B \vdash \sim(A \rightarrow \sim B)$
K12. $\sim(A \rightarrow B) \vdash \sim(\sim B \rightarrow \sim A)$
K13. $\sim(A \wedge C \rightarrow B \wedge D) \vdash \sim(A \rightarrow B) \vee \sim(C \rightarrow D)$
K14. $\sim(A \wedge C \rightarrow B \vee D) \vdash \sim(A \rightarrow B) \wedge \sim(C \rightarrow D)$
K15. $\sim((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) \vdash \sim(A \rightarrow (B \rightarrow C))$
K16. $\sim(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \vdash \sim(B \rightarrow (A \rightarrow C))$
K17. $\sim(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \vdash \sim(A \wedge B \rightarrow C)$

Schlußregeln des Systems sind:

- R1.** Wenn $A \vdash B$ und $B \vdash C$, so $A \vdash C$.
R2. Wenn $A \vdash B$ und $A \vdash C$, so $A \vdash B \wedge C$.
R3. Wenn $A \vdash B$ und $B \vdash A$, so $C \vdash C[A/B]$, wobei $C[A/B]$ das Zeichen für die Ersetzung von null oder mehr Vorkommen von A in C durch B ist, und C keine Kontradiktion und $C[A/B]$ keine Tautologie ist.
RK. Wenn $A \vdash B$, so $C \rightarrow A \vdash C \rightarrow B$, wobei $C \rightarrow A$ keine Kontradiktion und $C \rightarrow B$ keine Tautologie ist.

Die Regeln R1 bis R3 und die Axiomenschemata A1 bis A9 bilden unter den Einschränkungen E1 und E2 das System der strikten Folgebeziehung F^S [vgl. 2, S. 165 f.], alle Theoreme von F^S sind also auch in F^K gültig. Die Axiomenschemata K1 bis K6 bilden gemeinsam mit der in F^K ableitbaren Formel $A \rightarrow B \wedge C \vdash A \rightarrow B$ (aus A3 mit RK) die Konditionallogik F^K [vgl. 2, S. 302], alle in F^K herleitbaren Formeln sind also Theoreme von F^K .

F^K ist wegen der Bedingung E2 solange kein logisches System, solange nicht für alle Satzformeln festgestellt werden kann, ob sie Tautologie bzw. Kontradiktion sind. Für F^S konnte Wessel die klassische zweiwertige Tabellensemantik (oder die Normalformtheorie) nutzen, da die Satzformeln in F^S wahrheitsfunktionale aussagenlogische Formeln sind. So wird gezeigt, daß $A \vdash B$ Theorem in F^S ist genau dann wenn $A \supset B$ Tautologie der klassischen Aussagenlogik ist, A keine Kontradiktion und B keine Tautologie ist und in B nur solche Aussagenvariablen enthalten sind, die auch in A vorkommen [vgl. 2, S. 170 ff.] ($\supset$ ist das Zeichen für die Subjunktion). Die von Wessel vorgeschlagene Semantik für die Konditionallogik [vgl. 2, S. 299 ff.] erlaubt es zwar, Formeln wie $A \wedge B \rightarrow A$ als Tautologien zu erkennen, ist aber insofern nicht mit der Semantik für F^S kompatibel, daß Formeln wie $(A \rightarrow B) \supset (\sim B \rightarrow \sim A)$ einfach keinen Werteverlauf haben. Die klassische Definition der Tautologie als einer Formel, die bei jeder Belegung den Wert wahr annimmt, kann nicht angewandt werden.

Die zu lösende Aufgabe kann folgendermaßen formuliert werden: Jede tautologische (insbesondere wahrheitsfunktionale) Satzformel soll für alle Belegungen den Wert wahr, jede kontradiktorische (insbesondere wahrheitsfunktionale) Satzformel für jede Belegung den Wert falsch annehmen. Dabei soll eine semantische Bewertung von Formeln der logischen Folgebeziehung möglich sein. Zur Lösung dieser Aufgabe werden die für F^S und F^K entwickelten Ideen genutzt.

2 Eine Semantik für F^K

- SR0.** Die semantischen Regeln für Konjunktion, Adjunktion und Negation von wahrheitsfunktionalen Formeln bleiben dieselben wie in der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik.
- SR1.** Wenn die Formel $A \rightarrow B$ den Wert wahr hat ($[A \rightarrow B] = v$), und A den Wert wahr hat ($[A] = v$), so wird B der Wert wahr zugeschrieben ($[B] = v$).
- SR2.** Wenn $[A \rightarrow B] = v$, $[B] = f$, so $[A] = f$.
- SR3.** Wenn $[A \rightarrow B] = f$, $[A] = v$, so ist der Wert von B nicht vom Wert von B abhängig ($[B] = ?_A$).
- SR4.** Wenn $[A \rightarrow B] = f$, $[B] = f$, so $[A] = ?_B$.
- SR5.** Wenn aus $[A] = v$ unter der Bewertung W nach semantischen Regeln folgt $[B] = v$ ($W[A] = v \implies [B] = v$), so ist $[A \rightarrow B] = v$ unter der Bewertung W ($W[A \rightarrow B] = v$).
- SR6.** Wenn $W[B] = f \implies [A] = f$, so $W[A \rightarrow B] = v$.
- SR7.** Wenn nicht $W[A] = v \implies [B] = v$, so $W[A \rightarrow B] = ?_A$.
- SR8.** Wenn nicht $W[B] = f \implies [A] = f$, so $W[A \rightarrow B] = ?_B$.
- SR9.** Wenn $[A] = f$, so $[A \rightarrow B] = ?_A$.
- SR10.** Wenn $[B] = v$, so $[A \rightarrow B] = ?_B$.
- SR11.** Wenn es Bewertungen W_1 und W_2 so gibt, daß $W_1[A] = v \implies \implies W_1[B] = v$ und $W_2[B] = f \implies W_2[A] = f$ und es keine Bewertung W_3 derart gibt, daß $W_3[A] = v \implies W_3[B] = f$ oder $W_3[B] = f \implies W_3[A] = v$, so $[A \rightarrow B] = v$.
- DS1.** Wenn A eine wahrheitsfunktionale Formel ist, ist A eine K -Tautologie genau dann, wenn A Tautologie der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik ist. Wenn A eine wahrheitsfunktionale Formel ist, ist

A eine K -Kontradiktion genau dann, wenn A Kontradiktion der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik ist.

- DS2.** Eine Satzformel $A \rightarrow B$ ist eine K -Tautologie genau dann, wenn gilt: wenn $[A] = v$, so $[B] = v$ (nach den semantischen Regeln für die Operatoren $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow$). Eine Satzformel $A \rightarrow B$ ist eine K -Kontradiktion genau dann, wenn gilt: wenn $[A] = v$, so $[B] = f$.
- DS3.** Ist $A \rightarrow B$ K -Tautologie, bekommt $A \rightarrow B$ für alle Belegungen der vorkommenden Variablen den Wert wahr zugeschrieben. Ist $A \rightarrow B$ K -Kontradiktion, bekommt $A \rightarrow B$ für alle Belegungen den Wert falsch zugeschrieben.
- DS4.** Ist $A \rightarrow B$ weder K -Tautologie noch K -Kontradiktion, bekommt $A \rightarrow B$ für keine Belegung der vorkommenden Variablen einen Wert zugeschrieben. $A \rightarrow B$ heißt Formel ohne Werteverlauf.
- DS5.** Die Konjunktion einer Satzformel mit einer Formel ohne Werteverlauf ist eine Formel ohne Werteverlauf, außer wenn die Satzformel K -Kontradiktion ist. In diesem Fall ist die Konjunktion eine K -Kontradiktion.
- DS6.** Die Adjunktion einer Satzformel mit einer Formel ohne Werteverlauf ist eine Formel ohne Werteverlauf, außer wenn die Satzformel K -Tautologie ist. In diesem Fall ist die Adjunktion eine K -Tautologie.
- DS7.** Die Negation einer Formel ohne Werteverlauf ist eine Formel ohne Werteverlauf.
- DS8.** Die konjunktive und adjunktive Verknüpfung sowie die Negation von Satzformeln mit Werteverlauf erhalten einen Werteverlauf entsprechend den semantischen Regeln für die Operatoren $\wedge, \vee$ und $\sim$ in der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik.
- DS9.** Die Formel der Folgebeziehung $A \vdash B$ ist T -gültig genau dann, wenn $A \rightarrow B$ K -Tautologie ist, A keine K -Kontradiktion und B keine K -Tautologie ist und in B nur solche Variablen vorkommen, die auch in A vorkommen.
- DS10.** Die Formel der Folgebeziehung $A \vdash B$ ist K -ungültig genau dann, wenn $A \rightarrow B$ K -Kontradiktion ist, A keine K -Kontradiktion und B keine K -Tautologie ist und in B nur solche Variablen vorkommen, die auch in A vorkommen.

Mit diesen zehn Definitionen ist die Semantik für F^K formuliert.

3 Einige Metatheoreme

MT1. Wenn die Satzformel A K -Tautologie (K -Kontradiktion) ist, hat A für alle Belegungen der vorkommenden Variablen den Wert wahr (falsch).

Das Metatheorem folgt offensichtlich aus DS1, DS3, DS5, DS6 und DS8.

MT2. Wenn die Konditionalaussage $A \rightarrow B$ K -Tautologie ist, sind $A \rightarrow \sim B$ und $\sim(A \rightarrow B)$ Kontradiktionen, und $\sim(A \rightarrow \sim B)$ ist K -Tautologie.

Wenn $A \rightarrow B$ K -Tautologie ist, nimmt $A \rightarrow B$ für alle Bewertungen den Wert wahr an (MT1). Dann gilt nach DS2, SR0 und SR1: wenn $[A] = v$, so $[\sim B] = f$ und $A \rightarrow \sim B$ ist K -Kontradiktion.

Die beiden anderen Behauptungen folgen nach DS8.

MT3. Wenn die Formel der Folgebeziehung $A \vdash B$ T -gültig ist, ist $A \vdash \sim B$ K -ungültig.

Das Metatheorem folgt aus MT2, DS9 und DS10.

MT4. Die Formeln $(A \rightarrow B) \rightarrow \sim(A \rightarrow \sim B)$, $\sim(A \rightarrow \sim B) \rightarrow (A \rightarrow B)$, $(A \rightarrow \sim B) \rightarrow \sim(A \rightarrow B)$ und $\sim(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \sim B)$ sind keine K -Tautologien.

Für $[A] = f$ läßt sich eine Bewertung jeweils so zuschreiben, daß das Antezedent der Konditionalaussage den Wert wahr und das Konsequent den Wert falsch annimmt.

MT5. Alle Theoreme von F^K sind T -gültig.

Zum Beweis des Metatheorems wird gezeigt, daß alle Axiome T -gültig sind, und daß die Schlußregeln die Eigenschaft erhalten. Zunächst wird jedoch bewiesen:

Lemma 1: Ist $A \vdash B$ Theorem (hier wie künftig immer: in F^K), so ist in $A \rightarrow B$ die Formel A keine K -Kontradiktion und B keine K -Tautologie, und in B sind keine Variablen, die nicht auch in A vorkommen.

Beweis: Für die Axiome gilt Lemma 1 wegen E1 und E2. Die Regeln R1 und R2 vererben die geforderten Eigenschaften offensichtlich. R3 und RK sind bezüglich der einen Eigenschaft eingeschränkt (und vererben sie also), und erhalten die andere ebenso offensichtlich.

Lemma 2: Ist $A \vdash B$ Axiom, so ist $A \rightarrow B$ K -Tautologie.

Zum Beweis ist es notwendig, alle 26 Axiomenschemata zu überprüfen. Aus Platzgründen sei das Verfahren an drei Beispielen demonstriert.

(1) A3: $A \wedge B \vdash A$

1. $W_1[A \wedge B] = v \implies W_1[A] = v.$
2. $W_2[A] = f \implies W_2[A \wedge B] = f.$
3. Es sei $W_3[A \wedge B] = v$ und $W_3[A] = f$. Dann ist $W_3[A] = v$ wegen SR0 bzw. DS8. Eine solche Bewertung W_3 kann es also nicht geben.
4. Wenn $[A \wedge B] = v$, so $[A] = v$.

(2) K4: $(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D) \vdash A \wedge C \rightarrow B \wedge D$

1. Die Bewertungen W_1 und W_2 für die Anwendung der semantischen Regel SR11 sind leicht zu finden.
- 2.1. $W_3[(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D)] = v.$
- 2.2. $W_3[A \wedge C \rightarrow B \wedge D] = f.$
- 2.3. $W_3[A \rightarrow B] = v$ nach DS8
- 2.4. $W_3[C \rightarrow D] = v$ nach DS8
- 2.5. Es gilt nicht, daß $W_3[A \wedge C] = v \implies [B \wedge D] = v$ nach SR5 (2.2.)
- 2.6. $W_3[A \wedge C] = v \implies W_3[A] = W_3[C] = v$ nach SR0, DS8
- 2.7. $W_3[A \wedge C] = v \implies W_3[B \wedge D] = v$ nach SR0, SR1
- Widerspruch zu 2.5.
3. Wenn $[(A \rightarrow B) \wedge (C \rightarrow D)] = v$, so $[A \wedge C \rightarrow B \wedge D] = v$.

(3) K15: $\sim((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)) \vdash \sim(A \rightarrow (B \rightarrow C))$

1. Die Bewertungen W_1 und W_2 für die Anwendung der Regel SR11 sind leicht zu finden.
- 2.1. $W_3[\sim((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))] = v$
- 2.2. $W_3[\sim(A \rightarrow (B \rightarrow C))] = f$
- 2.3. $W_3[A \rightarrow (B \rightarrow C)] = v$
- 2.4. $W_3[(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)] = f$
- 2.5. Es gilt nicht, daß $W_3[A \rightarrow B] = v \implies [A \rightarrow C] = v$ nach SR5
- 2.6. Dann gilt auch nicht, daß $W_3[A \rightarrow B] = v,$
 $W_3[A] = v \implies [C] = v$ nach SR1

- 2.7. $W_3[A \rightarrow B] = v, W_3[A] = v \implies W_3[B] = v$
 2.8. $W_3[A] = W_3[B] = W_3[A \rightarrow (B \rightarrow C)] = v \implies [C] = v$
Widerspruch zu 2.6.
 3. Wenn $[\sim((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))] = v$, so
 $[\sim(A \rightarrow (B \rightarrow C))] = v$

Auf ähnliche Weise sind die anderen 23 Beweise zum Beweis von Lemma 2 zu führen.

Lemma 3: Wenn $A_1 \vdash A_2$ und $B_1 \vdash B_2$ T -gültige Formeln der Folgebeziehung sind, und $C_1 \vdash C_2$ ist Resultat der Anwendung einer der Regeln von F^K auf diese Formeln, so ist $C_1 \rightarrow C_2$ K -Tautologie.

Für die Regeln R1 und R2 gilt das Lemma ganz offensichtlich.

Für R3 gilt: wenn $A \rightarrow B$ und $B \rightarrow A$ K -Tautologie sind, ist wenn $[A] = v$, so $[B] = v$ und wenn $[A] = f$, so $[B] = f$. Daher muß ein Ersetzen von A durch B in C dazu führen, daß wenn $[C] = v$, so $[C[A/B]] = v$. Damit das Lemma für RK ungültig wird, müßte es eine Bewertung so geben, daß $W[A \rightarrow B] = v$, $W[C \rightarrow A] = v$ und $W[C \rightarrow B] = f$. Das ist, wie leicht zu zeigen ist, nicht möglich.

Mit Hilfe der Lemmata 1, 2 und 3 ist gezeigt, daß wenn $A \vdash B$ Theorem ist, $A \rightarrow B$ eine K -Tautologie ist, wobei A keine K -Kontradiktion und B keine K -Tautologie ist, und in B nur solche Variablen vorkommen, die auch in A sind. Damit ist MT5 bewiesen.

MT6. (Widerspruchsfreiheitstheorem) Es gibt keine Formel der Folgebeziehung $A \vdash B$ derart, daß sowohl $A \vdash B$ als auch $A \vdash \sim B$ Theoreme in F^K sind.

Der Beweis dieses Metatheorems folgt unmittelbar aus MT2 und MT5.

MT7. Es gibt Formeln der Folgebeziehung derart, daß sowohl $A \vdash B$ als auch $A \vdash \sim B$ weder K -ungültig noch T -gültig sind und für die gilt, daß sowohl das Hinzufügen von $A \vdash B$ als auch das von $A \vdash \sim B$ als Axiom zu F^K das System widersprüchlich im Sinne von MT6 werden läßt.

Eine solche Formel ist $A \rightarrow B \vdash B$. Mit Hilfe dieser Formel sind $(A \rightarrow B) \wedge \sim B \vdash B$ und $(A \rightarrow B) \wedge \sim B \vdash \sim B$ ableitbar; mit Hilfe von $A \rightarrow B \vdash \sim B$ sind $(A \rightarrow B) \wedge A \vdash B$ und $(A \rightarrow B) \wedge A \vdash \sim B$ ableitbar.

MT8. Es gilt nicht für alle Formeln der Folgebeziehung: $A \vdash B$ ist Theorem in F^K genau dann, wenn $A \vdash \sim B$ nicht Theorem ist.

MT8 folgt unmittelbar aus MT7.

Aus MT8 folgt, daß es keinen Henkin-Beweis für die Vollständigkeit von F^K geben kann: Wenn aus $\{A_1 \vdash B_1, \dots, A_n \vdash B_n\}$ nicht logisch folgt, daß $A \vdash B$, so ist $\{A_1 \vdash B_1, \dots, A_n \vdash B_n, A \vdash \sim B\}$ nicht unbedingt konsistent (anders ausgedrückt: nicht in jeder maximal konsistenten Menge sind alle K -Tautologien). Diese Konsistenz kann semantisch erzwungen werden, wenn folgende Regel zu den semantischen Regeln hinzugefügt wird: Wenn nicht $W[A] = v \implies W[B] = v$, so $W[A] = v \implies W[B] = f$. Das führt aber dazu, daß $A \rightarrow \sim B$ und $\sim(A \rightarrow B)$ syntaktisch nicht unterschieden sind (MT4 gilt nicht mehr), und das Gesetz vom konditionalen ausgeschlossenen Dritten (conditional excluded middle) $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow \sim B)$ K -Tautologie ist. Inhaltlich bedeutet die Annahme der angegebenen Regel den Verzicht auf konditional abhängige Sätze, ein Preis, der zu hoch ist für einen Vollständigkeitsbeweis.

Über die klassische Normalformtheorie ist selbstverständlich kein Vollständigkeitsbeweis zu führen, da es für Konditionalaussagen keine äquivalenten wahrheitsfunktionalen Formeln gibt. Dennoch lassen sich einige Beziehungen zwischen wahrheitsfunktionalen Analoga von Satzformeln und von Formeln der Folgebeziehung und semantischen Eigenschaften bzw. der Beweisbarkeit angeben:

Seien A^* und B^* die Formeln A und B , in denen alle Vorkommen des Konditionaloperators durch die Subjunktion ersetzt wurden.

MT9. Wenn $A \vdash B$ Theorem ist, ist $A^* \supset B^*$ Tautologie der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik.

Die Axiome besitzen die geforderte Eigenschaft, die Regeln vererben sie.

MT10. Wenn $A \rightarrow B$ K -Tautologie ist, ist $A^* \supset B^*$ Tautologie der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik.

MT10 ist mit Hilfe einer Induktion über die Tiefe der Vorkommen der Konditionaloperatoren in A und B beweisbar (Das Vorkommen des Hauptoperators in einer Konditionalaussage, die nicht Teilaussage einer Konditionalaussage ist, hat die Tiefe 1. Das Vorkommen des Hauptoperators in einer Konditionalaussage, die Teilaussage einer Konditionalaussage mit einem Vorkommen des Konditionaloperators der Tiefe n ist, hat die Tiefe $n + 1$.):

1. Wenn A und B wahrheitsfunktionale Formeln sind, ist $A^* \supset B^*$ wegen DS2, SR1 und SR2 Tautologie.

2. Wenn in A oder B Teilformeln der Form $C \rightarrow D$ vorkommen, so sind diese K -Tautologie oder K -Kontradiktion – und damit letztendlich auf 1. rückföhrbar –, oder haben keinen Werteverlauf. Da $A \rightarrow B$ einen Werteverlauf hat, ist er demzufolge von dem von $C \rightarrow D$ dann unabhangig im Sinne von DS5 und DS6.

Es sei A keine K -Kontradiktion und B keine K -Tautologie, und in B kommen nur solche Variablen vor, die auch in A vorkommen.

MT11. Wenn $A^* \wedge B^*$ Kontradiktion ist, so ist $A \vdash B$ kein Theorem.

Wenn $A \vdash B$ Theorem ist, ist nach MT9 $A^* \supset B^*$, also auch $\sim(A^* \wedge \sim B^*)$, Tautologie. Dann ist $A^* \wedge \sim B^*$ Kontradiktion, und da A keine Kontradiktion ist, gibt es eine Bewertung W derart, daß $W[B^*] = v$ bei $W[A^*] = v$.

MT12. Wenn $A^* \vee B^*$ Tautologie ist, so ist $A \vdash B$ kein Theorem.

MT13. Wenn $A^* \wedge B^*$ Kontradiktion ist, ist $A \rightarrow B$ keine K -Tautologie.

MT14. Wenn $A^* \vee B^*$ Tautologie ist, so ist $A \rightarrow B$ keine K -Tautologie.

MT12–14 werden analog zu MT11 bewiesen, MT13 und MT14 unter Verwendung von MT10.

4 Die Definition des Wahrheitspredikates für Konditionalaussagen

Es sei t der terminibildende Operator „die Aussage ...“, $\leftarrow$ der Predikationsoperator und V das Predikat „wahr“ (im Unterschied zum Wahrheitswert v). Weiterhin sei $=_{df}$ das Zeichen für die Definitionsgleichheit zweier Aussagen, dabei steht $A =_{df} B$ für die Definition „Der Terminus tA ist laut Definition dem Terminus tB bedeutungsgleich“.

Bezüglich der satzformelbildenden Operatoren lassen sich folgende Definitionen für das Wahrheitspredikat angeben (bezüglich der wahrheitsfunktionalen Operatoren [vgl. 2, S. 324]):

DW1. $tA \leftarrow V =_{df} A$, wenn A eine einfache Aussage ist;

DW2. $t(A \wedge B) \leftarrow V =_{df} (tA \leftarrow V) \wedge (tB \leftarrow V)$;

DW3. $t(A \vee B) \leftarrow V =_{df} (tA \leftarrow V) \vee (tB \leftarrow V)$;

DW4. $t\sim A \leftarrow V =_{df} \sim(tA \leftarrow V)$;

DW5. $t(A \rightarrow B) \leftarrow V =_{df} (tA \leftarrow V) \rightarrow (tB \leftarrow V)$;

DW6. $tA \not\leftarrow V =_{df} \sim A$.

Mit Hilfe dieser Definitionen sind einige interessante Metatheoreme beweisbar.

MTW1. Eine Formel der logischen Folgebeziehung $A \vdash B$ ist Theorem genau dann, wenn sie wahr ist.

Da Formeln der logischen Folgebeziehung aussagenlogisch einfache Formeln sind (mit der Struktur $(tA, tB) \leftarrow \vdash$, und $\vdash$ als Prädikat der Folgebeziehung), ist MTW1 trivialerweise wahr nach DW1.

MTW1 drückt den Fakt aus, daß für Formeln der Folgebeziehung Wahrheit und Beweisbarkeit zusammenfallen, es neben der logischen keine faktische Wahrheit für solche Aussagen mehr gibt.

MTW2. Alle K -tautologischen Konditionalaussagen sind wahr.

Dieses Metathereom folgt aus DS2 und DW5.

MTW3. Nicht alle wahren Konditionalaussagen sind K -Tautologien.

MTW3 gilt, weil $t(A \rightarrow B) \leftarrow V$ gelten kann, ohne daß nach semantischen Regeln (wie in DS2 gefordert) von $tA \leftarrow V$ auf $tB \leftarrow V$ geschlossen werden kann. Dies ist z. B. der Fall, wenn $A \rightarrow B$ aus empirischen Gründen wahr ist.

MTW4. Wenn $t(A \vdash B) \leftarrow V$, so $t(A \rightarrow B) \leftarrow V$.

Nach MT5 und DS9 folgt die Behauptung aus MTW2.

MTW5. Wenn $t(A \vdash B) \leftarrow V$ und $tA \leftarrow V$, so $tB \leftarrow V$.

MTW6. Wenn $t(A \vdash B) \leftarrow V$ und $\sim(tB \leftarrow V)$, so $\sim(tA \leftarrow V)$.

Beide Behauptungen lassen sich leicht aus MTW4, DW5 und K1 beweisen.

MTW5 und MTW6 werden oft Grundprinzipien der Deduktion genannt [vgl. 2, S. 159], MTW3 und MTW4 zeigen, daß wesentliche Anforderungen an jede rationale Konditionallogik erfüllt sind.

Die über DW1–DW6 vorgenommene Definition des Wahrheitsprädikats ist ebenfalls eine Semantik für F^K . F^K ist über DW1 trivialerweise widerspruchsfrei und vollständig (MTW1) bezüglich dieser Semantik. Dieser Zugang macht das Problem der Semantiken allgemein deutlich: die syntaktisch vorhandenen Strukturen werden – mal offener, mal versteckter – in andere Sprachen übersetzt, die der Mengenlehre, der Modelltheorie, bestimmter Algebren und andere. Der Adäquatheitsbeweis ist nichts anderes als der Nachweis der Adäquatheit der Übersetzung.

5 Andere konditionale Operatoren

Auf der Basis des Systems F^K lassen sich andere konditionale Operatoren in die Sprache einführen:

$$\mathbf{DO1.} \quad N_A B =_{df} A \rightarrow B$$

$$\mathbf{DO2.} \quad U_A B =_{df} \sim N_A B \wedge \sim N_{\sim A} B$$

$$\mathbf{DO3.} \quad A \Rightarrow B =_{df} (A \rightarrow B) \wedge \sim A$$

$$\mathbf{DO4.} \quad A \Rightarrow \Rightarrow B =_{df} \sim(A \rightarrow \sim B) \wedge \sim A \wedge B.$$

$N_A B$ wird umgangssprachlich „ B ist notwendig bezüglich A “ oder „ B ist konditional abhängig von A “ gelesen. Eine Durchsicht der für $N_A B$ gültigen Theoreme zeigt, daß $N_A B$ keinesfalls eine Kausalimplikation ist. $U_A B$ heißt „ B ist unabhängig von A “, oder „ B ist zufällig bezüglich A “.

Die in DO3 und DO4 definierten Operatoren sind irrealen Konditionaloperatoren. $A \Rightarrow B$ wird „Wenn A wäre, wäre B “ gelesen, und $A \Rightarrow \Rightarrow B$ heißt „Selbst wenn A wäre, wäre B “.

Theoreme mit diesen Operatoren lassen sich leicht mit Hilfe von F^K beweisen. Ebenso leicht sind semantische Regeln für die definierten Operatoren zu formulieren und das Wahrheitsprädikat zu definieren.

Literatur:

Sinowjew, A., Wessel, H.: Logische Sprachregeln, Berlin 1975

Wessel, H.: Logik, Berlin 1984

Kritische Bemerkungen zur intuitionistischen Logikkonzeption*

Ziel des Beitrages ist keine ausgewogene Würdigung der Verdienste und Schwächen der intuitionistischen Logikkonzeption. Der positive Beitrag des Intuitionismus zur Weiterentwicklung der Logik und Mathematik steht außer Frage und ist heute allgemein anerkannt. In diesem Beitrag sollen nur einige allgemein philosophische und einige logische Einwände gegen die intuitionistische Logikkonzeption vorgetragen werden.

Der erste allgemein philosophische Einwand betrifft das Verhältnis von Denken und Sprache. Die meisten Vertreter des Intuitionismus stehen in dieser Frage auf offensichtlich dualistischen Positionen. Von ihnen wird zwischen Denken und Sprache eine scharfe Trennungslinie gezogen und ein sprachfreies Denken – was immer das auch sein mag – postuliert, das mit sprachlichen Mitteln nur unvollkommen ausgedrückt werden könne. Mit diesen Auffassungen knüpfen die Intuitionisten insbesondere an die Tradition des deutschen Idealismus (Kant) an. Eine solche dualistische Position ist philosophisch unhaltbar.

Der zweite allgemein philosophische Einwand gegen die intuitionistische Logikkonzeption betrifft das intuitionistische Verständnis logischer Gesetze und Regeln. Die Intuitionisten behaupten, daß die Gültigkeit bzw. Ungültigkeit eines logischen Regelsystems von dem Gegenstandsbereich abhängig sei, über den gesprochen wird. Sie sind der Auffassung, daß man für verschiedene Gegenstandsbereiche auch verschiedene Logiken verwenden müsse. Sie bestreiten die universelle Gültigkeit logischer Regeln und Gesetze.

Der dritte allgemein philosophische Einwand betrifft das Verhältnis von Logik und Mathematik. Die Intuitionisten sehen die Logik als einen Teil-

*Erstveröffentlichung in: *Frege Conference 1984, Proceedings of the International Conference held at Schwerin (GDR), September 10–14, 1984*, edited by G. Wechsung, Berlin 1984, S. 284–288.

bereich der Mathematik und nicht als deren Vorgängerdisziplin an. Ihrer Auffassung nach sind die grundlegenden mathematischen Begriffsbildungen (Konstruktionen) einfacher als die logischen. Sie gehen dabei aber offensichtlich zirkulär vor. Beispielsweise sehen sie den Begriff des Absurden (Widersprüchlichen, Widersinnigen) als Grundbegriff an. Sie sagen etwa, es sei evident, daß $2 = 1$ absurd sei. Doch diese Evidenz hat logische Voraussetzungen, denn zum Verständnis von etwas Absurdem gehört zumindest ein Verständnis von $A \wedge \sim A$ mit den logischen Operatoren $\wedge$ und $\sim$. Im angegebenen Beispiel benötigt man außerdem eine Definition der natürlichen Zahlen und einen logischen Folgerungsbegriff, um zu erkennen, daß $2 = 1$ nicht gilt.

Wir möchten nun einige rein logische Einwände gegen die intuitionistische Logik anführen.

Der erste Einwand geht auf K. Gödel zurück. Gödel wies nach, daß es sich bei der intuitionistischen Logik um eine versteckte epistemische Logik handelt. [1, 2, 6]

Der zweite logische Einwand betrifft die Deutung der intuitionistischen Logik als Theorie der logischen Folgebeziehung. Dabei ergeben sich zwar nicht alle Paradoxien der materialen Implikation wie bei einer solchen Deutung der klassischen Logik, aber die meisten kritischen Einwände gegen die klassische Theorie der Folgebeziehung können auch gegen die intuitionistische Logik geltend gemacht werden. [3, 4, 7]

Der dritte logische Einwand betrifft das intuitionistische Verständnis der Negation, und wir beschäftigen uns mit diesem Einwand ausführlicher. Die Kritik erfolgt vom Standpunkt der in [5, 6, 7] dargestellten nichttraditionellen Prädikationstheorie, in der zwischen äußerer (aussagenlogischer) Negation $\sim$ und innerer Negation (Absprechen eines Prädikates) $\neg$ unterschieden wird.

Die Semantik der nichttraditionellen Prädikationstheorie (*PT*) erhalten wir, wenn wir zur Semantik der klassischen Aussagenlogik folgende Regeln hinzufügen:

- R1.** Prädikatformeln werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen.
- R2.** Wenn A den Wert v , so hat $\neg A$ den Wert f .
- R3.** Wenn $\neg A$ den Wert v , so hat A den Wert f .
- R4.** Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- R5.** Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.
- R6.** $?A$ ist äquivalent mit $\sim A \wedge \sim \neg A$.

Eine widerspruchsfreie und vollständige Axiomatisierung von PT erhalten wir, wenn wir zu einem widerspruchsfreien und vollständigen klassischen Aussagenkalkül (KAK) folgendes Axiomenschema hinzufügen:

- A1.** $\sim(f(a) \wedge \neg f(a))$, wobei a eine Subjektvariable oder eine Gruppe von n Subjektvariablen und f entsprechend eine einstellige oder n -stellige Prädikatenvariable ist.

Eine inhaltliche logische Analyse der von den Intuitionisten angeführten scheinbaren Gegenbeispiele gegen bestimmte Gesetze der klassischen Logik ergibt, daß von ihnen fälschlicherweise $\neg A$ mit $\sim A$ identifiziert wird. Da auch intuitionistisch $\sim p \equiv \sim\sim p$ gilt, betreffen die Unterschiede zwischen der intuitionistischen und der klassischen Negation nur die Negationen, die unmittelbar vor Aussagenvariablen stehen. Das legt die Vermutung nahe, daß folgende Beziehung gilt: Eine in der klassischen Logik beweisbare Formel mit Negationen, in der man alle unmittelbar vor Aussagenvariablen stehenden äußeren Negationen $\sim$ durch innere Negationen $\neg$ ersetzt, ist in PT genau dann beweisbar, wenn die ursprüngliche Formel im intuitionistischen Aussagenkalkül (IAK) beweisbar ist. Diese Vermutung trifft allerdings nicht zu. Der folgende Vergleich der PT mit dem IAK bezüglich der Negationen ergibt, daß die intuitionistische Negation eine Vermischung von $\sim$ und $\neg$ ist.

Zur Abkürzung unserer Redeweise führen wir folgende Definitionen ein:

- D1.** *A-Repräsentant einer Formel A des IAK im KAK* nennen wir die Formel, die man aus A erhält, wenn man alle intuitionistischen Operatoren durch die entsprechenden Operatoren des KAK ersetzt.
- D2.** *P-Repräsentanten einer Formel A des IAK in PT* nennen wir die Formeln, die man aus A erhält, wenn man eine oder mehrere Negationen unmittelbar vor einer Variablen durch $\neg$ ersetzt und alle übrigen Operatoren durch die entsprechenden des KAK .

Es gelten folgende Metatheoreme:

- MT1.** Es gibt im IAK nicht beweisbare Formeln, für die gilt: ihr A-Repräsentant ist im KAK beweisbar und alle ihre P-Repräsentanten sind in PT nicht beweisbar.

Zu diesen Formeln gehören: $\sim p \vee p$, $\sim\sim p \supset p$.

- MT2.** Es gibt im IAK nicht beweisbare Formeln, für die gilt: ihr A-Repräsentant ist im KAK beweisbar und einige ihrer P-Repräsentanten sind in PT beweisbar, andere nicht.

Zu diesen Formeln gehören: $\sim p \supset \sim q \supset (q \supset p)$, $\sim p \supset q \supset (\sim q \supset p)$.

MT3. Es gibt im *IAK* nicht beweisbare Formeln, für die gilt: ihr A-Repräsentant ist im *KAK* beweisbar und alle ihre P-Repräsentanten sind in *PT* beweisbar.

Zu diesen Formeln gehören: $p \supset \sim q \supset p \supset p$, $p \vee (p \supset \sim q)$.

MT4. Es gibt im *IAK* beweisbare Formeln, für die gilt: alle ihre P-Repräsentanten sind in *PT* beweisbar.

Zu diesen Formeln gehören: $\sim p \supset (p \supset q)$, $p \supset \sim \sim p$, $\sim(p \wedge \sim p)$.

MT5. Es gibt im *IAK* beweisbare Formeln, für die gilt: einige ihrer P-Repräsentanten sind in *PT* beweisbar und andere nicht.

Zu diesen Formeln gehören: $p \supset \sim p \supset \sim p$, $p \supset \sim q \supset (q \supset \sim p)$, $\sim \sim \sim p \supset \sim p$.

MT6. Es gibt im *IAK* beweisbare Formeln, für die gilt: alle ihre P-Repräsentanten sind in *PT* nicht beweisbar.

Zu diesen Formeln gehören: $(p \equiv q) \supset (\sim p \equiv \sim q)$, $\sim \sim(p \vee \sim p)$, $\sim(p \vee q) \supset \sim p \wedge \sim q$.

MT1–MT6 verdeutlichen, daß die intuitionistische Negation eine Vermischung von innerer und äußerer Negation ist. Die nichttraditionelle Prädikationstheorie läßt eine differenziertere logische Analyse der von den Intuitionisten aufgeworfenen Problematik zu, ohne die klassische Aussagenlogik einzuschränken.

Auf der Ebene der Quantorenlogik gelangt man zu analogen Ergebnissen bezüglich der intuitionistischen Negation, wenn man die in [7, 8] dargestellte nichttraditionelle Quantorentheorie (*NQT*) zugrunde legt, in der drei Formen des Quantifizierens $\forall x A$, $\neg \forall x A$ und $? \forall x A$ bzw. $\exists x A$, $\neg \exists x A$ und $? \exists x A$ berücksichtigt werden. Da *NQT* axiomatisch nur als Theorie der logischen Folgebeziehung aufgebaut wurde und eine solche Darstellung einen Vergleich mit dem intuitionistischen Quantorenkalkül (*IQK*) erschwert, geben wir hier nur semantische Regeln für Quantoren an, die zu den semantischen Regeln der klassischen Aussagenlogik und der *NTP* hinzugefügt werden [7, 8]:

R7. $\forall x A$ hat den Wert v genau dann, wenn für jedes Individuum y derart, daß $y \rightarrow x$ ($\rightarrow$ ist die Beziehung des Bedeutungseinschlusses von Termini, die folgendermaßen definiert ist: $a \rightarrow b$ genau dann, wenn jeder Gegenstand, der mit a bezeichnet wird, auch mit b bezeichnet wird), gilt: der Ausdruck $A(x/y)$, der das Ergebnis einer korrekten Einsetzung von y für x in A ist, hat den Wert v .

R8. $\neg \forall x A$ hat den Wert v genau dann, wenn für mindestens ein Individuum y derart, daß $y \rightarrow x$, der Ausdruck $A(x/y)$ den Wert f hat.

- R9.** $\forall x A$ hat den Wert v genau dann, wenn $\sim \forall x A \wedge \sim \neg \forall x A$ den Wert v hat.
- R10.** $\forall x A$ hat den Wert f genau dann, wenn $\neg \forall x A \vee \forall x A$ den Wert v hat.
- R11.** $\neg \forall x A$ hat den Wert f genau dann, wenn $\forall x A \vee \forall x A$ den Wert v hat.
- R12.** $\forall x A$ hat den Wert f genau dann, wenn $\forall x A \vee \neg \forall x A$ den Wert v hat.

Für den Quantor $\exists$ erhalten wir die Regeln R13–R18 aus den Regeln R7–R12, indem wir überall $\forall$ durch $\exists$, in R7 die Worte „für jedes“ durch „für mindestens ein“ und in R8 die Worte „für mindestens ein“ durch „für jedes“ ersetzen.

- D3.** *Q-Repräsentant einer Formel A des IQK im klassischen Quantorenkalkül (KQK)* nennen wir die Formel, die man aus A erhält, wenn man alle intuitionistischen Operatoren durch die entsprechenden des *KQK* ersetzt.
- D4.** *NQ-Repräsentanten einer Formel A des IQK in NQT* nennen wir die Formeln, die man aus A erhält, wenn man eine oder mehrere Negationen unmittelbar vor einem Quantor $\forall$ oder $\exists$ durch $\neg$ ersetzt und alle übrigen Operatoren durch die den klassischen entsprechenden der *NQT*.
- MT7.** Es gibt im *IQK* nicht beweisbare Formeln, für die gilt: ihr Q-Repräsentant ist im *KQK* beweisbar und alle ihre NQ-Repräsentanten sind in *NQT* nicht allgemeingültig.

Beispiel: $\forall x A \vee \sim \forall x A, \sim \sim \forall x A \supset \forall x A$.

- MT8.** Es gibt im *IQK* nicht beweisbare Formeln, für die gilt: ihr Q-Repräsentant ist im *KQK* beweisbar und einige ihrer NQ-Repräsentanten sind in *NQT* allgemeingültig und andere nicht.

Beispiel: $\sim \exists x P(x) \supset \forall x \sim P(x) \supset (\sim \forall x \sim P(x) \supset \exists x P(x))$.

- MT9.** Es gibt im *IQK* nicht beweisbare Formeln, für die gilt: ihr Q-Repräsentant ist im *KQK* beweisbar und alle ihre NQ-Repräsentanten sind in *NQT* allgemeingültig.

Beispiel: $\sim \forall x \sim P(x) \supset \exists x P(x), \sim \forall x P(x) \supset \exists x \sim P(x), \forall x \sim \sim P(x) \supset \sim \sim \forall x P(x), \sim \exists x \sim P(x) \supset \forall x P(x)$.

- MT10.** Es gibt im *IQK* beweisbare Formeln, für die gilt: alle ihre NQ-Repräsentanten sind in *NQT* allgemeingültig.

Beispiel: $\sim\exists x P(x) \supset \sim\forall x \sim P(x)$, $\forall x \sim P(x) \supset \sim\exists x P(x)$.

MT11. Es gibt im *IQK* beweisbare Formeln, für die gilt: einige ihrer NQ-Repräsentanten sind in *NQT* allgemeingültig und andere nicht.

Beispiel: $\sim\sim\forall x P(x) \supset \sim\exists x \sim P(x)$, $\sim\sim\exists x P(x) \supset \sim\forall x \sim P(x)$.

MT12. Es gibt im *IQK* beweisbare Formeln, für die gilt: alle ihre NQ-Repräsentanten sind in *NQT* nicht allgemeingültig.

Beispiel: $\sim\sim(\forall x P(x) \vee \sim\forall x P(x))$, $(\forall x P(x) \equiv \forall y Q(y)) \supset (\sim\forall x P(x) \equiv \sim\forall y Q(y))$.

Literatur:

1. Gödel, K.: Eine Interpretation des intuitionistischen Aussagenkalküls. Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums 4(1933), 39–40.
2. Novikov, P.S.: Konstruktivnaja matematičeskaja logika s točki zrenija klassičeskoj. Moskva 1977.
3. Wessel, H.: Ein System der strikten logischen Folgebeziehung. In: Bolck, F. (Hrsg.): „Begriffsschrift“, Jenaer Frege-Konferenz. Wissenschaftliche Beiträge der Friedrich-Schiller-Universität Jena, Jena 1979, 505–518.
4. Wessel, H.: Aussagenlogische Theorie der logischen Folgebeziehung. Deutsche Zeitschrift für Philosophie 12(1980), 1429–1442.
5. Wessel, H.: Vollständigkeit der nichttraditionellen Prädikationstheorie. Deutsche Zeitschrift für Philosophie 11(1982), 1363–1368.
6. Wessel, H.: Logik. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1984.
7. Sinowjew, A., und Wessel, H.: Logische Sprachregeln. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1975.
8. Sinowjew, A.: Logical Physics. Dordrecht, Boston, London 1983.

Kritik der intuitionistischen Logikkonzeption*

1 Schwächen der intuitionistischen Logikkonzeption

Gegen die intuitionistische Logikkonzeption lassen sich verschiedene allgemein philosophische und logische Einwände vorbringen. Obwohl eine ausführliche Behandlung der allgemein philosophischen Argumente gegen die intuitionistische Logikkonzeption der Thematik unseres Symposiums angemessen wäre, geben wir nur kurz einige Richtungen an, in denen eine Kritik der intuitionistischen Konzeption erforderlich ist und wenden uns dann einer rein logischen Problematik zu.

Der erste allgemeine philosophische Einwand betrifft das Verhältnis von Denken und Sprache. Die meisten Vertreter des Intuitionismus stehen in dieser Frage auf offensichtlich dualistischen Positionen. Von ihnen wird zwischen Denken und Sprache eine scharfe Trennungslinie gezogen und ein sprachfreies Denken – was immer das auch sein mag – postuliert, das mit sprachlichen Mitteln nur unvollkommen ausgedrückt werden könne. [4] Mit diesen Auffassungen knüpfen die Intuitionisten insbesondere an die Tradition des deutschen Idealismus (Kant) an. Eine solche dualistische Position ist philosophisch unhaltbar.

Der zweite allgemein philosophische Einwand gegen die intuitionistische Logikkonzeption betrifft das intuitionistische Verständnis logischer Gesetze und Regeln. Die Intuitionisten behaupten, daß die Gültigkeit bzw. Ungültigkeit eines logischen Regelsystems von dem Gegenstandsbereich abhängig sei, über den gesprochen wird. Und dies meinen sie nicht nur in dem Sinne, wie

*Erstveröffentlichung in: *Types of Logical Systems and the Problem of Truth [Logic and its Application]*, Bulgarian Academy of Sciences, Unified Centre for Philosophy and Sociology, Institute of Philosophy „Akad. Todor Pavlov“, Bulgarian-Polish Symposium, Sofia: September 23–27, 1985, Sofia 1988, S. 221–236.

hier auf unserem Symposium eine Abhängigkeit der Logik von der Realität behauptet wurde, sondern die Intuitionisten sind der Auffassung, daß man für verschiedene Gegenstandsbereiche auch verschiedene Logiken verwenden müsse. Sie bestreiten die universelle Gültigkeit logischer Regeln.

Der dritte allgemein philosophische Einwand betrifft das Verhältnis von Logik und Mathematik. Die Intuitionisten sehen die Logik als einen Teilbereich der Mathematik und nicht als deren Vorgängerdisziplin an. Ihrer Auffassung nach sind die grundlegenden mathematischen Begriffsbildungen (Konstruktionen) einfacher als die logischen. Sie gehen dabei aber offensichtlich zirkulär vor. Beispielsweise sehen sie den Begriff des Absurden (Widersprüchlichen, Widersinnigen) als Grundbegriff an. Sie sagen etwa, es sei evident, daß $2 = 1$ absurd sei. Doch diese Evidenz ist illusionär, denn zum Verständnis von etwas Absurdem gehört zumindest ein Verständnis von $A \wedge \sim A$ mit den logischen Operatoren $\wedge$ und $\sim$. Im angegebenen Beispiel benötigt man außerdem eine Definition der natürlichen Zahlen und einen logischen Folgerungsbegriff, um zu erkennen, daß $2 = 1$ nicht gilt.

Wir möchten nun einige rein logische Einwände gegen die intuitionistische Logik anführen.

Der erste logische Einwand geht auf K. Gödel zurück. Gödel wies nach, daß es sich bei der intuitionistischen Logik um eine versteckte epistemische Logik handelt. [2, 7, 12]

Der zweite logische Einwand betrifft die Deutung der intuitionistischen Logik als Theorie der logischen Folgebeziehung. Dabei ergeben sich zwar nicht alle Paradoxien der materialen Implikation wie bei einer solchen Deutung der klassischen Logik, aber die meisten kritischen Einwände gegen die klassische Theorie der Folgebeziehung können auch gegen die intuitionistische Logik vorgebracht werden. (vgl. [9, 10])

Der dritte logische Einwand betrifft das intuitionistische Verständnis der Negation, und wir beschäftigen uns mit diesem Einwand ausführlicher. Um diesen Einwand verständlich zu machen, müssen wir zunächst die Grundlagen einer nichttraditionellen Prädikationstheorie darstellen.

2 Intuitive Grundlagen der nichttraditionellen Prädikationstheorie

In den Arbeiten [8, 11, 12] ist eine nichttraditionelle Prädikationstheorie dargestellt, die es gestattet, einige Einschränkungen der intuitionistischen Logik gegenüber der klassischen verständlich zu machen. Diese Prädikationstheorie berücksichtigt die in der Sprachpraxis auftretenden Fälle, daß ein Prädi-

kat einem Subjekt weder zugesprochen noch abgesprochen wird. Wenn wir einfache Aussagen, in denen einem Subjekt s ein Prädikat P zugesprochen wird, durch Schemata der Form $s \leftarrow P$, und einfache Aussagen, in denen s ein Prädikat P abgesprochen wird, durch Schemata der Form $s \not\leftarrow P$ darstellen, so erschöpfen zumindest in folgenden Fällen die beiden Aussagen $s \leftarrow P$ und $s \not\leftarrow P$ nicht alle Möglichkeiten und zeigen, daß die häufig sowohl bei klassischen als auch bei intuitionistischen Logikern anzutreffende Identifikation von $s \not\leftarrow P$ und der aussagenlogischen Negation $\sim(s \leftarrow P)$ fehlerhaft ist: 1. Wenn die Bedeutung des Prädikats P für Subjekte des Typs s nicht festgelegt ist (z. B. „Der Mond ist ehrlich“), so gilt $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$. 2. Wenn die sinnvolle Verwendung von $s \leftarrow P$ und $s \not\leftarrow P$ die Gültigkeit einer anderen Aussage A voraussetzt (z. B. „N hat aufgehört, seine Frau zu schlagen.“), so ist der Fall $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$ möglich, falls $\sim A$ gilt. 3. Wenn zum gegenwärtigen Zeitpunkt oder prinzipiell nicht feststellbar ist, ob $s \leftarrow P$ oder $s \not\leftarrow P$ gilt, so gilt ebenfalls $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$ (z. B. „In der Dezimalentwicklung von π kommt die Null 10^{10} mal hintereinander vor.“). 4. Wenn ein mit s bezeichneter Gegenstand nicht existiert, so gilt $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$ (z. B. „Gott ist gütig.“).

Anstelle von $(s \leftarrow P)$ schreiben wir im weiteren $P(s)$ (oder einfach p), anstelle von $(s \not\leftarrow P)$ schreiben wir $\neg P(s)$ (oder $\neg p$), und anstelle von $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$ schreiben wir $?P(s)$ (oder $?p$). Das Symbol $\neg$ nennen wir *innere Negation*, im Unterschied zur aussagenlogischen Negation $\sim$, die auch *äußere Negation* genannt wird. Die innere Negation $\neg$ ist kein selbständiger Operator, selbständiger Operator ist der Operator des Absprechens $\not\leftarrow$, und $\neg P(s)$ ist nur eine andere Schreibweise für $s \not\leftarrow P$.

Wir ergänzen das Alphabet der Aussagenlogik um folgende Symbole:

1. $s, s_1, s_2, \dots$ – Subjektvariablen;
 2. $P, Q, R, P^1, Q^1, R^1, \dots$ – Prädikatenvariablen;
 3. $\neg$ – innere Negation;
 4. $?$ – Unbestimmtheitszeichen
- D1.** Prädikatformel: Wenn $x_1, \dots, x_n$ Subjektvariablen sind und f eine n -stellige Prädikatenvariable ist, so sind $f(x_1, \dots, x_n)$ und $\neg f(x_1, \dots, x_n)$ Prädikatformeln.
- D2.** Formel der Prädikationstheorie: Eine Definition einer Formel der Prädikationstheorie erhalten wir, wenn wir in einer aussagenlogischen Formeldefinition überall den Ausdruck „aussagenlogische Formel“ durch „Formel der Prädikationstheorie“ ersetzen und außerdem Punkt 1 durch folgenden:

1. Aussagenvariablen und Prädikatformeln sind Formeln der Prädikationstheorie.

Wir vereinbaren folgende Abkürzungen: Für eine Gruppe von Subjektvariablen $(x_1, \dots, x_n)$ schreiben wir a und setzen voraus, daß in $f(a)$ und $\neg f(a)$ f ein n -stelliges Prädikat ist.

D3. $?f(a) \equiv_{Def} \sim f(a) \wedge \sim \neg f(a)$

D4. Zwei Formeln der Form A und $\neg A$ nennen wir zueinander *konträre Formeln*.

3 Semantik der nichttraditionellen Prädikationstheorie

Entsprechend unseren intuitiven Ausgangsüberlegungen über einfache Aussagen fügen wir den semantischen Regeln der klassischen Aussagenlogik folgende zusätzliche semantische Regeln der nichttraditionellen Prädikationstheorie hinzu:

- R1.** Prädikatformeln werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln verschieden genau dann, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
- R2.** Wenn A den Wert v , so hat $\neg A$ den Wert f .
- R3.** Wenn $\neg A$ den Wert v , so hat A den Wert f .
- R4.** Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- R5.** Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.
- R6.** $?A$ ist äquivalent mit $\sim A \wedge \sim \neg A$.

Die Termini *Tautologie*, *Kontradiktion*, *erfüllbare Formel*, *logisch indeterminate Formel* verwenden wir wie in der Aussagenlogik. Die nichttraditionelle Prädikationstheorie ist bezüglich der angegebenen Semantik entscheidbar.

4 Axiomatischer Aufbau der nichttraditionellen Prädikationstheorie

Neben den Ergänzungen zum Alphabet und zur Formeldefinition fügen wir einem widerspruchsfreien und vollständigen axiomatischen Aufbau der Aussagenlogik folgendes Axiomenschema hinzu:

- A1.** $\sim(f(a) \wedge \neg f(a))$, wobei a eine Subjektvariable oder eine Gruppe von n Subjektvariablen und f entsprechend eine einstellige oder n -stellige Prädikatenvariable ist.

In [11] wurden folgende Metatheoreme für diese Axiomatisierung der nichttraditionellen Prädikationstheorie bewiesen:

- MT1.** Das Axiomensystem ist semantisch widerspruchsfrei.
- MT2.** Wenn eine Formel A eine Tautologie der nichttraditionellen Prädikationstheorie ist, so ist A im angegebenen Axiomensystem beweisbar. (Vollständigkeit)

5 Logische Analyse einiger intuitionistischer Argumentationen

In seiner Arbeit „Intuitionistische Zerlegung mathematischer Grundbegriffe“ behandelt L. E. J. Brouwer „einige Konsequenzen der intuitionistischen These, die aussagt, daß die unbeschränkte Gültigkeit des logischen Satzes vom ausgeschlossenen Dritten nur für solche Teile der Mathematik besteht, die sich innerhalb eines bestimmten endlichen mathematischen Systems abspielen, mithin auch nur für solche Teile der Naturwissenschaft, auf die sich ein bestimmtes endliches mathematisches System projizieren läßt.“ [1, S. 275]

In einer Fußnote zu diesem Text äußert Brouwer, daß der Glaube an die unbeschränkte Anwendbarkeit des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten beim Studium der Naturgesetze den Glauben an die Endlichkeit und an den atomistischen Aufbau der Welt impliziere. In diesen Thesen kommen bestimmte philosophische Auffassungen von Brouwer zum Ausdruck, die meines Erachtens nicht haltbar sind. Einerseits spricht sich Brouwer gegen die Universalität logischer Gesetze und Regeln aus und vertritt die Konzeption von sogenannten bereichsspezifischen Logiken, andererseits sieht er logische Regeln nicht als Sprachregeln an, sondern postuliert eine unbegründete Abhängigkeit von logischen Regeln und ontologischen Annahmen. Wir wollen hier nicht mit diesen philosophischen Positionen polemisieren, sondern nur darauf hin-

weisen, daß sie nicht begründet sind und sich negativ auf die Lösung der von den Intuitionisten aufgeworfenen logischen Probleme ausgewirkt haben. (vgl. [8, 12])

Seine Argumentation gegen die Gültigkeit des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten führt Brouwer wie folgt: „Wir erläutern zunächst die Ungültigkeit des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten in der Unendlichkeitsmathematik an einem Beispiel: Nennen wir eine reelle Zahl g *rational*, wenn zwei solche ganze Zahlen p und q bestimmt werden können, daß $g = \frac{p}{q}$, und *irrational*, wenn die Annahme der Rationalität von g ad absurdum geführt werden kann, so müßte nach dem Satz vom ausgeschlossenen Dritten jede reelle Zahl entweder rational oder irrational sein.“ [1, S. 276]

Anschließend definiert Brouwer eine Zahl r , für die gilt: r ist weder rational, noch irrational. Die Einzelheiten der Definition von r sind in unserem Zusammenhang uninteressant, wichtig ist nur, daß sich die Zahl r nicht effektiv angeben läßt, weil in ihrer Definition davon Gebrauch gemacht wird, ob und an welchen Stellen in der Dezimalentwicklung von π die Ziffernfolge 0123456789 vorkommt oder nicht. In der Fußnote zu diesem Text gibt Brouwer gleich noch ein analoges Beispiel, das seiner Ansicht nach das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten widerlegt. Er nennt eine Zahl g *mit 0 vergleichbar*, wenn entweder $g > 0$ oder $g \leq 0$ gilt, und *mit 0 unvergleichbar*, wenn die Annahme, daß g mit 0 vergleichbar wäre, ad absurdum geführt werden kann. Für die von Brouwer definierte Zahl r gilt dann wieder, daß sie weder mit 0 vergleichbar, noch mit 0 unvergleichbar ist, da man weder angeben kann, daß $r > 0$ noch $r \leq 0$ gilt, noch diese Annahme ad absurdum führen kann.

Viele andere von den Intuitionisten angeführte Beispiele gegen die Gültigkeit des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten haben eine ähnliche logische Struktur wie die angegebenen.

Die von Brouwer konstruierten Beispiele sind meines Erachtens korrekt. Von der durch Brouwer definierten Zahl r kann man weder begründet sagen, daß sie rational, noch daß sie irrational sei, weder daß sie mit 0 vergleichbar, noch daß sie mit 0 unvergleichbar sei. Und doch enthält die Brouwersche Argumentation einen logischen Fehler. Der Begründer des Intuitionismus wendet sich gegen die Gültigkeit des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten, formuliert dieses aber nicht explizit. Es lassen sich jedoch verschiedene Formulierungen des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten angeben, unter ihnen zumindest die folgenden:

1. Für jede beliebige Aussage A gilt: $A \vee \sim A$.
2. Für ein beliebiges Subjekt s und ein beliebiges Prädikat P gilt stets:
 $(s \leftarrow P) \vee (s \not\leftarrow P)$.

Würden wir die Ergebnisse der Termintheorie berücksichtigen, die mehrere Negationen von Prädikaten zuläßt, so ließen sich noch andere Formulierungen des Satzes vom ausgeschlossenen Dritten angeben, die aber meines Erachtens jeweils mit einer der angegebenen Formulierungen äquivalent sind.

Brouwers Einwände gegen das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten betreffen ausschließlich die Formulierung 2 und berühren in keiner Weise die Gültigkeit des aussagenlogischen Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten (Formulierung 1). In seinen Beispielen geht es darum, daß nicht für jedes Subjekt und jedes Prädikat gilt: entweder das betreffende Prädikat wird dem Subjekt zugesprochen oder abgesprochen, sondern daß der Fall möglich ist, daß das betreffende Prädikat einem Subjekt weder zugesprochen noch abgesprochen wird. Insofern sprechen alle von Brouwer angeführten Beispiele für die von uns dargestellte nichttraditionelle Prädikationstheorie. In dieser Prädikationstheorie ist die Formel $(s \leftarrow P) \vee (s \not\leftarrow P)$ natürlich auch keine Tautologie.

Ein logischer Fehler unterläuft den Intuitionisten erst dann, wenn sie implizit oder explizit $(s \not\leftarrow P)$ mit $\sim(s \leftarrow P)$ identifizieren, d. h., wenn sie nicht berücksichtigen, daß es sich hier um zwei verschiedene Formen der Negation handelt. Meist sind sich die Intuitionisten – wie auch viele klassische Logiker – dieser falschen Identifikation gar nicht bewußt. Explizit wird diese Identifikation bei P. Lorenzen vorgenommen. Er definiert die äußere Negation, die sich auf den ganzen Satz bezieht, wie folgt mit Hilfe der inneren Negation (wir verwenden unsere Symbolik) [6, S. 88]:

$$\sim(s \leftarrow P) \equiv_{Def} s \not\leftarrow P$$

$$\sim(s \not\leftarrow P) \equiv_{Def} s \leftarrow P.$$

Von den klassischen Logikern sei hier F. v. Kutschera erwähnt, der eine Teilproblematik der nichttraditionellen Prädikationstheorie durchaus richtig erkannt hat. Er schreibt: „Werden für alle Variablen eines Prädikates Eigennamen eingesetzt, so bezeichnen wir das Resultat dieser Einsetzung als *Instanz* des Prädikates. Es bedeutet nun für die Zwecke der Logik eine wesentliche Vereinfachung, wenn man fordert, daß alle Instanzen der Prädikate Sätze sind. Diese Forderung bezeichnen wir auch als *Totalitätsforderung* für Prädikate. Sie ist in der Umgangssprache nicht erfüllt ... Aber man kann aus solchen unvollständig erklärten Prädikaten immer auf einfache Weise total definierte Prädikate gewinnen, indem man festsetzt, daß alle ursprünglich bedeutungslosen Instanzen des Prädikates nun falsche Sätze sein sollen.“ [5, S. 113]

Offenbar meint v. Kutschera hier solche Fälle, wie sie von uns im ersten Beispiel des Abschnittes 2 angegeben werden, d. h. Fälle, in denen die Be-

deutung eines Prädikates P für Subjekte des Typs s nicht festgelegt ist. Die Beschreibung einer solchen Situation ist bei Kutschera durchaus korrekt. In einem solchen Fall müssen wir sowohl $s \leftarrow P$ als auch $s \not\leftarrow P$ als falsch ansehen, folglich müssen wir aber $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$ als wahr ansehen. Und für solche Fälle müssen wir zusätzlich zur klassischen Aussagenlogik ein logisches Regelsystem angeben. Diese Konsequenz zieht v. Kutschera nicht. Außerdem möchten wir ergänzen, daß die von v. Kutschera beschriebene Situation nicht nur in der Umgangssprache auftritt, sondern auch in den Wissenschaftssprachen, und daß die von uns behandelten anderen Fälle der Unbestimmtheit zu analogen Konsequenzen führen. Doch wenden wir uns wieder der intuitionistischen Logik zu. Da die Intuitionisten nicht zwischen innerer und äußerer Negation unterscheiden, verwerfen sie auch das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten in der Form $p \vee \sim p$ und andere Tautologien der klassischen Aussagenlogik. Im Ergebnis erhalten sie ein von der klassischen Logik grundverschiedenes Logiksystem mit anderen als den klassischen Operatoren, insbesondere mit einer anderen Negation, die eine Vermischung von innerer und äußerer Negation ist.

Zu den Unterschieden zwischen klassischer und intuitionistischer Negation schreibt A. Heyting: „Streng gesagt, müssen wir genau unterscheiden zwischen der Verwendung von ‚nicht‘ in der Mathematik und in der gewöhnlichen Sprache nichtmathematischer Erörterungen. In mathematischen Behauptungen kann keine Unbestimmtheit entstehen; ‚nicht‘ hat immer einen genauen Sinn. ‚Das Urteil p ist nicht wahr‘ oder ‚das Urteil p ist falsch‘ bedeutet ‚wenn wir die Wahrheit von p annehmen, so gelangen wir zu einem Widerspruch‘.“ [3] Weiter schreibt Heyting, daß sich jede mathematische Behauptung in der Form ausdrücken ließe: „Ich habe gedanklich die Konstruktion A durchgeführt.“ Die mathematische Negation dieser Behauptung hingegen läßt sich wie folgt ausdrücken: „Ich habe gedanklich die Konstruktion B durchgeführt, die die Annahme zum Widerspruch führt, daß sich die Konstruktion A vollenden läßt.“ Im Unterschied zur mathematischen ist die faktische Negation der ersten Behauptung: „Ich habe gedanklich die Konstruktion von A nicht durchgeführt.“

Diese Unterscheidung von mathematischer und faktischer Negation halten wir nicht für zweckmäßig. Ihr liegt die Auffassung von der Notwendigkeit sogenannter bereichsspezifischer Logiken zugrunde. In der Konsequenz führt diese Konzeption zu einer Auflösung der Logik als eigenständiger Wissenschaft. Es gibt dann keine einheitliche Logik mehr, sondern es gibt gesonderte Logiken der Mikrophysik und der Makrophysik, eine Logik endlicher und eine Logik unendlicher Bereiche, eine Logik der Philosophie und eine Logik der Religion usw. Außerdem steht diese Konzeption vor folgendem Dilemma: Um zu wissen, welche der konkurrierenden Logiken verwendet werden kann,

muß man den Bereich kennen (eine Beschreibung des Bereiches haben), über den gesprochen werden soll, die Beschreibung dieses Bereiches setzt aber ihrerseits eine Logik voraus. Man kommt also weder zu einer Beschreibung des betreffenden Bereiches, noch weiß man, welche Logik man verwenden soll.

Analoge Situationen wie die in der Mathematik beschriebenen treten auch in anderen Wissensbereichen auf. Genannt sei nur die philosophische Frage, ob das Universum endlich oder unendlich ist. Es besteht also das Erfordernis, ein bereichsunabhängiges logisches Regelsystem zu entwerfen, das es gestattet, solche Situationen zu erfassen. Unseres Erachtens erfüllt die oben dargestellte nichttraditionelle Prädikationstheorie diese Aufgabe.

6 Nichttraditionelle Prädikationstheorie (*PT*) und intuitionistische Aussagenlogik (*IAK*)

Eine inhaltliche logische Analyse der von den Intuitionisten angeführten scheinbaren Gegenbeispiele gegen bestimmte Gesetze der klassischen Logik ergibt, daß von ihnen fälschlicherweise $(s \not\leftarrow P)$ mit $\sim(s \leftarrow P)$ identifiziert wird. Da auch intuitionistisch $\sim p \equiv \sim\sim p$ gilt, betreffen die Unterschiede zwischen der intuitionistischen und der klassischen Negation nur die Negationen, die unmittelbar vor Aussagenvariablen stehen. Das legt die Vermutung nahe, daß folgende Beziehung gilt: Eine in der klassischen Logik beweisbare Formel mit Negationen, in der man alle unmittelbar vor Aussagenvariablen stehenden äußeren Negationen $\sim$ durch innere Negationen $\neg$ ersetzt, ist in *PT* genau dann beweisbar, wenn die ursprüngliche Formel im *IAK* beweisbar ist. Diese Vermutung trifft allerdings nicht zu. Der folgende Vergleich der *PT* mit dem *IAK* bezüglich der Negationen ergibt, daß die intuitionistische Negation eine Vermischung von $\sim$ und $\neg$ ist.

Zur Abkürzung unserer Redeweise führen wir folgende Definitionen ein:

- D1.** *A-Repräsentant einer Formel A des IAK im klassischen Aussagenkalkül (KAK)* nennen wir die Formel, die man aus *A* erhält, wenn man alle intuitionistischen Operatoren durch die entsprechenden Operatoren des *KAK* ersetzt.
- D2.** *P-Repräsentanten einer Formel A des IAK in PT* nennen wir die Formeln, die man aus *A* erhält, wenn man eine oder mehrere Negationen unmittelbar vor einer Variablen durch $\neg$ ersetzt und alle übrigen Operatoren durch die entsprechenden des *KAK*.

Es gelten folgende Metatheoreme:

MT1. Es gibt eine Gruppe von im *IAK* nicht beweisbaren Formeln, für die gilt: ihr A-Repräsentant ist im *KAK* beweisbar, und alle ihre P-Repräsentanten sind in *PT* nicht beweisbar.

Zu diesen Formeln gehören:

$$\begin{array}{ll}
 \sim p \vee p, & \sim \sim p \supset p, \\
 p \supset q \supset \sim p \vee q, & \sim(p \wedge \sim q) \supset (p \supset q), \\
 \sim(\sim p \wedge \sim q) \supset p \vee q, & \sim p \supset q \supset p \vee q, \\
 \sim(\sim p \vee \sim q) \supset p \wedge q, & \sim(p \supset \sim q) \supset p \wedge q, \\
 \sim(p \wedge q) \supset \sim p \vee \sim q. &
 \end{array}$$

MT1 macht verständlich, warum die Intuitionisten, nachdem sie $s \not\vdash P$ mit $\sim(s \leftarrow P)$ identifizierten, die betreffenden Gesetze der klassischen Logik verwerfen.

MT2. Es gibt eine Gruppe von im *IAK* nicht beweisbaren Formeln, für die gilt: ihr A-Repräsentant ist im *KAK* beweisbar, und einige ihrer P-Repräsentanten sind in *PT* beweisbar, andere nicht.

Zu diesen Formeln gehören:

$$\begin{array}{ll}
 \sim p \supset \sim q \supset (q \supset p), & \sim p \supset q \supset (\sim q \supset p), \\
 (\sim p \supset q) \supset (\sim p \supset \sim q \supset p). &
 \end{array}$$

Die entsprechenden beweisbaren P-Repräsentanten sind:

$$\begin{array}{ll}
 \sim p \supset \neg q \supset (q \supset p), & \sim p \supset q \supset (\neg q \supset p) \quad \text{und} \\
 (\sim p \supset q) \supset (\sim p \supset \neg q \supset p). &
 \end{array}$$

Nicht beweisbar in *PT* sind die folgenden Formeln:

$$\begin{array}{ll}
 \neg p \supset \neg q \supset (q \supset p), & \neg p \supset \sim q \supset (q \supset p), \\
 \neg p \supset q \supset (\neg q \supset p), & \neg p \supset q \supset (\sim q \supset p), \\
 (\neg p \supset q) \supset (\neg p \supset \neg q \supset p), & \neg p \supset q \supset (\neg p \supset \sim q \supset p), \\
 \neg p \supset q \supset (\sim p \supset \sim q \supset p), & \sim p \supset q \supset (\neg p \supset \sim q \supset p), \\
 \sim p \supset q \supset (\neg p \supset \neg q \supset p). &
 \end{array}$$

Interessant ist, daß die P-Repräsentanten, bei denen alle Negationen $\sim$ vor Variablen durch $\neg$ ersetzt sind, in PT nicht gelten. Insofern „erklärt“ auch MT2 die intuitionistische Einschränkung der klassischen Logik.

MT3. Es gibt eine Gruppe von im IAK beweisbaren Formeln, für die gilt: alle ihre P-Repräsentanten sind in PT beweisbar.

Zu diesen Formeln gehören:

$$\begin{array}{ll}
 \sim p \supset (p \supset q), & p \supset (\sim p \supset q), \\
 p \supset \sim \sim p, & \sim(p \wedge \sim p), \\
 \sim p \wedge p \supset q, & \sim p \vee q \supset (p \supset q), \\
 p \supset q \supset \sim(p \wedge \sim q), & p \vee q \supset (\sim p \supset q), \\
 p \vee q \supset \sim(\sim p \wedge \sim q), & p \wedge q \supset \sim(\sim p \vee \sim q), \\
 p \wedge q \supset \sim(p \supset \sim q), & \sim p \vee \sim q \supset \sim(p \wedge q), \\
 \sim p \wedge \sim q \supset \sim(p \vee q). &
 \end{array}$$

MT3 zeigt, daß die aufgezählten Formeln selbst dann gültig sind, wenn man $\sim$ vor Variablen durch $\neg$ ersetzt.

MT4. Es gibt eine Gruppe von im IAK beweisbaren Formeln, für die gilt: einige ihrer P-Repräsentanten sind in PT beweisbar und andere nicht.

Zu diesen Formeln gehören:

$$\begin{array}{ll}
 p \supset \sim p \supset \sim p, & p \supset \sim q \supset (q \supset \sim p), \\
 p \supset q \supset (p \supset \sim q \supset \sim p), & p \supset q \supset (\sim q \supset \sim p), \\
 \sim \sim \sim p \supset \sim p, & \sim \sim(p \supset q) \supset (\sim \sim p \supset \sim \sim q).
 \end{array}$$

In PT beweisbar sind die Formeln

$$\begin{array}{ll}
 p \supset \neg p \supset \sim p, & p \supset \neg q \supset (q \supset \sim p), \\
 p \supset q \supset (p \supset \neg q \supset \sim p), & p \supset q \supset (\neg q \supset \sim p), \\
 \sim \sim \neg p \supset \sim p, & \sim \sim \neg p \supset \neg p, \\
 \sim \sim(p \supset q) \supset (\sim \sim p \supset \sim \neg q). &
 \end{array}$$

Hingegen sind die folgenden Formeln nicht in PT beweisbar:

$$\begin{array}{ll}
 p \supset \sim p \supset \neg p, & p \supset \neg p \supset \neg p, \\
 p \supset \neg q \supset (q \supset \neg p), & p \supset \sim q \supset (q \supset \neg p),
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
p \supset q \supset (p \supset \sim q \supset \neg p), & p \supset q \supset (p \supset \neg q \supset \neg p), \\
p \supset q \supset (\neg q \supset \neg p), & p \supset q \supset (\sim q \supset \neg p), \\
\sim \sim \sim p \supset \neg p, & \sim \sim (p \supset q) \supset (\sim \neg p \supset \sim \neg q), \\
\sim \sim (p \supset q) \supset (\sim \neg p \supset \sim \sim q). &
\end{array}$$

MT5. Es gibt eine Gruppe von im *IAK* beweisbaren Formeln, für die gilt: alle ihre P-Repräsentanten sind in *PT* nicht beweisbar.

Zu diesen Formeln gehören:

$$\begin{array}{ll}
\sim(p \vee q) \supset \sim p \wedge \sim q, & \sim \sim(p \vee \sim p), \\
(p \equiv q) \supset (\sim p \equiv \sim q), & \sim \sim p \wedge \sim \sim q \supset \sim \sim(p \wedge q).
\end{array}$$

MT4 und MT5 zeigen, daß die Intuitionisten nicht konsequent sind. Wenn sie $s \not\leftarrow P$ und $\sim(s \leftarrow P)$ identifizieren, müßten sie noch mehr Formeln der klassischen Logik verwerfen. Zumindest ergibt sich hieraus die Möglichkeit zu neuen Varianten der intuitionistischen Logik.

Im Rahmen der nichttraditionellen Prädikationstheorie läßt sich das Anliegen der Intuitionisten allerdings ohne jede Einschränkung der klassischen Aussagenlogik realisieren, und sie ermöglicht eine differenziertere Analyse der von den Intuitionisten aufgeworfenen logischen Problematik.

Literatur:

1. Brouwer, L. E. J., Collected Works, vol. 1, Philosophy and Foundations of Mathematics, Edited by A. Heyting, Amsterdam/New York/Oxford 1975
2. Gödel, K., Eine Interpretation des intuitionistischen Aussagenkalküls, in: Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums, 4, 1933
3. Heyting, A., Intuitionism. An Introduction. Amsterdam 1956 (russische Ausgabe: Moskau 1965)
4. Heyting, A., Intuitionistic Views on the Nature of Mathematics, Synthese. An International Journal for Epistemology, Methodology and Philosophy of Science, 27, 1974, S. 79–91, Wiederabdruck in: Thiel, Ch., Erkenntnistheoretische Grundlagen der Mathematik, Hildesheim 1982
5. Kutschera, F. v., Elementare Logik, Wien/New York 1967
6. Lorenzen, P., Formale Logik, Berlin 1967

7. Novikov, P. S., Konstruktivnaja matematičeskaja logika s točki zrenija klassičeskoj, Moskva 1977
8. Wessel, H., Logik und Philosophie, Berlin 1976
9. Wessel, H., Ein System der strikten logischen Folgebeziehung, in: „Begriffsschrift“, Jenaer Frege-Konferenz, Wissenschaftliche Beiträge der Friedrich-Schiller-Universität Jena, 1979
10. Wessel, H., Aussagenlogische Theorie der logischen Folgebeziehung, Deutsche Zeitschrift für Philosophie, 12/1980
11. Wessel, H., Vollständigkeit der nichttraditionellen Prädikationstheorie, Deutsche Zeitschrift für Philosophie, 11/1982
12. Wessel, H., Logik, Berlin 1983

Universalitäts- oder Toleranzprinzip in der Logik? Kritische Bemerkungen zu sogenannten alternativen Logiken^{1*}

Die Wissenschaft der Logik nahm in unserem Jahrhundert einen stürmischen Aufschwung. Durch ihre technischen Anwendungen in der Computertechnik greift sie unmittelbar in die Gestaltung unseres gesellschaftlichen Lebens ein. Erfolgreich dehnt die Logik in der Forschung ihren Gegenstandsbereich aus. Es entstehen ständig neue Zweige der Logik, und selbst der Logiker hat es schwer, einen Überblick zu behalten. Im Umfang der behandelten Problematik und in der Präzision ihrer Forschungsmethoden hat sich die Logik zu einer eigenständigen Wissenschaftsdisziplin entwickelt. Damit ist bei einer Reihe von Logikern das Bestreben verbunden, die Logik ganz oder teilweise von ihrem historisch gewachsenen Mutterboden, der Philosophie, zu lösen. Meines Erachtens ist die Logik aber auch gegenwärtig eine philosophische Disziplin. Die philosophische Relevanz der Logik hat durch ihre rasche Entwicklung in den letzten hundert Jahren nicht ab-, sondern zugenommen, und die philosophischen Fragestellungen in der Logik sind nicht weniger geworden, sondern haben sich vervielfacht.

Durch die antiphilosophische Haltung einiger Logiker begünstigt, besteht gegenwärtig in der Logik eine Tendenz zum logischen Chaos. Man glaubt, einige logische Gesetze und Regeln einfach außer Kraft setzen und sie durch andere ersetzen zu können. Wurden solche Angriffe auf die Einheit und Uni-

¹Überarbeitete Fassung eines Vortrages, der im November 1986 an den Universitäten Erlangen, Konstanz, Heidelberg, Essen und Göttingen gehalten wurde.

*Erstveröffentlichung in: *Informationsbulletin. Aus dem philosophischen Leben der DDR*, Jg. 23 (1987), Heft 11, S. 5–20.

versalität der Logik in der Vergangenheit nur von einzelnen Philosophen (z. B. von Hegel) vorgetragen, so werden sie heute von einigen Logikern selbst mit allen Raffinessen der Logik geführt.

Von einigen Logikern wird die klassische Logik verworfen, und an ihre Stelle werden sogenannte alternative Logiken gesetzt.

Ich möchte mich hier mit zwei solchen alternativen Logikkonzepten beschäftigen, nämlich mit der intuitionistischen und der parakonsistenten Logik.

Doch bevor ich mich kritisch mit diesen Logikkonzepten befasse, sei einiges zu dem sogenannten Toleranzprinzip gesagt, das gewissermaßen den philosophischen Hintergrund für alternative Logikkonzepte bildet.

Die prägnanteste Formulierung erhielt das Toleranzprinzip wohl durch R. Carnap in seiner Arbeit „Logische Syntax der Sprache“. Nachdem er einige negative Forderungen von Brouwer, Kaufmann und Wittgenstein beschrieben hat, durch die gewisse übliche Sprachformen – Ausdrucksweisen und Schlußweisen – ausgeschaltet werden sollen, gibt er seiner Einstellung zu solchen Forderungen allgemein folgenden Ausdruck: „Wir wollen nicht Verbote aufstellen, sondern Festsetzungen treffen. Einige der bisherigen Verbote haben das historische Verdienst, daß sie auf wichtige Unterschiede nachdrücklich aufmerksam gemacht haben. Aber solche Verbote können durch eine definitorische Unterscheidung ersetzt werden.“ (4, S. 44–45). Und weiter: „In der Logik gibt es keine Moral. Jeder mag seine Logik, d.h. seine Sprachform, aufbauen wie er will. Nur muß er, wenn er mit uns diskutieren will, deutlich angeben, wie er es machen will, syntaktische Bestimmungen geben anstatt philosophischer Erörterungen“ (ebenda, S. 45).

Carnap gab diesem Prinzip seinen eingängigen Namen *Toleranzprinzip*, weist aber darauf hin, daß es von Karl Menger zuerst formuliert wurde. In seinen „Selected Papers in Logic and Foundations, Didactics, Economics“ gibt dieser in einem einleitenden Abschnitt unter dem Titel „Logical Tolerance in the Vienna Circle“ eine ausführlichere Charakteristik dieses Prinzips und skizziert kurz seine Geschichte. Menger hatte mehrere Jahre mit L. E. J. Brouwer zusammengearbeitet, und es ist offensichtlich, daß die Konkurrenzsituation zwischen der klassischen Logik, die im Grundlagenstreit der Mathematik vor allem von Hilbert und seiner Schule – den sogenannten Formalisten – vertreten wurde und der intuitionistischen Logikkonzeption (von einer intuitionistischen Logik kann man ja zu dieser Zeit noch nicht sprechen) der Hauptgrund für die Formulierung des Toleranzprinzips war. Menger berichtet, daß er im Frühjahr 1927 am Schluß seines intuitionistisch-formalistischen Wörterbuches der Mengenlehre, in dem viele Brouwersche Begriffsbildungen mit denen der klassisch orientierten Mengenlehre verglichen und Übersetzungsvorschläge gemacht wurden, hervorgehoben hat, daß

das Wort „Konstruktivität“ wahrscheinlich auf verschiedene Weise und in verschiedenen Graden definiert werden kann. Diese Idee wurde von Menger in seinen Aufsatz „Der Intuitionismus“ weiter ausgebaut, und er faßt sie wie folgt zusammen:

1. Für jede der verschiedenen Versionen der Konstruktivität läßt sich eine korrespondierende Mathematik, lassen sich insbesondere auch Systeme, die noch stärker beschränkt sind als die intuitionistische Mathematik, entwickeln. Die spätere Entwicklung der intuitionistischen Logik und Mathematik hat Mengers Voraussage in diesem Punkt bestätigt. Heute gibt es innerhalb des Intuitionismus und Konstruktivismus die verschiedensten Strömungen, sowohl bezüglich der verwendeten Logik als auch bezüglich des Konstruktivitätsbegriffs.
2. Das Beharren auf *einer* speziellen Idee der Konstruktivität, die Auszeichnung der entsprechenden Entwicklungen als sinnvoll und die Verwerfung von transzendierenden Ergebnissen als sinnlos, haben nicht den geringsten kognitiven Inhalt und müssen von der Logik und Mathematik in die Biographie des Proponenten verwiesen werden. Menger nennt diese Auffassung ein *Toleranzprinzip zweiter Ordnung*, das eine Toleranz durch doppelte Negation ausdrückt. Da man über keinen klaren Begriff von „sinnvoll“ verfügt, ist die Auszeichnung eines speziellen Konstruktivitätsbegriffs als allein sinnvoll dogmatisch und muß ihrerseits verworfen werden.
3. Sache der Mathematik und Logik ist ausschließlich die Frage nach den Aussagen, in die bestimmte andere Aussagen nach bestimmten Regeln umgeformt werden können, während die Begründung der Aussagen und Umformungsregeln durch einen Appell an die Intuition „nichts als leere Worte sind“. Menger nennt diese Auffassung den *implikationistischen Standpunkt*. In seinem Artikel „Die neue Logik“ (1932) entwickelt er diese Ideen weiter und unterstreicht:
4. Die echte Aktivität des Mathematikers besteht in der Umformung von Aussagen, die auf verschiedenen Wegen ausgewählt sein können, aber klar angegeben sein müssen, in andere Aussagen mit Hilfe von Umformungsregeln, die auf verschiedenen Wegen ausgewählt werden können, aber klar angegeben sein müssen.
5. Diese einfache Tatsachenfeststellung ist alles, was Mathematik und Logik über diese Aktivität sagen können, die eine Begründung weder benötigt noch einer Begründung fähig ist.

Soweit die Formulierung des Mengerschen Toleranzprinzips. Bevor wir uns kritisch mit ihm auseinandersetzen, seien noch einige historische Anmerkungen gemacht, die sich im wesentlichen auch auf Mengers Ausführungen stützen. 1927 kam Menger als Professor für Geometrie nach Wien, nachdem er zwei Jahre lang als Dozent an der Universität Amsterdam zusammen mit Brouwer gearbeitet hatte. Er war stark von Brouwer beeinflusst, obwohl er in dieser Zeit dabei war, sich von dessen Auffassungen zu lösen. Er beteiligte sich an den Beratungen des Wiener Kreises um M. Schlick. Wohl unter dem Einfluß von L. Wittgenstein sprachen Schlick, Carnap, F. Waismann und auch H. Hahn ständig von *der Sprache* und *der Logik*. Menger, damals wohl einer der besten Kenner sowohl der intuitionistischen als auch der formalistischen und logizistischen Richtung im Grundlagenstreit der Mathematik, stellt diese Einheit *der Sprache* und *der Logik* in Frage und vertritt die Gedanken seines Toleranzprinzips. Anfangs waren alle Mitglieder des Wiener Kreises, mit Ausnahme von K. Gödel, der Mengers Ansichten mit „einem Kopfnicken“ unterstützte, gegen die Auffassung Mengers. Erst nach längeren Diskussionen setzt sich Mengers Ansicht durch und erhält 1934 in Carnaps „Logische Syntax der Sprache“ ihre oben angegebene klassische Formulierung. Doch Carnap schreibt in diesem Buch auch: „Die hier genannte tolerante Einstellung dürfte, bezogen auf spezielle mathematische Kalküle, den meisten Mathematikern naheliegen, ohne daß man sie ausdrücklich auszusprechen pflegt.“ (4, S. 45)

Das ärgerte Menger natürlich, und er konterte 1937: „Ich wäre glücklich gewesen, wenn Carnap recht gehabt hätte, aber da die prominenten Mathematiker (Poincaré, die Pariser Schule zu Beginn unseres Jahrhunderts, Hilbert, Weyl, Brouwer), die sich mit den Grundlagen der Mathematik beschäftigt haben, explizit Meinungen äußerten, die – soweit sie auch sonst voneinander abweichen – alle dem oben genannten Prinzip diametral entgegengesetzt waren, bedaure ich, daß ich die Verantwortung alleine tragen muß.“ (11, S. 13) Menger läßt es sich auch nicht nehmen, Carnaps schlechtes Gedächtnis in bezug auf das Toleranzprinzip hervorzuheben, da dieser 30 Jahre später in seiner „Intellectual Autobiography“ im Abschnitt „The Beginning of my Work in Philosophy“ das Toleranzprinzip erwähnt und hinzufügt, daß die in ihm ausgedrückte Haltung während seines ganzen Lebens die gleiche geblieben sei (15, S. 18).

Leider hat sich die in dem Menger-Carnapschen-Toleranzprinzip ausgedrückte Haltung bei vielen Mathematikern, Logikern und Philosophen durchgesetzt. Toleranz ist eine lobenswerte menschliche Eigenschaft. Intoleranz ist unangenehm, zeugt von dogmatischer und fanatischer Haltung und ist deshalb abzulehnen. So trug die suggestive Namensgebung sicher zur weiten Verbreitung der in diesem Prinzip ausgedrückten Auffassung bei. Doch

wie sind die Beziehungen von Toleranz und wissenschaftlicher Objektivität? Schließt Toleranz in der Wissenschaft Objektivität ein oder aus? In Lessings klassischer Ringparabel geht es darum, welche der drei großen Religionen die wahre sei. Da sich mit Argumenten keiner der Vertreter der verschiedenen Religionen von der Richtigkeit einer anderen Religion überzeugen läßt, lautet Lessings Botschaft, daß man sich wegen unterschiedlicher religiöser und weltanschaulicher Auffassungen nicht hassen und bekriegen soll, sondern auch in dem anders Denkenden den Menschen achten und das Menschliche in dessen Religion und Weltanschauung sehen soll. Eine so aufgefaßte Toleranz schließt natürlich eine Argumentation über die unterschiedlichen Auffassungen ein und nicht aus. Unterbleibt die Kommunikation und Argumentation, so artet Toleranz in Gleichgültigkeit aus, d. h. wird zu einer schlimmen Form von Intoleranz. Wie jede Form der menschlichen Gemeinschaft erfordert auch die Wissenschaft Toleranz. Ohne eine gewisse Form der Toleranz ist eine sprachliche Kommunikation und so auch Wissenschaft nicht möglich. Wissenschaftliche Toleranz ist explizit dann erforderlich, wenn das vorhandene Wissen oder die technischen Möglichkeiten nicht ausreichen, um eine Entscheidung über die Richtigkeit von konkurrierenden Auffassungen herbeizuführen. Toleranz schließt hier immer das Akzeptieren von Tatsachen, die Bereitschaft zur Änderung der eigenen Meinung und das Offensein für Argumente des Andersdenkenden ein. Bei Wissenschaften, die abbildenden Charakter haben, den Natur- und Gesellschaftswissenschaften, hat das Tolerieren von anderen Auffassungen im allgemeinen nur zeitweiligen Charakter, so lange, bis eine Entscheidung über die Wahrheit oder Falschheit der konkurrierenden Auffassungen möglich ist. Da sich im Grundlagenstreit der Mathematik alle Vertreter bei sonst unterschiedlichen und gegensätzlichen Meinungen einig waren, daß Mathematik und Logik keinen abbildenden Charakter haben, lag hier die Problematik anders als in den Natur- und Gesellschaftswissenschaften. Sieht man sich die faktische Situation in der mathematischen Grundlagenforschung zur Zeit der Formulierung des Toleranzprinzips an, so ist es nicht verwunderlich, daß Menger und Carnap Toleranz predigten. Beide Richtungen im mathematischen Grundlagenstreit waren durch einen herausragenden Mathematiker repräsentiert. Auf der einen Seite stand Hilbert als Hauptvertreter des Formalismus und auf der anderen Brouwer als Hauptfigur des Intuitionismus. Beide Schulen erzielten hervorragende Ergebnisse in der mathematischen Forschung. Beide hatten philosophisch grundsätzlich verschiedene Auffassungen, und ihre Logik unterschied sich wesentlich, sowohl im Konzept als auch in den akzeptierten Regeln. Das Toleranzprinzip lag faktisch in der Luft, zumal die Polemik zwischen beiden Richtungen zum Teil sehr scharfe Formen annahm.

Wenn wir auch das Toleranzprinzip in seiner ganzen Tragweite ablehnen, so enthalten die Auffassungen von Menger und Carnap, die in ihrer Gesamtheit das Toleranzprinzip bilden, doch viele richtige Gedanken. Zunächst ist Menger darin zuzustimmen, daß der Konstruktivitätsbegriff unklar ist und daß verschiedene Explikationen dieses Begriffs möglich sind. Einmal gab die faktische Entwicklung der konstruktiven Mathematik Menger in diesem Punkte recht, zum anderen sind mit diesem Begriff auch heute noch viele philosophische und mathematische Schwierigkeiten verbunden. Widersprechen möchten wir in diesem Zusammenhang aber der Mengerschen Auffassung, daß der weiteste Konstruktivitätsbegriff die Forderung nach bloßer Widerspruchsfreiheit sei und daß dieser Konstruktivitätsbegriff gegenüber den engeren durch ästhetische Eigenschaften der zugehörigen Mathematik ausgezeichnet sei. Wir teilen hier voll die Meinung von Ch. Thiel, der schreibt: „... daß wir die von Menger hier genannte bloße Widerspruchsfreiheit nicht als konstruktiv in einem begreifbaren Sinne anerkennen können.“ (18, S. 172–173)

Würde man die Mengersche Auffassung akzeptieren, so würde damit die ganze Unterscheidung zwischen konstruktiven und nichtkonstruktiven Beweisen sinnlos, und damit wäre der Konstruktivitätsbegriff selbst hinfällig.

Im weiteren beschränken wir unsere Überlegungen allein auf Probleme des Toleranzprinzips, die mit der Logikauffassung zusammenhängen. In bezug auf die Begründungsproblematik der Logik bin ich der Meinung, daß alle Begründungsversuche der Logik aus *einem* philosophischen Prinzip letztlich zirkulär und darum unzureichend sind. Es wird immer mehr vorausgesetzt als begründet, das gilt trotz aller Sympathie meinerseits auch für die operative und dialogische Logik von P. Lorenzen, die auf den ersten Blick scheinbar zirkelfrei, fast voraussetzungslos eine Begründung zu liefern scheint. Weiter ist die Auffassung von Carnap natürlich richtig, daß jeder Logiker (erst recht jeder Mathematiker) das Recht hat, beliebige logische (und mathematische) Kalküle aufzubauen, wobei er die Regeln für diese Konstruktionen korrekt anzugeben hat. Heute herrscht in dieser Hinsicht in der Logik gewiß kein Mangel. Wir sind auch der Meinung, daß diese, zum Teil rein formalen Aufbauten keine bloßen Spielereien sind. Ein Teil dieser Kalküle findet sicher einmal vernünftige Anwendungen. Das bedeutet jedoch nicht, daß die vorhandenen oder möglichen logischen Kalküle gleichberechtigt sind und daß logische Regeln willkürlich wählbar und überhaupt nicht begründet werden können und müssen. In diesen Punkten halten wir die Auffassungen von Carnap und Menger für falsch und schädlich. Und sie verdienen nicht den Namen *Toleranzprinzip*, sondern eher den Namen *Indifferenz-* oder *Gleichgültigkeitsprinzip*.

In seinem Essay „The Prevalenz of Humbug“ führt Max Black ein interessantes Beispiel für Humbug an. Eine amerikanische Journalistin sagte in einem Radiointerview über eine Schriftstellerin, daß jedes Wort, das jene schreibe, eine Lüge sei, einschließlich der Worte „and“ und „the“ (2, S. 117).

Wir wollen hier nicht die Humbugproblematik behandeln, doch unterbreiten wir M. Black den Vorschlag, für eine Neuauflage seines brillanten Essays das Toleranzprinzip als treffendes Beispiel für Humbug zweiter Ordnung (da wir im Deutschen kein passendes Wort für Humbug haben, können wir Humbug zweiter Ordnung nur mangelhaft mit Selbstbetrug erläutern) aufzunehmen. Denn es ist sicher, daß selbst die eifrigsten Vertreter des Toleranzprinzips natürlich der Auffassung sind, daß ihre eigene Logik zumindest in bestimmter Hinsicht die bessere sei. Doch kommen wir auf das Beispiel der Journalistin zurück. Abgesehen davon, daß einzelne Worte im allgemeinen keine Lüge sein können, außer als Antwort auf eine Frage, oder wenn sie ein Befinden vortäuschen sollen, das man in Wirklichkeit nicht hat, macht der offensichtliche Humbug des Beispiels deutlich, daß jede Sprache Worte enthält, deren Gebrauch durch die Gemeinschaft so geregelt ist, daß man ihn nicht willkürlich abändern kann. Zu diesen Worten gehören solche logischen Worte (logischen Operatoren) wie „und“, „oder“, „nicht“, „alle“ usw. Die Untersuchung der Verwendungsweise solcher logischen Operatoren bildet den Ausgangspunkt jeder echten logischen Untersuchung. Wir wollen damit nicht sagen, daß die Logik als Wissenschaft die „inhärenten logischen Regeln“ der natürlichen Sprache abbildet und beschreibt. Diese Behauptung wäre wieder Humbug, und wir brauchten keine Logik als Wissenschaft. Der Logiker setzt vielmehr den eher spontanen Sprachbildungsprozeß in bestimmten Aspekten mit professionellen Mitteln fort. Er entdeckt Mehrdeutigkeiten in der Sprache, unvollständige sprachliche Regelungen, die er vervollständigt, er baut ganze Theorien auf, und die Entfernung seiner theoretischen Probleme und Konstruktionen von seiner empirischen sprachlichen Basis kann sehr groß sein. Aber ein Kontakt zur sprachlichen Basis muß immer vorhanden sein. Die Aufgabe des Logikers ist es, Systeme von logischen Regeln zu entwerfen, die universell gelten. Damit ist gemeint: Eine logische Regel muß so beschaffen sein, daß sie ohne Ausnahme (universell) stets von wahren Prämissen zu wahren Folgerungen führt, unabhängig davon, über welchen Gegenstandsbe- reich in den Prämissen und Folgerungen gesprochen wird. Diese Forderung kann man das *Universalitätsprinzip* nennen. Es ist keine moralische Feststellung, und insofern hat es einen anderen Charakter als das Carnapsche Toleranzprinzip. Wir stimmen Carnap zu: In der Logik gibt es keine Moral, und sein Toleranzprinzip gehört natürlich auch nicht zur Logik. Das Universalitätsprinzip ist aber auch keine faktische Feststellung in dem Sinne, daß alle Regeln und Theoreme, die in der Wissenschaft der Logik aufgestellt werden,

diese Forderung erfüllen. Im Gegenteil, die faktische Situation in der Logik ist in dieser Hinsicht erschreckend, die Konzeption sogenannter bereichsspezifischer Logiken oder allgemeiner, sogenannter alternativer Logiken, ist sehr weit verbreitet. Ich bin mir bewußt, daß die Rede von „Logiken“ sprachwidrig ist, denn die Duden von beiden deutschen Staaten lassen übereinstimmend den Plural von „Logik“ nicht zu. Das Universalitätsprinzip ist eine definitivische Festsetzung, was man unter einer logischen Regel zu verstehen hat. Wenn wir also eine Sprachregel haben, die in einem Erkenntnisbereich von wahren Voraussetzungen zu wahren Folgerungen führt und in einem anderen Erkenntnisbereich nicht, so ist diese Sprachregel keine logische. Bestreitet man die Universalität logischer Regeln und läßt man entsprechend dem Carnapschen Toleranzprinzip zu, daß jeder seine eigene Logik wählt, so führt das zu einer Zerstörung der Logik als Wissenschaft und degradiert sie zu einer reinen intellektuellen Spielerei. Deshalb muß man auch eine dem Universalitätsprinzip entsprechende moralische Forderung an die Logiker richten, die Einheit ihrer Wissenschaft anzustreben und zu hüten, denn nur eine einheitliche Logik kann auch praktisch nützliche Anwendung finden. Die intuitionistische Logikkonzeption ist die einflußreichste von denen, die sogenannte bereichsspezifische Logiken fordern. In ihr wird zwischen einer Logik für finite und für infinite Bereiche unterschieden. Aber schon die Frage: Haben wir es mit einem finiten *oder* einem infinitem Bereich zu tun? setzt ja schon eine Logik voraus (enthält den logischen Operator „oder“). Die Vertreter aller sogenannten bereichsspezifischen Logiken stehen vor folgendem Dilemma: Um ihre bereichsspezifische Logik auswählen zu können, müssen sie zunächst eine Beschreibung des betreffenden Bereiches haben, die ihrerseits natürlich wieder eine Logik voraussetzt. Man erhält also weder eine Beschreibung des betreffenden Bereiches noch kann man eine Logik auswählen.

Praktisch haben wir folgende Situation vor uns: Sowohl die klassische Logik als auch die intuitionistische beanspruchen, ein korrektes Regelsystem für die logischen Operatoren „und“, „oder“, „nicht“, „alle“, „einige“ usw. der Sprache zu liefern. Ihre logischen Regelsysteme sind aber grundsätzlich verschieden. In einer solchen Situation ist es nicht Aufgabe des Logikers, Toleranz zu predigen, sondern die tieferen logischen Gründe für diese Meinungsverschiedenheit aufzuhellen.

Zum Glück für die Logik lassen sich viele Logiker vom Universalitätsprinzip leiten. Die interessantesten Arbeiten zur Deutung der intuitionistischen Logik waren solche, die die Einheit der Logik anstrebten. Erwähnt sei hier die Arbeit von Kolmogoroff aus dem Jahre 1925 (8), deren Hauptziel es war, zu zeigen, daß die klassische Mathematik in die intuitionistische übersetzbar ist, und aus der folgt, daß die klassische Mathematik intuitionistisch widerspruchsfrei ist. Gödel konstruierte 1932 einen Beweisbarkeitskalkül, der eine

Erweiterung der klassischen Logik ist und in dem alle Übersetzungen der entsprechenden Theoreme der intuitionistischen Logik beweisbar sind. Er wies damit nach, daß die intuitionistische Logik eine versteckte epistemische Logik ist. Weiter sei hier auf die Arbeiten von P. Lorenzen und R. M. Martin hingewiesen.

Meines Erachtens liegt der logische Fehler der Intuitionisten in einer Vermischung von innerer und äußerer Negation. Ich möchte das ausgehend von einem Brouwerschen Beispiel deutlich machen. Brouwer sagt, daß die folgende klassische Dichotomie der beiden Beispielsätze nicht erschöpfend ist: 1. In der Dezimalentwicklung von π kommt die Ziffernfolge 0123456789 vor. 2. In der Dezimalentwicklung von π kommt die Ziffernfolge 0123456789 nicht vor. Die klassische Dichotomie ersetzt er durch eine Trichotomie, in der zusätzlich folgende Möglichkeit berücksichtigt ist: Es gilt, weder in der Dezimalentwicklung von π kommt die Ziffernfolge 0123456789 vor, noch in der Dezimalentwicklung von π kommt die Ziffernfolge 0123456789 nicht vor. Meines Erachtens ist dieses Brouwersche Beispiel korrekt, ebenso wie viele andere von den Intuitionisten angeführte umgangssprachliche Beispiele. Diese Beispiele widerlegen aber weder das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten $A \vee \sim A$ noch die Beseitigungsregel der doppelten Negation $\sim\sim A \supset A$; wie es überhaupt unsinnig ist, nach Gegenbeispielen für solche logischen Gesetze zu suchen, da durch ihre Gesamtheit ja nur die Bedeutung der in ihnen vorkommenden logischen Operatoren festgelegt wird. Der Anschein einer Widerlegung der betreffenden logischen Gesetze entsteht, wenn man die umgangssprachlichen Beispiele falsch in die logische Symbolik übersetzt. Schreibt man für den ersten Satz A und für den zweiten $\sim A$, so wird der dritte Satz zu $\sim A \wedge \sim\sim A$. Sollen diese drei Sätze zusammen wahr sein, so muß man wirklich das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten und die Beseitigungsregel der doppelten Negation verwerfen. Die Negation im zweiten Brouwerschen Beispielsatz ist aber keine Satznegation, die eine ganze Aussage negiert und die wir *äußere Negation* nennen, sondern ist eine Negation innerhalb einer elementaren Aussage, die dazu dient, dem Subjekt der Aussage das Prädikat abzusprechen, und die wir *innere Negation* nennen. Stellen wir den ersten Beispielsatz durch ein Schema der Form $s \leftarrow P$ (s wird das Prädikat P zugesprochen) dar und den zweiten durch ein Schema der Form $s \not\leftarrow P$ (s wird das Prädikat P abgesprochen), so nimmt der dritte Satz die Form $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$ an. Das Brouwersche Beispiel macht dann deutlich, daß $s \leftarrow P \vee s \not\leftarrow P$ und $\sim(s \not\leftarrow P) \supset (s \leftarrow P)$ keine logischen Gesetze sind.

Wir haben eine nichttraditionelle Prädikationstheorie aufgebaut, in der zwischen innerer und äußerer Negation unterschieden wird. Diese Prädikationstheorie ist eine Erweiterung der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik, im Unterschied zur intuitionistischen Logik, die eine willkürliche Ein-

schränkung der klassischen Logik ist. Für die innere Negation verwenden wir im weiteren das Zeichen $\neg$, das definitionsgemäß nur unmittelbar vor Aussagenvariablen vorkommen darf.

Beim semantischen Aufbau der nichttraditionellen Prädikationstheorie werden zu den semantischen Regeln der klassischen Aussagenlogik folgende Regeln hinzugefügt:

1. Prädikatformeln werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln verschieden genau dann, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
2. Wenn A den Wert v hat, so hat $\neg A$ den Wert f .
3. Wenn $\neg A$ den Wert v hat, so hat A den Wert f .
4. Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
5. Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.

Kurz gesagt, zwei konträre Formeln A und $\neg A$ können nicht beide wahr, sie können aber beide falsch sein. In dieser Prädikationstheorie sind die beiden Formeln $p \vee \neg p$ und $\sim \neg p \supset p$ keine Tautologien.

Eine Analyse der von den Intuitionisten angeführten scheinbaren Gegenbeispiele gegen bestimmte Gesetze der klassischen Logik ergibt, daß von ihnen fälschlicherweise $\neg A$ mit $\sim A$ identifiziert wird. Da auch intuitionistisch $\sim p \equiv \sim \sim \sim p$ gilt, betreffen die Unterschiede zwischen der intuitionistischen und der klassischen Negation nur die Negationen, die unmittelbar vor Aussagenvariablen stehen. Das legt die Vermutung nahe, daß folgende Beziehung gilt: Eine in der klassischen Logik beweisbare Formel mit Negationen, in der man alle unmittelbar vor Aussagenvariablen stehenden äußeren Negationen $\sim$ durch innere Negationen $\neg$ ersetzt, ist in der nichttraditionellen Prädikationstheorie genau dann beweisbar, wenn die ursprüngliche Formel im intuitionistischen Aussagenkalkül beweisbar ist. Diese Vermutung trifft allerdings nicht zu. Der folgende Vergleich der nichttraditionellen Prädikationstheorie mit der intuitionistischen Aussagenlogik bezüglich der Negationen macht deutlich, daß die intuitionistische Negation eine Vermischung von innerer und äußerer Negation ist. Zur Abkürzung unserer Redeweise führen wir folgende Definitionen ein:

- D1.** *A-Repräsentant ($A-R$) einer Formel A des intuitionistischen Aussagenkalküls (IAK) im klassischen Aussagenkalkül (KAK) nennen wir die Formel, die man aus A erhält, wenn man alle intuitionistischen Operatoren durch die entsprechenden Operatoren des KAK ersetzt.*

D2. *P-Repräsentanten* ($P-R$) einer Formel A des *IAK* in der nichttraditionellen Prädikationstheorie (*PT*) nennen wir die Formeln, die man auf folgende Weise erhält: 1. enthält die Formel A keine Negationen unmittelbar vor Variablen, so ist ihr A -Repräsentant ihr P -Repräsentant; 2. enthält die Formel A Negationen unmittelbar vor Variablen, so erhält man ihre P -Repräsentanten, wenn man eine oder mehrere Negationen unmittelbar vor einer Variablen durch die innere Negation $\neg$ ersetzt und alle übrigen Operatoren durch die entsprechenden des *KAK*.

Die eingeführte Terminologie führt zur folgenden Klassifikation aller Formeln des *IAK*:

Formeln des <i>IAK</i>			
beweisbar im <i>IAK</i>			
Alle $P-R$ beweisbar	einige $P-R$ beweisbar, einige nicht	Alle $P-R$ nicht beweisbar	
$\sim p \supset (p \supset q)$	$p \supset \sim p \supset p$	$(r \equiv q) \supset \sim p \equiv \sim q$	
$p \supset \sim \sim p$	$p \supset \sim p \supset$	$\sim \sim (p \vee \sim p)$	
$\sim (p \wedge \sim p)$	$\sim \sim \sim p \supset \sim p$		
nicht beweisbar im <i>IAK</i>			
$A-R$ im <i>KAK</i> beweisbar			$A-R$ im <i>KAK</i> nicht beweisbar
Alle $P-R$ nicht beweisbar	Einige $P-R$ beweisbar, einige nicht	Alle $P-R$ beweisbar	
$\sim p \vee p$	$\sim p \supset \sim q \supset (q \supset p)$	$p \supset \sim q \supset p \supset p$	$p \wedge \sim p$
$\sim \sim p \supset p$	$\sim p \supset q \supset (\sim q \supset p)$	$p \vee (p \supset \sim q)$	

Wir sagten bereits, daß die Brouwerschen Beispiele korrekt sind, daß sie aber nicht die Ungültigkeit einiger Gesetze der klassischen Logik nachweisen. Meines Erachtens entspricht die Heytingsche Formalisierung der intuitionistischen Logik aber nicht dem Denken Brouwers, der es auch lange nach der Formalisierung der intuitionistischen Logik vorzog, diese nicht zu benut-

zen (vgl. 5). Brouwer machte mit seinen Beispielen auf eine echte logische Problematik aufmerksam, zog daraus jedoch falsche Schlußfolgerungen. Die Erweiterung der klassischen Aussagenlogik zur nichttraditionellen Prädikationstheorie ermöglicht es, das Anliegen Brouwers ohne Einschränkung der klassischen Logik zu realisieren und stellt eine Lösung der Problematik im Sinne des Universalitätsprinzips dar.

Wenden wir uns jetzt einem anderen alternativen Logikkonzept, den sogenannten parakonsistenten Logiken zu. In der Bedeutung ist diese Richtung in der modernen Logik mit der intuitionistischen Logik überhaupt nicht vergleichbar, denn während der Intuitionismus und Konstruktivismus einen wesentlichen Beitrag zur Entwicklung der Logik und der Mathematik geleistet haben, kann man derartiges von den parakonsistenten Logiken keineswegs sagen. Es ist bekannt, daß in der klassischen Theorie der logischen Folgebeziehung aus einem logischen Widerspruch jede beliebige Aussage folgt. Die Vertreter der parakonsistenten Logik argumentieren nun durchaus richtig wie folgt: In den Wissenschaften gibt es widersprüchliche Theorien, mit denen man trotzdem erfolgreich arbeitet; deshalb ist es sinnvoll, eine Theorie der Folgebeziehung aufzubauen, in der die eben angegebene Regel der klassischen Theorie der Folgebeziehung nicht gilt. Ihr weiteres Vorgehen ähnelt dem der Intuitionisten, sie nehmen sich die klassische Logik her und schließen einfach die Formeln aus, die ihnen nicht passen. Ohne in Details zu gehen und ohne die verschiedenen Varianten der parakonsistenten Logik zu unterscheiden (einen guten Überblick dazu gibt das Doppelheft (1984) 1–2 der „*Studia Logica*“, das ganz der parakonsistenten Logik gewidmet ist), läßt sich allgemein sagen, daß das Ergebnis in jedem Fall ein logischer Schrumpfkalkül ist, der in jedem Falle natürlich ganz andere Operatoren als die klassischen definiert.

Auch hier läßt sich die aufgeworfene Problematik im Sinne des Universalitätsprinzips lösen, ohne die Bedeutung der Operatoren der klassischen Logik willkürlich abzuändern. In (19) ist eine strikte Theorie der Folgebeziehung dargestellt, die folgendermaßen definiert wird:

Eine Aussage B folgt strikt aus einer Aussage A (symbolisch $A \vdash B$) genau dann, wenn

1. $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Aussagenlogik ist;
2. B nur solche Variablen enthält, die auch in A vorkommen;
3. A keine Kontradiktion und B keine Tautologie ist.

Diese Theorie der strikten logischen Folgebeziehung ist nicht als Ersatz der klassischen Theorie der Folgebeziehung gedacht, sondern sie kann dann verwendet werden, wenn wir es mit widersprüchlichen Theorien zu tun ha-

ben. Ihre Verwendung in solchen Fällen vermeidet eine Trivialisierung der betreffenden Theorien in dem Sinne, daß jede Aussage in ihnen beweisbar wäre.

Die willkürlichen parakonsistenten Logiken sind also nicht erforderlich.

Im Rahmen der parakonsistenten Logik wird auch das Verhältnis von Logik und Dialektik ausführlich diskutiert, und es gibt einige parakonsistente Logiker, die ernsthaft behaupten, es gäbe wahre logische Widersprüche. Für diese antilogische Auffassung wurde auch eigens ein neuer Name erfunden: *Dialetheismus*.

Obwohl der Dialetheismus offensichtlich falsch ist, und das allein aus logischen Gründen, möchte ich mich trotzdem mit ihm beschäftigen, da die Problematik von philosophischer Brisanz ist und da mit ihm alte Vorurteile gegenüber der Logik wieder aufgewärmt werden, die längst überwunden schienen.

Von den Dialetheisten wird schlicht die Gültigkeit des Satzes vom ausgeschlossenen Widerspruch bestritten. Den Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch kann man in der Logik verschieden formulieren. Wir geben einige Formulierungen an:

$$\begin{aligned} & \sim(A \wedge \sim A) \\ & \sim((s \leftarrow P) \wedge (s \not\leftarrow P)) \\ & \sim((s \leftarrow P) \wedge (s \leftarrow \tilde{P})) \\ & \sim(E(\downarrow A) \wedge E(\downarrow \sim A)) \\ & \sim(E\downarrow(s \leftarrow P) \wedge E(\downarrow(s \not\leftarrow P))) \\ & \sim(E\downarrow(s \leftarrow P) \wedge E(\downarrow(s \leftarrow \tilde{P}))). \end{aligned}$$

Eine Aussage A und ihr Negat $\sim A$ können nicht beide wahr sein. Alle diese Formulierungen, auch die ontologischen mit dem Existenzprädikat, gelten allein aus sprachlichen Gründen. Sie sind kein Ergebnis empirischer Untersuchungen, sondern die in den angegebenen Formulierungen vorkommenden logischen Operatoren werden so verwendet, daß die angegebenen Sätze logisch wahr sind. Die Einhaltung dieser logischen Gesetze macht eine sinnvolle menschliche Kommunikation überhaupt erst möglich.

Das Unverständnis dieser einfachen Tatsache macht die Suche nach Gegenbeispielen gegen das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch erst möglich. Letztlich handelt es sich um eine Verwechslung von Logik und allgemeiner Ontologie, die nicht nur parakonsistenten Logikern unterläuft, wie das

folgende Zitat von K. Berka verdeutlicht: „Weil also die Sprache auf die Realität bezogen ist, kann die Logik keine Lehre von logischen Sprachregeln sein. Wir dürfen ferner auch nicht übersehen, daß die Logik – wie jede andere wissenschaftliche Disziplin – ein Abbild der Realität ist, in diesem spezifischen Falle ein sehr abstraktes und idealisiertes; Logik (immer verstanden als Wissenschaft) ist unmittelbare Widerspiegelung der objektiven Realität.“ (1, S. 4) Solch ein Mißverständnis von logischen Regeln und Gesetzen macht dann auch die Suche nach wahren logischen Widersprüchen verständlich. Begleiten wir zwei parakonsistente Logiker auf dieser aussichtslosen Suche. H. Smolenov stellt die Zenonsche Aporie des fliegenden Pfeils durch folgenden Schluß dar:

$\frac{\text{Der Pfeil bewegt sich weder, noch ruht er.}}{\text{Der Pfeil bewegt sich und ruht.}}$	folglich
--	----------

Dieser Schluß wird von Smolenov als gültig angesehen. Wenn dieser Schluß gültig wäre, müßte es der folgende offenbar auch sein:

$\frac{\text{Dieser Apfel ist weder blau noch violett.}}{\text{Dieser Apfel ist blau und violett.}}$	folglich
--	----------

Da der letztere Schluß auch von Smolenov nicht akzeptiert wird, hängt sein Glaube an die Gültigkeit des Zenonschen Schlusses offenbar mit den Prädikaten „ist bewegt“ und „ruht“ zusammen. Die oben angegebene nicht-traditionelle Prädikationstheorie erlaubt uns, den Fehler Smolenovs zu explizieren. Stellen wir die Aussage „Der Pfeil bewegt sich“ durch $s \leftarrow B$ und die Aussage „Der Pfeil ruht“ als die innere Negation dieser Aussage $s \not\leftarrow B$ dar, so nimmt die Prämisse des Zenonschen Schlusses die Form $\sim(s \leftarrow B) \wedge \sim(s \not\leftarrow B)$ an. Da in der nichttraditionellen Prädikationstheorie die Regel $\sim\neg p \vdash p$ nicht gilt, folgt aus der Zenonschen Prämisse auch nicht der Widerspruch $\sim(s \leftarrow B) \wedge (s \leftarrow B)$.

Derselbe logische Fehler unterläuft auch G. Priest in seinem Artikel „To be and not to be: Dialectical Tense Logic“ (12). Er unterscheidet drei Typen von Veränderungen. Angenommen, vor einer Zeit t_0 befindet sich ein System S in einem Zustand S_0 ; nach t_0 befinde sich S in einem Zustand S_1 . Das System S ändert sich also zur Zeit t_0 von dem Zustand S_0 zu dem Zustand S_1 . In welchem Zustand befindet sich das System S zur Zeit t_0 ? Nach Priest gibt es hier drei Möglichkeiten:

- α) S ist genau in einem der Zustände S_0 und S_1 ;
- β) S ist weder im Zustand S_0 noch im Zustand S_1 ;
- γ) S ist in beiden Zuständen S_0 und S_1 .

Entsprechend nennt Priest diese drei Möglichkeiten α -Typ, β -Typ und γ -Typ einer Veränderung. Priest geht von der richtigen Voraussetzung aus, daß nicht jede Veränderung eine α -Typ-Veränderung ist, und will dann unter dieser Voraussetzung durch folgende Argumentation beweisen, daß es zumindest γ -Typ-Veränderungen gibt. Angenommen, eine Veränderung von p zu $\sim p$ sei keine α -Typ-Veränderung. Priest will dann zeigen: Falls diese Veränderung eine β -Typ-Veränderung ist, so ist sie auch eine γ -Typ-Veränderung. Die Veränderung von p zu $\sim p$ möge also eine β -Typ-Veränderung sein. Dann wären im Moment der Veränderung sowohl p als auch $\sim p$ falsch. Folglich wären $\sim p$ und $\sim\sim p$ in diesem Moment wahr, d. h., $\sim p$ und p wären wahr, und die Veränderung wäre eine γ -Typ-Veränderung. Es gäbe also wahre logische Widersprüche. Stellen wir in der Symbolik der nichttraditionellen Prädikationstheorie die Zustände p und $\sim p$ aus dem Beispiel von Priest durch $s \leftarrow P$ und $s \not\leftarrow P$ dar, so gilt bei einer β -Typ-Veränderung $\sim(s \leftarrow P) \wedge \sim(s \not\leftarrow P)$, und daraus folgt wiederum nicht $\sim(s \leftarrow P) \wedge (s \leftarrow P)$.

Wir sehen also, daß auch die parakonsistenten Logiker keine wahren logischen Widersprüche gefunden haben. Tucholsky schrieb einmal, ich zitiere sinngemäß, Toleranz ist die Ahnung, daß der andere recht haben könnte. Bei der Behauptung von logischen Widersprüchen habe ich diese Ahnung nicht, ansonsten bin ich der Auffassung, daß auch der Umgang von Logikern untereinander von Toleranz geprägt sein sollte. Deshalb befremden mich solche Äußerungen, wie die folgende von K. Berka: „Wir müssen deswegen die idealistische Auffassung ablehnen, daß die logischen Gesetze leere Tautologien sind, die über die Wirklichkeit nichts aussagen.“ (1, S. 6). Mit einer solchen Äußerung wird die überwiegende Mehrheit der Logiker als Idealisten verschrien.

Noch schlimmere Intoleranz finden wir bei den in bezug auf logische Widersprüche so toleranten parakonsistenten Logikern. „To date classical logic – which is Western mainstream logic – has been strongly on the offensive in the ideological warfare between East and West, with many supporters in fact among the Soviets, and dialectical logic has been very much on the defensive. The object of this paper is to try to upset this ideological power structure by furnishing dialectical logic ...“ (14, S. 1). Oder in einer neueren Arbeit: „The notion of logical contradiction has always been central to dialectics. And because of a widespread belief that contradictions cannot be realised, dialectics has often been written off as incoherent ... Alternatively,

the notion of contradiction has been weakened (to e. g. that of opposing tendencies), thus distorting the dialectical tradition. In putting an end to these revisionary tendencies, paraconsistency will have a liberating effect on the study of dialectics.“ (13, S. 16) Ich meine, die umgekehrte Haltung, nämlich die Universalität logischer Regeln anzustreben, und tolerant im menschlichen Umgang zu sein, ist die bessere.

Literaturverzeichnis:

1. Berka, K.: Zur ontologischen Begründung der Logik. – In: Untersuchungen zur Logik und Methodologie. – Leipzig (1986) 3. – S. 1–8.
2. Black, M.: The Prevalence of Humbug and other Essays. – Ithaca, N. Y.; London, 1983.
3. Brouwer, L. E. J.: Collected Works. – vol. 1. Philosophy and Foundations of Mathematics / ed. by A. Heyting. – Amsterdam; New York; Oxford, 1975.
4. Carnap, R.: Logische Syntax der Sprache. – Wien, 1934.
5. Dalen, D. van (Ed.): Brouwer's Cambridge Lectures on Intuitionism. – Cambridge, Mass., 1981.
6. Gödel, K.: Eine Interpretation des intuitionistischen Aussagenkalküls. – In: Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums. – 4. – 1932.
7. Heyting, A.: Intuitionism: An Introduction. – Amsterdam, 1971.
8. Kolmogorov, A.: On the principle of excluded middle (1925). – In: J. v. Heijenoort: From Frege to Gödel. – Cambridge, Mass., 1967.
9. Lorenzen, P.: Formale Logik. – Berlin, 1967.
10. Martin, R. M.: Mind, Modality, Meaning and Method. – New York, 1983.
11. Menger, K.: Selected Papers in Logic and Foundations, Didactics, Economics. – Dordrecht; Boston; London, 1979.
12. Priest, G.: To be and not to be: Dialectical Tense Logic. – In: *Studia Logica* (1982) 2–3.
13. Priest, G.; Routley, R.: Introduction: Paraconsistent Logics. – In: *Studia Logica* (1984) 1–2.

14. Routley, R.; Meyer, R. K.: Dialectical Logic, Classical Logic, and the Consistency of the World. – In: *Studies in Soviet Thought*. – 16.
15. Schilpp, P. A. (Ed.): *The Philosophy of Rudolf Carnap*. – La Salle; London; Cambridge, Mass., 1963.
16. Sinowjew, A.; Wessel, H.: *Logische Sprachregeln: Eine Einführung in die Logik*. – Berlin, 1975.
17. Smolenov, H.: Zeno's paradoxes and temporal becoming in dialectical atomism. – In: *Studia Logica* (1984) 1–2.
18. Thiel, Ch.: *Grundlagenkrise und Grundlagenstreit: Studie über das normative Fundament der Wissenschaften am Beispiel von Mathematik und Sozialwissenschaften*. – Meisenheim am Glan, 1972.
19. Wessel, H.: *Logik*. – 2. Aufl. – Berlin, 1986.
20. Wessel, H.: Kritische Bemerkungen zur intuitionistischen Logikkonzeption. – In: G. Wechsung (Ed.): *Frege Conference 1984*. – Berlin, 1984.

Dialetheismus: Mystik im logischen Gewande*

Parakonsistente Logiken sind nur ein Beispiel für sogenannte alternative Logiken, die mit dem Anspruch auftreten, die klassische Logik zu ersetzen. Da die parakonsistente Logikkonzeption in den letzten Jahren auch bei einer Reihe von marxistischen Logikern und Philosophen Anklang findet und da uns diese Konzeption in der Problematik des Verhältnisses von Logik und Dialektik auf ein Diskussionsniveau zurückzieht, das schon in den fünfziger Jahren überwunden wurde, möchte ich in diesem Beitrag zeigen: 1) daß die parakonsistenten Logiksysteme zur Lösung der aufgeworfenen Problematik nicht erforderlich sind; 2) daß der Dialetheismus, d. h. die mystische Glaubenslehre, daß es wahre logische Widersprüche gibt, eine Frucht von Mißverständnissen und logischen Fehlern ist.

Es ist bekannt, daß in der klassischen Theorie der logischen Folgebeziehung aus einem Widerspruch jede beliebige Aussage folgt. Die Vertreter der parakonsistenten Logikkonzeption argumentieren nun durchaus richtig wie folgt: In den Wissenschaften gibt es widersprüchliche Theorien, mit denen man trotzdem erfolgreich arbeitet, deshalb ist es sinnvoll, eine Theorie der logischen Folgebeziehung aufzubauen, in der die eben angegebene Regel der klassischen Theorie der Folgebeziehung nicht gilt. Ihr weiteres Vorgehen ähnelt dem der Intuitionisten und anderer Vertreter von sogenannten alternativen Logiken. Sie nehmen sich die klassische Logik her und schließen einfach die Formeln als ungültig aus, die ihnen nicht passen. Ohne in technische Details zu gehen und ohne die verschiedenen Varianten der parakonsistenten Logik zu unterscheiden, läßt sich allgemein sagen, daß das Ergebnis in jedem Fall ein logischer Schrumpfkalkül ist, der jeweils natürlich ganz andere Operatoren als die klassischen definiert. Auch die semantischen Aufbauten zu den entsprechenden Kalkülen verbessern die Situation nicht, da sie alle nicht intuitiv verständlich sind. In ihnen ist es beispielsweise möglich,

*Erstveröffentlichung in: *VIII. Internationaler Kongreß für Logik, Methodologie und Wissenschaften. DDR-Beiträge*. Berlin 1987, S. 123–132.

daß eine Aussage und ihre Negation beide den Wahrheitswert „wahr“ haben. Die in den parakonsistenten Logiksystemen vorkommenden Operatoren sind grundsätzlich von den klassischen Operatoren verschieden, und lösen damit auch nicht die eingangs dargestellte Problematik.

In Wessel (1979, 1986) ist eine strikte Theorie der logischen Folgebeziehung dargestellt, die folgendermaßen definiert wird: Eine Aussage B folgt strikt aus einer Aussage A (symbolisch $A \vdash B$) genau dann, wenn

- 1) $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Aussagenlogik ist;
- 2) B nur solche Variablen enthält, die auch in A vorkommen;
- 3) A keine Kontradiktion und B keine Tautologie ist.

Für diese Theorie der Folgebeziehung wird ein axiomatischer Aufbau dargestellt und dessen Widerspruchsfreiheit, Vollständigkeit und Paradoxienfreiheit bewiesen.

Die Theorie der strikten Folgebeziehung ist im Sinne der parakonsistenten Logiker parakonsistent, da in ihr aus einem logischen Widerspruch nicht jede beliebige Aussage folgt. Allerdings lege ich auf die Charakteristik eines parakonsistenten Systems keinen großen Wert, da zwischen der Theorie der strikten logischen Folgebeziehung und den anderen Systemen der parakonsistenten Richtung ein wesentlicher Unterschied besteht. In der Theorie der strikten logischen Folgebeziehung haben alle vorkommenden logischen Operatoren die gleiche Bedeutung wie in der klassischen Aussagenlogik und werden nicht durch andere willkürliche Operatoren ersetzt. Die Theorie der strikten logischen Folgebeziehung ist auch nicht als Ersatz der klassischen Theorie der Folgebeziehung konzipiert, sondern sie kann dann verwendet werden, wenn wir es mit widersprüchlichen Theorien zu tun haben. Ihre Verwendung in solchen Fällen vermeidet eine Trivialisierung der betreffenden Theorien in dem Sinne, daß jede Aussage in ihnen beweisbar wäre. Die willkürlichen parakonsistenten Logiken sind also nicht erforderlich.

Im Rahmen der parakonsistenten Logikkonzeption wird auch das Verhältnis von Logik und Dialektik ausführlich diskutiert, und es gibt einige parakonsistente Logiker, die ernsthaft behaupten, es gäbe wahre logische Widersprüche. Für diese antilogische Auffassung wurde ein neuer Name erfunden: *Dialetheismus*. Obwohl der Dialetheismus offensichtlich falsch ist, und das allein aus logischen Gründen, und obwohl er eine mystische Auffassung des Widerspruchs darstellt, möchte ich mich trotzdem mit ihm beschäftigen, da die Problematik von philosophischer Brisanz ist und da mit ihm alte Vorurteile gegenüber der Logik wieder aufgewärmt werden, die längst überwunden schienen. Von den Dialetheisten wird schlicht die Gültigkeit des Satzes

vom ausgeschlossenen Widerspruch bestritten. Den Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch kann man in der Logik verschieden formulieren. Wir geben einige Formulierungen an:

$$\sim(A \wedge \sim A)$$

$$\sim((s \leftarrow P) \wedge (s \not\leftarrow P)), \quad \text{wobei } \leftarrow \text{ der Prädikationsoperator des Zu-} \\ \text{sprechens und } \not\leftarrow \text{ der des Absprechens ist,}$$

$$\sim((s \leftarrow P) \wedge (s \leftarrow \tilde{P}))$$

$$\sim(E(\downarrow A) \wedge E(\downarrow \sim A)), \quad \text{wobei } E \text{ das Existenzprädikat und } \downarrow \text{ der ter-} \\ \text{minibildende Operator „die Tatsache, daß} \\ \text{...“ sind,}$$

$$\sim(E(\downarrow(s \leftarrow P)) \wedge E(\downarrow(s \not\leftarrow P)))$$

$$\sim(E(\downarrow(s \leftarrow P)) \wedge E(\downarrow(s \leftarrow \tilde{P})))$$

Eine Aussage A und ihr Negat $\sim A$ können nicht beide wahr sein.

Alle diese Formulierungen, auch die ontologische mit dem Existenzprädikat E , gelten allein aus sprachlichen Gründen. Sie sind kein Ergebnis empirischer Untersuchungen, sondern die in den angegebenen Formulierungen vorkommenden logischen Operatoren werden so verwendet, daß die angegebenen Sätze logisch wahr sind. Die Einhaltung dieser logischen Gesetze macht eine sinnvolle menschliche Kommunikation überhaupt erst möglich.

Das Unverständnis dieser einfachen Tatsache erklärt die sinnlose Suche nach Gegenbeispielen gegen das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch. Letztlich handelt es sich um eine Verwechslung von Logik und allgemeiner Ontologie, die nicht nur parakonsistenten Logikern unterläuft, wie das folgende Zitat von K. Berka verdeutlicht:

„Weil also die Sprache auf die Realität bezogen ist, kann die Logik keine Lehre von logischen Sprachregeln sein. Wir dürfen ferner auch nicht übersehen, daß die Logik – wie jede andere wissenschaftliche Disziplin – ein Abbild der Realität ist, in diesem speziellen Fall ein sehr abstraktes und idealisiertes; Logik (immer verstanden als Wissenschaft) ist unmittelbare Widerspiegelung der objektiven Realität.“ (Berka, 1986, S. 4)

Solch ein Mißverständnis von logischen Regeln und Gesetzen macht dann auch die Suche nach wahren logischen Widersprüchen verständlich.

Bevor wir zwei parakonsistente Logiker auf ihrer aussichtslosen Suche nach wahren logischen Widersprüchen begleiten wollen, seien kurz die Grundgedanken der in Wessel 1986 ausführlich dargestellten Prädikationstheorie

erläutert, da wir mit ihrer Hilfe zeigen werden, welche logischen Fehler den parakonsistenten Logikern unterlaufen.

Einfache Aussagen werden durch Schemata der Form $(s_1, \dots, s_n) \leftarrow P$ und $(s_1, \dots, s_n) \not\leftarrow P$ dargestellt, wobei $s_1, \dots, s_n$ Subjekttermini, P n -stellige Prädikattermini ($n \geq 1$), $\leftarrow$ und $\not\leftarrow$ entsprechend die Prädikationsoperatoren des Zusprechens und des Absprechens sind. Zur Vereinfachung der Schreibweise schreiben wir anstelle von $(s_1, \dots, s_n) \leftarrow P$ und $(s_1, \dots, s_n) \not\leftarrow P$ entsprechend $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ oder einfach p und $\neg p$, und nennen das Zeichen $\neg$ *innere Negation* im Unterschied zur klassischen aussagenlogischen Negation $\sim$, die sich auf ganze Aussagen bezieht und deshalb *äußere Negation* genannt wird. Wir betonen, daß die innere Negation nur unmittelbar vor Prädikatformeln vorkommen kann und kein aussagenlogischer Operator ist.

Beim semantischen Aufbau der nichttraditionellen Prädikationstheorie werden zu den semantischen Regeln der klassischen Aussagenlogik folgende Regeln hinzugefügt:

- 1) Prädikatformeln $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln verschieden genau dann, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
- 2) Wenn A den Wert v hat, so hat $\neg A$ den Wert f .
- 3) Wenn $\neg A$ den Wert v hat, so hat A den Wert f .
- 4) Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- 5) Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.

Kurz gesagt, zwei konträre Formeln A und $\neg A$ können nicht beide wahr, sie können aber beide falsch sein.

Priest (1982) und Smolenov (1984), glauben wahre logische Widersprüche bei der Beschreibung der Veränderung gefunden zu haben. Deshalb möchten wir einige terminologische Vorschläge zum Veränderungsprädikat machen, die das von Priest und Smolenov behandelte Paradox beseitigen.

Angenommen, sA sei der Zustand eines empirischen Gegenstandes a zu einer Zeit t^1 und sB sei der Zustand des gleichen Gegenstandes zu einer anderen Zeit danach t^2 . A und B sind hier empirische Aussagen und s ist der Operator „der Zustand, daß ...“. Angenommen, die Zustände sA und sB schließen einander aus, d. h. $\vdash \sim(A \wedge B)$. Liegt eine solche Situation

vor, so sagen wir, der Zustand sA hat sich in dem Zeitintervall (t^1, t^2) zu dem Zustand sB verändert und schreiben dies mit einem Symbol der Form $V(sA, sB)$, wobei wir annehmen, das Zeitintervall (t^1, t^2) sei im Prädikat V fixiert. Aussagen dieser Form bestehen aus den Subjekttermini sA und sB und dem zweistelligen Prädikat „das Erste verändert sich im Zeitintervall (t^1, t^2) zu dem Zweiten“. Die innere Negation dieser Aussage $\neg V(sA, sB)$ gilt genau dann, wenn sA der Zustand des empirischen Individuums a zur Zeit t^1 ist und sB nicht der Zustand dieses Individuums zur Zeit t^2 ist.

Aus Aussagen der Form $V(sA, sB)$ lassen sich Subjekttermini für Veränderungen $sV(sA, sB)$ bilden, d. h., die Tatsache, daß sich sA zu sB verändert, nennen wir eine *Veränderung*. Spezialfälle von Veränderungen sind:**

- $sV(s\neg E(a), sE(a))$ – ein Entstehen von a ,
- $sV(sE(a), s\neg E(a))$ – ein Vergehen von a ,
- $sV(s\sim A, sA)$ – ein Entstehen von sA ,
- $sV(sA, s\sim A)$ – ein Vergehen von sA ,
- $sV(sP(a), s\neg P(a))$ – ein Verlust des Merkmals P ,
- $sV(s\neg P(a), sP(a))$ – ein Gewinn des Merkmals P .

Bei der Beschreibung von Veränderungen ist folgender Umstand zu berücksichtigen. Angenommen, es sei die Aussage $V(sA, sB)$ getroffen, t^1 sei die Zeit, zu der sA fixiert, und t^2 die Zeit, zu der sB fixiert wird. In der Erfahrung treten dabei häufig Fälle auf, in denen zwischen t^1 und t^2 ein solches Zeitintervall t^3 existiert, in dem $\sim A$ und $\sim B$ gilt. Einen solchen Zustand $s(\sim A \wedge \sim B)$ nennen wir einen *Übergangszustand*, während wir die Zustände sA und sB *statische Zustände* nennen.

Bisher haben wir nur das zweistellige Veränderungsprädikat V betrachtet. Mit seiner Hilfe läßt sich ein einstelliges Veränderungsprädikat „... verändert sich“ (oder „... hat sich verändert“) auf folgende Weise definieren: Vorausgesetzt, a existiert, so gilt „ a verändert sich“ genau dann, wenn ein Prädikat P derart möglich ist, daß $P(a)$ zur Zeit t^1 wahr und zur Zeit t^2 unwahr ist.

Kehren wir nun zur Argumentation der Dialetheisten zurück. Smolenov stellt die Zenonsche Aporie des fliegenden Pfeils durch folgenden Schluß dar:

$$\frac{\text{Der Pfeil bewegt sich weder, noch ruht er.}}{\text{Der Pfeil bewegt sich und ruht.}} \quad \text{folglich}$$

**In der folgenden Definition des Entstehens und Vergehens von a ist ein logischer Fehler enthalten. Die innere Negation $\neg$ muß durch die äußere $\sim$ ersetzt werden, da $\sim\neg E(a)$ logisch wahr ist.

Dieser Schluß wird von Smolenov als gültig angesehen. Wenn dieser Schluß gültig wäre, müßte es der folgende offenbar auch sein:

$$\frac{\text{Dieser Apfel ist weder blau noch violett.}}{\text{Dieser Apfel ist blau und violett.}} \quad \text{folglich}$$

Da der letztere Schluß sicher auch nicht von Smolenov akzeptiert wird, hängt sein Glaube an der Gültigkeit des Zenonschen Schlusses offenbar mit den Prädikaten „ist bewegt“ und „ruht“ zusammen. Die oben angegebene Prädikationstheorie erlaubt es uns, den logischen Fehler Smolenovs zu explizieren. Stellen wir die Aussage „Der Pfeil bewegt sich“ durch $B(s)$ und die Aussage „Der Pfeil ruht“ als die innere Negation dieser Aussage $\neg B(s)$ dar, so nimmt die Prämisse des Zenonschen Schlusses die Form $\sim B(s) \wedge \sim \neg B(s)$ an. Da in der nichttraditionellen Prädikationstheorie die Regel $\sim \neg p \vdash p$ nicht gilt, folgt aus der Zenonschen Prämisse auch nicht der Widerspruch $B(s) \wedge \sim B(s)$.

Derselbe logische Fehler findet sich auch in Priest 1982. Priest unterscheidet drei Typen von Veränderungen. Angenommen, vor einer Zeit t_0 befindet sich ein System S in einem Zustand S_0 ; nach t_0 befindet sich S in einem Zustand S_1 . Das System S ändert sich also zur Zeit t_0 von dem Zustand S_0 zu dem Zustand S_1 . In welchem Zustand befindet sich das System S zur Zeit t_0 ? Nach Priest gibt es hier drei Möglichkeiten:

- α) S ist genau in einem der Zustände S_0 und S_1 ;
- β) S ist weder im Zustand S_0 noch im Zustand S_1 ;
- γ) S ist in beiden Zuständen S_0 und S_1 .

Entsprechend nennt Priest diese Möglichkeiten α -Typ, β -Typ und γ -Typ einer Veränderung. Priest geht von der richtigen Voraussetzung aus, daß nicht jede Veränderung eine α -Typ-Veränderung ist und will dann unter dieser Voraussetzung durch folgende Argumentation beweisen, daß es zumindest γ -Typ-Veränderungen gibt. Angenommen, eine Veränderung von p zu $\sim p$ sei keine α -Typ-Veränderung. Priest will dann zeigen: Falls diese Veränderung eine β -Typ-Veränderung ist, so ist sie auch eine γ -Typ-Veränderung. Die Veränderung von p zu $\sim p$ möge also eine β -Typ-Veränderung sein. Dann wäre im Moment der Veränderung sowohl p als auch $\sim p$ falsch. Folglich wären $\sim p$ und $\sim \sim p$ in diesem Moment wahr, d. h., $\sim p$ und p wären wahr und die Veränderung wäre eine γ -Typ-Veränderung. Es gäbe also wahre logische Widersprüche. Stellen wir in der Symbolik der nichttraditionellen Prädikationstheorie die Zustände p und $\sim p$ aus dem Beispiel von Priest durch $P(s)$ und $\neg P(s)$ dar, so gilt bei einer β -Typ-Veränderung $\sim P(s) \wedge \sim \neg P(s)$, und daraus

folgt wiederum nicht $\sim P(s) \wedge P(s)$. Durch die Unterscheidung von innerer und äußerer Negation ist es im Rahmen der nichttraditionellen Prädikationstheorie also möglich, β -Typ-Veränderungen zu akzeptieren, ohne daraus die Existenz von γ -Typ-Veränderungen zu erhalten.

Eine andere Argumentation von Priest für seine Behauptung, daß eine β -Typ-Veränderung stets eine γ -Typ-Veränderung sei, benutzt das logische Gesetz

$$\sim(p \vee \sim p) \equiv \sim p \wedge \sim \sim p.$$

Diese Formel ist in der klassischen, intuitionistischen und relevanten Logik gültig, und nach Priest beschreibt die linke Seite der Bisubjunktion korrekt eine β -Typ-Veränderung und die rechte Seite eine γ -Typ-Veränderung. Falls es also eine β -Typ-Veränderung gibt, so gäbe es auch γ -Typ-Veränderungen und wahre logische Widersprüche. In der von uns angegebenen Veränderungsterminologie mit der Unterscheidung von innerer und äußerer Negation folgt hingegen aus der Existenz von β -Typ-Veränderungen nicht die Existenz von γ -Typ-Veränderungen, denn die Formel

$$\sim(p \vee \neg p) \equiv \sim p \wedge \sim \sim p$$

ist in der nichttraditionellen Prädikationstheorie nicht gültig.

Im Anhang zu Zinov'ev 1983 beschäftigt sich der Autor mit der Problematik widersprüchlicher Termini. Er behandelt die Frage nach der Widerspruchsfreiheit logischer Theorien und ist der Auffassung, daß die Frage nach der Widerspruchsfreiheit der Termintheorie auf die nach der Widerspruchsfreiheit der Aussagenlogik (der Theorie der entarteten Folgebeziehung) zurückgeführt werden sollte. Er schreibt:

„For example, if in the theory of terms the axioms

$$\begin{aligned} &\vdash P(a \downarrow P), \\ &(\wedge PQ)(a) \dashv\vdash P(a) \wedge Q(a), \\ &\sim P(a) \dashv\vdash \tilde{P}(a), \end{aligned}$$

are accepted, the following theorem

$$\vdash P(a \downarrow (\wedge P \tilde{P})) \wedge \sim P(a \downarrow (\wedge P \tilde{P}))$$

is provable in it. But that does not amount to the proof of the inconsistency of the theory of terms.“ (Zinov'ev 1983, S. 272)

Meines Erachtens leistet hier der Autor einen Tribut an die Modeströmung des Dialetheismus. Eine Aussage der Form $A \wedge \sim A$ ist aus logischen Gründen (auf Grund der Eigenschaften der in ihr vorkommenden logischen Operatoren $\sim$ und $\wedge$) falsch, ganz gleich um welche Aussage A es sich dabei handelt. Und wenn in einer logischen Theorie ein Theorem der Form $\vdash A \wedge \sim A$ beweisbar ist, so ist diese Theorie widersprüchlich und muß aus logischen Gründen verworfen bzw. korrigiert werden.

Zinov'ev sieht solche in der Termintheorie „beweisbaren Widersprüche“ als unproblematisch an, da in seiner Theorie der strengen logischen Folgebeziehung solche Formeln wie

$$X \wedge \sim X \vdash Y$$

keine Theoreme sind, d. h., daß aus einem Widerspruch nicht jede beliebige Aussage folgt. Die Zulassung eines Widerspruchs würde so ein lokales Phänomen bleiben.

In Wessel 1979 habe ich gezeigt, daß in der strengen Theorie der Folgebeziehung auf einem kleinen Umweg doch aus einem Widerspruch jede beliebige Aussage folgt, denn in der strengen Theorie der Folgebeziehung sind u. a. folgende paradoxe Formeln beweisbar:

$$A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B$$

$$A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash \sim B$$

$$A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B \wedge \sim B.$$

Da die Formel $B \vee \sim B$ logisch wahr ist, kann sie als Prämisse in jedem Schluß hinzugefügt werden, und mit Hilfe der angegebenen Formeln erhalten wir auch in der strengen Theorie der Folgebeziehung: Aus einem Widerspruch folgt logisch jede beliebige Aussage. Insbesondere gilt auch:

$$P(a \downarrow (\wedge P \tilde{P})) \wedge \sim P(a \downarrow (\wedge P \tilde{P})) \wedge (Y \vee \sim Y) \vdash Y$$

$$P(a \downarrow (\wedge P \tilde{P})) \wedge \sim P(a \downarrow (\wedge P \tilde{P})) \wedge (Y \vee \sim Y) \vdash \sim Y.$$

Da die beiden Voraussetzungen beweisbar sind, ergibt sich daraus: $\vdash Y$ und $\vdash \sim Y$.

Meines Erachtens gilt die Formel $\vdash P(a \downarrow P)$ nicht uneingeschränkt, sondern nur, wenn der Subjektterminus $a \downarrow P$ nicht leer ist. Es kann also nur das folgende abgeschwächte Axiom in der Termintheorie gesetzt werden:

$$E(a \downarrow P) \vdash P(a \downarrow P),$$

wobei E das Existenzprädikat ist.

Mit Hilfe dieses Axioms erhalten wir dann:

$$E(a \downarrow (\wedge P \tilde{P})) \vdash P(a \downarrow (\wedge P \tilde{P})) \wedge \sim P(a \downarrow (\wedge P \tilde{P})).$$

Außerdem gilt:

$$\vdash \sim (P(a \downarrow (\wedge P \tilde{P})) \wedge \sim P(a \downarrow (\wedge P \tilde{P}))).$$

Aus diesen beiden Formeln ergibt sich dann, daß ein Gegenstand a mit der widersprüchlichen Eigenschaft $\wedge P \tilde{P}$ nicht existiert:

$$\vdash \sim E(a \downarrow (\wedge P \tilde{P})).$$

Während man früher die Behauptung des Dialetheismus, daß es wahre logische Widersprüche gäbe, nur bei Philosophen einer bestimmten Richtung fand, die sie gegen die universelle Gültigkeit logischer Regeln und Gesetze ins Feld führte, hat sich diese antilogische Doktrin heute in der Logik selber breit gemacht. Zu ihrer Begründung versucht sie alle Hilfsmittel der modernen Logikforschung von der axiomatischen Methode bis hin zu den Mögliche-Welten-Semantiken zu benutzen. Doch trotz dieser logisch-technischen Hilfsmittel ist die Behauptung des Dialetheismus schlicht logisch falsch.

Literatur:

1. Berka, K., Zur ontologischen Begründung der Logik, in: Untersuchungen zur Logik und Methodologie, Heft 3, Karl-Marx-Universität Leipzig, 1986, S. 1–8
2. Priest, G., To be and not to be: dialectical tense logic, in: *Studia Logica*, 1982, XLI, 2/3
3. Priest, G., Inconsistencies in Motion, *American Philosophical Quarterly*, vol. 22, Number 4, October 1985
4. Sinowjew, A., Wessel, H., *Logische Sprachregeln. Eine Einführung in die Logik*, Berlin 1975
5. Smolenov, H., Zeno's paradoxes and temporal becoming in dialectical atomism, *Studia Logica*, 1984, XLIII, 1/2
6. Wessel, H., Ein System der strikten logischen Folgebeziehung, in: „Begriffsschrift“, Jenaer Fregekonferenz, Wissenschaftliche Beiträge der Friedrich-Schiller-Universität Jena, 1979
7. Wessel, H., *Logik*, Berlin 1984
8. Zinov'ev, A. A., *Logical Physics*, Dordrecht, Boston, London 1983

Logische, dialektische und mystische Widersprüche*

Meine Antwort auf Graham Priests Artikel „Gegen Wessel“ ist nicht als ein „Gegen Priest“ zu verstehen, denn ich kenne Graham Priest nicht persönlich und habe nichts gegen ihn. Ich möchte nur mit einigen Auffassungen von G. Priest polemisieren und auf einige Vorwürfe antworten. Ich halte mich in meiner Antwort an den Aufbau von Priests Artikel.

Über das in der Einleitung enthaltene Werturteil („Mein Eindruck ist, daß es seiner Kritik im wesentlichen an Substanz mangelt“) läßt sich nicht streiten, da es ein rein subjektives und auch als solches ausgewiesen ist („mein Eindruck ist“).

Zum Abschnitt 2 von Priests Artikel habe ich keine wesentlichen Einwände, da er hauptsächlich eine Terminologie einführt und da ich manche der dort vertretenen Auffassungen teile, natürlich mit Ausnahme der hier schon im Hintergrund stehenden Meinung, daß man seine Logik wie einen neuen Anzug je nach Mode und Geschmack wählen könne.

Man soll zwar nicht über den Gebrauch von Worten streiten, aber die von Priest eingeführte Terminologie ist meines Erachtens nicht sehr glücklich gewählt und verrät schon eine philosophische Konzeption. Die Kunstworte *Dialetheia* und *Dialetheismus* wird natürlich nur jemand in den Gebrauch einführen, der glaubt, daß es wahre logische Widersprüche gibt, denn für den, der diesen Irrglauben nicht teilt, genügt die Terminologie „logisch falsch“ oder „Kontradiktion“. Ähnlich unglücklich ist das Wort „parakonsistent“ gewählt, da es eigentlich unsinnig ist. Man kann von einer Aussagengesamtheit sagen, daß sie konsistent ist oder nicht, ein Drittes gibt es hier nicht. Das Wort „parakonsistent“ in seiner üblichen Wortbedeutung und nicht in der von Priest definierten Form erinnert an solche Wendungen wie „ein bißchen schwanger“, „para-“ bedeutet nach Duden „bei ...“, „neben ...“, „entgegen ...“,

*Erstveröffentlichung in: *Wissen, Wertung, Wirkung*, „*Philosophische Logik*“, *Philosophische Beiträge*, Humboldt-Universität zu Berlin, Heft 2, Berlin 1989, S. 121–127.

Im gleichen Heft erschien auch der Artikel von Priest, auf den dieser Aufsatz antwortet.

„falsch ...“. All diese Zusammensetzungen mit „konsistent“ ergeben keinen Sinn, und die entstehenden Assoziationen zu anderen mit „para“ beginnenden Worten sind sicher auch von den parakonsistenten Logikern nicht gewünscht. Im Abschnitt 3 bewertet Priest die von mir vorgeschlagene Theorie der strikten logischen Folgebeziehung. Er weist auf einige angebliche Mängel dieser Theorie hin. In Wessel 1987 habe ich nur die Grundgedanken dieser Theorie dargestellt, um zu verdeutlichen, daß das Anliegen vieler parakonsistenter Logiker auch im Rahmen einer klassisch orientierten Logikkonzeption realisiert werden kann. Ausführlich ist die Theorie der strikten logischen Folgebeziehung in Wessel 1979, 1980, 1984 dargestellt.

Der erste Einwand von Priest gegen die Theorie der strikten logischen Folgebeziehung besteht darin, daß sie in bezug auf Einsetzung nicht abgeschlossen ist. Diese Tatsache war mir schon beim Aufbau dieser Theorie bekannt, und die Theorie der strikten logischen Folgebeziehung wird deshalb axiomatisch mit Hilfe von Axiomenschemata und ohne Einsetzungsregel aufgebaut. Ich sehe darin allerdings keinen Mangel, denn die Einsetzungsregel ist keine logische Schlußregel im eigentlichen Sinne des Wortes. Sie erfüllt in der Logik die Aufgabe einer Hilfsregel. Sie ist eine technische Kalkülregel, die es gestattet, aus Tautologien (bzw. Kontradiktionen) neue Tautologien (bzw. Kontradiktionen) zu erhalten. Auf keine Fall gilt $A \vdash A\{a/B\}$, wo $\vdash$ das Zeichen der logischen Folgebeziehung ist. Man könnte auch ein Axiomensystem der strikten Folgebeziehung mit einer Regel für beschränkte Einsetzungen anstelle von Axiomenschemata formulieren, das in bezug auf beschränkte Einsetzungen abgeschlossen ist. Aber das sind rein technische Probleme. Ich sehe darin keinen Mangel des Systems, im Unterschied zu Systemen der parakonsistenten Logik, in denen der Modus ponens nur beschränkt gilt.

Weiterhin lastet Priest der Theorie der strikten logischen Folgebeziehung an, daß in ihr aus einem Widerspruch überhaupt nichts folgt. Dies mache diese Theorie für viele Zwecke ungeeignet, da es beispielsweise oft nötig sei, Schlüsse aus Widersprüchen zu ziehen, gerade um herauszufinden, ob es sich um Widersprüche handelt.

Dieser Vorwurf ist absolut irrelevant, da die Theorie der strikten logischen Folgebeziehung von vornherein nicht als Ersatztheorie für die klassische Theorie der Folgebeziehung konzipiert ist, sondern nur als ein ergänzendes Instrumentarium zur klassischen Theorie der Folgebeziehung. In Wessel 1980, 1984 wird ausdrücklich darauf hingewiesen, daß man die Theorie der strikten logischen Folgebeziehung im Falle widersprüchlicher Theorien anwenden kann, um den Widerspruch zu isolieren. Das setzt natürlich voraus, daß man weiß, daß die betreffende Theorie widersprüchlich ist. Das kann man entweder direkt durch Angabe des Widerspruchs oder mit Hilfe der klassischen Theorie der Folgebeziehung feststellen.

Priest nennt den Schluß $A \vdash A \vee B$ harmlos und bemängelt, daß er in der Theorie der strikten logischen Folgebeziehung nicht gültig ist. Ich habe in mehreren Arbeiten gezeigt (z.B. Wessel 1984), daß dieser Schluß nicht harmlos ist und verweise hier zusätzlich nur auf die Arbeit von Weingartner/Schurz 1986, in der diese Problematik ausführlich behandelt wird.

Weiter kritisiert Priest, daß in der Theorie der strikten logischen Folgebeziehung die Gesetze der Dualität und der Kontraposition verletzt seien. Erstens lasse ich den klassischen Aussagenkalkül mit seinen Dualitätsbeziehungen und Kontrapositionsgesetzen vollkommen unangetastet. Zweitens gelten für die strikte Folgebeziehung eine ganze Reihe von Kontrapositionsregeln wie etwa $A \supset B \vdash \sim B \supset \sim A$, $(A \supset B) \wedge \sim B \vdash \sim A$, $\sim A \supset \sim B \vdash B \supset A$ usw. mit den Einschränkungen E1 und E2. Weiterhin gelten auch solche Metaregeln wie: Wenn $A \vdash B$, so $\sim B \vdash \sim A$ mit den Einschränkungen E1 und E2. Außerdem lassen sich auch spezielle Dualitätsprinzipien für die strikte Folgebeziehung aufstellen.

Nach Priest macht die Variablenbedingung ii es schwierig, die strikte Folgebeziehung auf die Quantorenlogik auszudehnen. Die echte Schwierigkeit einer solchen Ausdehnung liegt aber nicht im Punkt ii, denn der ist beispielsweise in den Systemen der strengen logischen Folgebeziehung realisiert (vgl. Sinowjew/Wessel 1975), sondern in dem Punkt iii, da die übliche Quantorenlogik nicht entscheidbar ist. Die Ausdehnung der strikten Folgebeziehung auf die Quantorenlogik setzt den Aufbau einer eingeschränkten entscheidbaren Quantorenlogik voraus.

Da in der Theorie der strikten logischen Folgebeziehung die Regel $A \supset (A \supset B) \vdash A \supset B$ gültig ist, lastet Priest ihr an, daß auf ihrer Grundlage nicht eine naive Mengenlehre aufgebaut werden kann, da in ihr das Curry Paradox auftreten würde und diese Theorie dann trivial sei. Bereits in Wessel 1980 hob ich hervor, daß die strikte Theorie der Folgebeziehung für axiomatisch aufgebaut Theorien der Logik und Mathematik nicht zu verwenden ist, da sie es nicht gestattet, von Tautologien auf Tautologien zu schließen. Außerdem haben Priest und Routley 1984 selbst gezeigt, daß man das Curry Paradox schon allein mit $A \wedge (A \supset B) \vdash B$ ohne $A \supset (A \supset B) \vdash A \supset B$ erhält.

Man müßte also auch $A \wedge (A \supset B) \vdash B$ verwerfen. Dazu bin ich allerdings nicht bereit, da dies für mich ein Ende der Logik bedeutet. Den Grund für das Auftreten des Curry Paradox sehe ich mit den meisten Logikern und Mathematikern in der Akzeptanz des unbeschränkten Abstraktionsprinzips.

Es gibt heute eine Vielzahl von verschiedenen parakonsistenten Logiksystemen. In dem Artikel Priest/Routley 1984 wird ein kurzer Überblick gegeben. Bunder 1984 zeigt, daß die meisten parakonsistenten Logiker von der positiven (intuitionistischen oder klassischen Logik) ausgehen und sie durch

spezielle Axiome für die Negation ergänzen. Meist werden

1. $\vdash A \vee \sim A$
2. $\sim\sim A \vdash A$
3. $A \vdash \sim\sim A$

unbeschränkt akzeptiert, während die folgenden Sätze nur eingeschränkt akzeptiert werden:

4. $A, \sim A \vdash B$ oder
- 4'. $\vdash A \wedge \sim A \supset B$
5. $\vdash (A \supset B) \supset ((A \supset \sim B) \supset \sim A)$.

Die meisten akzeptieren nicht:

6. $\vdash \sim(A \wedge \sim A)$,

da dies das erste von da Costas drei Prinzipien der parakonsistenten Logik verletzt. Nach diesem Prinzip darf 6 nicht allgemeingültig sein.

Einig sind sich die parakonsistenten Logiker nur darin, daß 4 bzw. 4' nicht allgemeingültig sein soll. Darauf beruht auch die von Priest angeführte Definition einer parakonsistenten Logik.

In meinem von Priest kritisierten Artikel habe ich geschrieben, daß von den Dialetheisten die Gültigkeit des Satzes vom ausgeschlossenen Widerspruch bestritten wird. Priest fühlt sich zu Unrecht kritisiert, da in seinem System $\sim(A \wedge \sim A)$ beweisbar ist. Hierzu möchte ich antworten, daß meine Kritik erstens nicht gegen Priests System speziell gerichtet ist, sondern allgemein gegen die Auffassung des Dialetheismus. Mein Einwand könnte von den Dialetheisten noch auf die meisten parakonsistenten Logiker ausgedehnt werden. Wie steht es aber mit Priest, denn in seinem System ist $\sim(A \wedge \sim A)$ beweisbar? Habe ich ihn zu Unrecht kritisiert? Meines Erachtens trifft die Kritik auch ihn, obwohl in seinem System $\sim(A \wedge \sim A)$ ein Theorem ist, denn Priest vertritt in seinem Aufsatz ausdrücklich die These des Dialetheismus, daß es wahre logische Widersprüche gibt. Wie will Priest vereinbaren, daß $\sim(A \wedge \sim A)$ ein Theorem (logisch wahr) ist und trotzdem $A \wedge \sim A$ manchmal wahr ist? Priest ist sich selbst der Problematik bewußt, denn in einem gemeinsamen Aufsatz mit Routley schreibt er: „However, consistency assumptions are not so easy to shake off, precisely because reasoning is so commonly predicated on them. For example, it is often said even by the exponents of paraconsistent logic that a paraconsistent logic should not contain the law of non-contradiction $\sim(A \wedge \sim A)$. But of course this argument succeeds only if a consistency assumption is made! In this respect even paraconsistent logi-

cians are prone to lapse into the consistency habit. However they have at least emancipated themselves from consistency, and no longer live in superstitions fear and awe of contradictions.“ (Priest/Routley 1984, p. 16)

Meines Erachtens ist es aber logisch nicht vereinbar, daß $\sim(A \wedge \sim A)$ logisch wahr ist und daß trotzdem $A \wedge \sim A$ manchmal wahr ist. Wer so etwas behauptet, nimmt eine antilogische und mystische Haltung ein.

Rein technisch ist die von Priest vorgeschlagene Semantik einer parakonsistenten Logik verständlich. Der Einwand gegen diese Semantik ist inhaltlicher Natur. Priest läßt neben den beiden Wahrheitswerten „wahr“ ($\{1\}$) und „falsch“ ($\{0\}$) einen Wahrheitswert „wahr und falsch“ ($\{0, 1\}$) zu. Für die Einführung eines solchen Wahrheitswertes $\{0, 1\}$ kann ich keinen vernünftigen Grund sehen. Im Gegenteil ist die Behauptung, es gäbe Aussagen, die wahr und falsch sind, gegen die Grundlagen der Logik gerichtet.

Mir geht es auch nicht darum, in zwei Zeilen die Richtigkeit der klassischen Logik zu beweisen. Ich plädiere nur dafür, nicht leichtfertig logische Grundprinzipien, die sich zweitausend Jahre bewährt haben und die Grundlage unserer gesamten Wissenschaft und Zivilisation bilden, ohne verständliche und zwingende Gründe zu verwerfen. In Abschnitt 7 wiederholt Priest nur verkürzt seine Argumente aus Priest 1982. Dagegen erhalte ich alles aufrecht, was ich in Wessel 1987 geschrieben habe. Die nichttraditionelle Prädikationstheorie hat Priest nicht verstanden, sonst würde er die innere Negation dieser Theorie nicht als Prädikatnegation deuten. Deshalb kann ich Priest die *ignotatio elenchi* getrost zurückgeben.

Die nichttraditionelle Prädikationstheorie gestattet es, Übergangszustände zu akzeptieren und sie widerspruchsfrei darzustellen. Sie erweitert also die klassische Logik, ohne deren Gesetze in Frage zu stellen. Bewegt man sich in ihren Rahmen, so tauchen die von Priest diskutierten Paradoxien der Veränderung nicht auf. Sieht man die Akzeptanz von Übergangszuständen neben statischen Zuständen als etwas Dialektisches an, so gestattet die nichttraditionelle Prädikationstheorie eine logisch widerspruchsfreie Darstellung bestimmter dialektischer Widersprüche. Sie stellt in diesem Sinne einen Beitrag zu einer logischen Dialektik dar, während Priests Konzept mehr der mystischen Traditionslinie dialektischen Denkens zugehört.

Literatur:

- Bunder, M. W., Some Definitions of Negation Leading to Paraconsistent Logics, *Studia Logica*, 1984, XLIII, 1/2
- Priest, G., To be and not to be: dialectical tense logic, *Studia Logica*, 1982, XLI, 2/3
- Priest, G., Routley, R., Introduction: Paraconsistent Logics, *Studia Logica*, 1984, XLIII,1/2
- Priest, G., Gegen Wessel, Wissen, Wertung, Wirkung, „Philosophische Logik“, *Philosophische Beiträge*, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Heft 2, Berlin 1989
- Sinowjew, A., Wessel, H., *Logische Sprachregeln*, Berlin 1975
- Weingartner, P., Schurz, G., Paradoxes solved by simple Relevance Criteria, *Logique et Analyse*, Mars 1986, 113
- Wessel, H., Ein System der strikten logischen Folgebeziehung, „Begriffsschrift“, Jenaer Fregekonferenz, *Wissenschaftliche Beiträge der Friedrich-Schiller-Universität Jena*, 1979
- Wessel, H., Aussagenlogische Theorie der logischen Folgebeziehung, *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, H. 12, 1980
- Wessel, H., *Logik*, Berlin 1984
- Wessel, H., Dialetheismus: Mystik im logischen Gewande, VIII. Internationaler Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften, *DDR-Beiträge*, Berlin 1987

Vage Prädikate und Prädikationstheorie*

In seinem Aufsatz „The Law of Excluded Middle“ schreibt P. T. Geach 1956: „I know of no serious objection to the Law of Excluded Middle, except the one arising over vague predicates – predicates that allow of border-line cases. It is only this sort of vagueness that is logically important.“ (Geach 1980, S. 85)

Nimmt man das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten in der Form:

Für jedes x gilt: Entweder x ist F oder x ist nicht F ;

oder:

Für jedes Prädikat P und jedes Objekt x gilt: Entweder P oder seine Negation ist wahr für x ,

so ergeben sich nach Geach bei vagen Prädikaten Schwierigkeiten. Berücksichtigt man, daß jedes empirische Prädikat einen bestimmten Grad von Vagheit an sich hat, so ist offensichtlich, daß sich die Logik mit dieser Problematik zu beschäftigen hat. Geach wirft die Frage auf, ob es eine Logik für vage Prädikate geben kann, die selber nicht vage ist. Nach Geachs Auffassung ist eine solche Logik ebenso möglich wie jemand, der fette Ochsen treibt, nicht selber fett sein muß. Wie eine solche Logik aussehen könnte, macht er anhand einer Bemerkung Wittgensteins zu vagen Prädikaten deutlich.

Um ein vages Prädikat P zu repräsentieren, ziehen wir zwei konzentrische Grenzlinien a und b . P gilt dann bestimmt für das, was innerhalb der inneren Grenzlinie liegt, und die Negation von P gilt bestimmt für das, was außerhalb der äußeren Grenzlinie liegt. Wittgenstein schreibt dann: „Es wäre eine unbestimmte Zone offengelassen, und die Grenzen a und b sind für den definierten Begriff nicht wesentlich. – Die Grenzen a und b sind sozusagen

*Erstveröffentlichung in: *Logik in der Semantik – Semantik in der Logik*, Hrsg. Evelyn Dölling, Akademie der Wissenschaften der DDR, Zentralinstitut für Philosophie, Bd. 2, Berlin 1987, S. 103–112.

doch nur die Mauern der Vorhöfe. Sie sind willkürlich dort gezogen, wo man noch etwas Festes ziehen kann. – Wie man einen Sumpf durch eine Mauer abgrenzt, die Mauer ist aber nicht *die* Grenze des Sumpfes, sondern sie steht nur um ihn auf festem Erdreich. Sie ist ein Zeichen dafür, daß innerhalb ihrer ein Sumpf ist, aber nicht, daß der Sumpf genau so groß ist wie die von ihr begrenzte Fläche.“ (Wittgenstein 1981, S. 264)

Die zwei Grenzlinien stehen konzentrisch auf festem Grund, und der Vagheitssumpf liegt vollständig zwischen ihnen. Es scheint nun so, als ob eine Vagheit zweiter Stufe wegen der gezogenen Grenzlinien entstehen würde, doch das ist nicht so. Selbst wenn es für einen Gegenstand x zweifelhaft ist, ob er innerhalb der inneren Grenzlinien liegt, so hat er die Eigenschaft P , und selbst wenn es für x zweifelhaft ist, ob er außerhalb der äußeren Grenzlinien liegt, so hat er die Negation der Eigenschaft P .

Eine präzise Logik für vage Prädikate hat Geach nicht anzubieten, hält sie aber für möglich und sieht in ihrer Ausarbeitung eine wichtige Aufgabe der Logik. Auch die Frage, ob in einer solchen Logik das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten gelte oder nicht, läßt Geach offen.

Inzwischen gibt es in der logischen Literatur die verschiedensten Vorschläge für den Umgang mit vagen Prädikaten. Ich verweise hier nur auf die Arbeiten von Dummett 1975, K. Fine 1975, L. Zadeh 1975, R. Parikh 1983 und H. Putnam 1983.

Es ist hier nicht möglich, all die verschiedenen Herangehensweisen im Detail zu analysieren.

Dummett diskutiert die Problematik im Zusammenhang mit dem folgenden Paradox von Wang:

1. 0 ist klein.
2. Wenn n klein ist, so ist $n + 1$ klein.
3. Folglich ist jede Zahl klein.

Nach Dummett haben wir hier die Wahl zwischen folgenden Alternativen: Entweder ist die zweite Voraussetzung nicht wahr oder aber die Induktion ist keine gültige Methode bei Argumenten, in denen vage Prädikate auftreten. Nach Dummetts Auffassung ist der Induktionsschritt für ein beliebiges n korrekt. Also verwirft er die Induktion als gültige Schlußmethode, wenn vage Prädikate in den Argumenten vorkommen.

Meines Erachtens ist der Satz 2 falsch. Ich begründe dies später, wenn ich auf Putmans Argumente eingehe.

Dummett erörtert auch die Frage, ob einige Prinzipien der klassischen Logik, insbesondere das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten, für Aussagen

mit vagen Prädikaten gültig sind oder nicht. Auf einigen der von Dummett aufgeworfenen Fragen gibt meine weitere Darstellung Antwort.

In einigen Punkten stimme ich Dummett voll zu:

1. Ähnliche Schwierigkeiten, wie sie sich mit dem vagen Prädikat „klein“ in Wangs Paradox ergeben, treten bei allen vagen Prädikaten auf.
2. Vage Prädikate sind keine Prädikate im Sinne Freges, und folglich ist die Fregesche Logik für sie nicht ausreichend.
3. Wenn wir es mit Termini zu tun haben, deren Anwendung allein durch Beobachtung bestimmt ist, so müssen diese Termini notwendigerweise vage sein.

Aus seinen Erörterungen zieht Dummett die Schlußfolgerung, eine Sprache mit vagen Prädikaten sei inkonsistent. Ich werde im weiteren zeigen, daß diese Schlußfolgerung voreilig ist, denn ich gebe eine Sprache an, in der man konsistent vage Prädikate verwenden kann.

R. Parikh (1983) knüpft an Dummett an und schlägt eine Sprache mit vagen Prädikaten vor, die lokal konsistent, aber global inkonsistent ist. In solch einer Sprache führen Beweise, die kurz genug sind, niemals zu einem Widerspruch, während man langen Beweisen nicht trauen kann. Dieser Vorschlag ist interessant, löst aber die Problematik vager Prädikate nicht.

Überzeugend ist hingegen Parikhs Argumentation dafür, daß Beobachtungsprädikate notwendigerweise vage sind.

Einen *metrischen Raum* nennt er eine nichtleere Menge mit einer Metrik oder Abstandsfunktion d , die für alle Punktepaaire definiert ist und die für alle Punkte x, y, z folgende Bedingungen erfüllt:

1. $d(x, y) = 0$ genau dann, wenn $x = y$;
2. $d(x, y) = d(y, x)$;
3. $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$.

Die Werte von d sind nicht-negative reelle Zahlen.

Es sei $\alpha > 0$. Ein metrischer Raum wird nun α -*konnex* genannt, wenn er nicht in zwei disjunkte nicht-leere Teilmengen A und B derart aufgeteilt werden kann, daß für alle $x \in A$ und alle $y \in B$ gilt $d(x, y) \geq \alpha$.

Angenommen, ein metrischer Raum bestehe nun aus physischen Objekten oder aus Aspekten von solchen, wie z. B. der Farbe von physischen Objekten. Ein solcher Raum wird nun *beobachtungskonnex* genannt genau dann, wenn er für ein α , das kleiner als die Beobachtungsgrenzen ist, α -konnex ist.

In einem beobachtungskonnexen metrischen Raum kann kein nichttriviales Beobachtungsprädikat (im traditionellen Fregeschen Sinne) definiert werden. Wenn etwas wie ein Beobachtungsprädikat aussieht und nichttrivial ist, so kann es kein Prädikat im strengen Fregeschen Sinne sein, sondern nur ein vages Prädikat. Unsere faktischen Beobachtungsräume sind aber immer beobachtungskonnex.

K. Fine (1975) macht den Vorschlag, Sätze mit vagen Prädikaten wie „rot“ als wahr anzusehen genau dann, wenn sie für alle möglichen Präzisierungen des betreffenden vagen Prädikates gelten, d. h. für alle Prädikate, die als rot solche farbigen Dinge klassifizieren, bei denen wir alle einverstanden sind, daß sie rot sind, und die als nicht-rot solche farbigen Dinge klassifizieren, bei denen wir alle einverstanden sind, daß sie nicht rot sind. Die Farben, bei denen wir ungewiß sind, werden ebenso als rot oder nicht-rot klassifiziert, aber unterschiedlich bei verschiedenen Präzisierungen.

Der Vorschlag von Fine löst nicht die Problematik vager Prädikate. Faktisch werden bei den sogenannten Präzisierungen vager Prädikate diese durch andere Prädikate ersetzt, und die Vagheit verschwindet. K. Fine kann man hier ein Argument von L. Wittgenstein entgegenhalten: „Zu dem Problem vom ‚Sandhaufen‘: Man könnte sich hier, wie in ähnlichen Fällen, denken, daß es einen offiziellen Begriff, wie den einer Schrittlänge, gäbe, etwa: Haufen ist alles, was über einen halben m^3 groß ist. Dieser wäre aber dennoch nicht unser gewöhnlich gebrauchter Begriff. Für diesen liegt keine Abgrenzung vor (und bestimmen wir eine, so ändern wir den Begriff); sondern es liegen nur Fälle vor, welche wir zu dem Umfang des Begriffs rechnen und solche, die wir nicht mehr zu dem Umfang des Begriffs rechnen.“ (Wittgenstein 1978, S. 240) Oder noch pointierter: „‚Mach mir hier einen Haufen Sand.‘ – ‚Gut, das nennt er gewiß noch einen Haufen‘ Ich konnte dem Befehl Folge leisten, also war er in Ordnung. Wie aber ist es mit dem Befehl: ‚Mach mir den kleinsten Haufen, den Du noch so nennst‘? Ich würde sagen: das ist Unsinn; ich kann nur eine vorläufige obere und untere Grenze bestimmen.“ (Ebenda)

Meiner Auffassung nach ist die Wittgensteinsche Charakteristik vager Prädikate treffender als die der obengenannten Autoren, und sie läßt sich auf logischer Ebene mit Hilfe der von uns entwickelten nichttraditionellen Prädikationstheorie darstellen, in der zwischen zwei Formen der Negation unterschieden wird. Ich möchte hier nur kurz die semantischen Regeln dieser Prädikationstheorie angeben, ausführlich ist sie in Wessel 1986 dargestellt.

Einfache Aussagen werden durch Schemata der Form $(s_1, \dots, s_n) \leftarrow P$ und $(s_1, \dots, s_n) \not\leftarrow P$ dargestellt, wobei $s_1, \dots, s_n$ Subjekttermini, P n -stellige Prädikattermini ($n \geq 1$), $\leftarrow$ und $\not\leftarrow$ entsprechend die Prädikationsoperatoren des Zusprechens und des Absprechens sind. Zur Vereinfachung der Schreibweise schreiben wir anstelle von $(s_1, \dots, s_n) \leftarrow P$ und $(s_1, \dots, s_n) \not\leftarrow P$ entspre-

chend $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ oder einfach p und $\neg p$, und nennen das Zeichen $\neg$ *innere Negation* im Unterschied zur klassischen aussagenlogischen Negation $\sim$, die sich auf ganze Aussagen bezieht und deshalb *äußere Negation* genannt wird. Wir betonen, daß die innere Negation nur unmittelbar vor Prädikatformeln oder Aussagenvariablen vorkommen kann und kein aussagenlogischer Operator ist.

Beim semantischen Aufbau der nichttraditionellen Prädikationstheorie werden zu den semantischen Regeln der klassischen Aussagenlogik folgende Regeln hinzugefügt:

1. Prädikatformeln $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln verschieden genau dann, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
2. Wenn A den Wert v hat, so hat $\neg A$ den Wert f .
3. Wenn $\neg A$ den Wert v hat, so hat A den Wert f .
4. Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
5. Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.

Kurz gesagt, zwei konträre Formeln A und $\neg A$ können nicht beide wahr, sie können aber beide falsch sein.

Für ein Formel de Form $\sim A \wedge \sim \neg A$ schreiben wir $?A$.

Im Rahmen der nichttraditionellen Prädikationstheorie lassen sich zwei verschiedene Prädikatnegationen definieren:

$$s \leftarrow \bar{P} \equiv_{Def} s \not\leftarrow P$$

$$s \leftarrow \tilde{P} \equiv_{Def} \sim(s \leftarrow P).$$

Wie ist nun die von vielen Autoren gestellte Frage nach der Gültigkeit bzw. Ungültigkeit des Gesetzes vom ausgeschlossenen Dritten für vage Prädikate zu beantworten? Wir betrachten nur einige syntaktische Formulierungen, die als „Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten“ angesehen werden können:

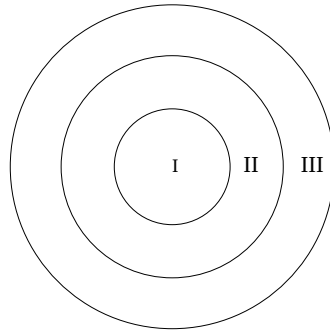
1. $p \vee \sim p$
2. $(s \leftarrow P) \vee (s \not\leftarrow P)$
3. $(s \leftarrow P) \vee (s \leftarrow \tilde{P})$

4. $(s \leftarrow P) \vee (s \leftarrow \bar{P})$
5. $\sim(s \leftarrow P) \vee \sim(s \not\leftarrow P)$
6. $\sim(s \leftarrow P) \vee \sim(s \leftarrow \tilde{P})$
7. $E(\downarrow A) \vee E(\downarrow \sim A)$, wobei E das Existenzprädikat und $\downarrow$ der aussagenbildende Operator „die Tatsache, daß ...“ sind;
8. $E(\downarrow(s \leftarrow P)) \vee E(\downarrow(s \not\leftarrow P))$.

Gültig sind 1, 3, 5, 6 und 7, während 2, 4 und 8 nicht allgemeingültig sind, also auch nicht die eingangs zitierte Formulierung von Geach.

Akzeptieren wir die nichttraditionelle Prädikationstheorie als angemessenen Formalismus zur Darstellung vager Prädikate, so hat das natürlich auch Auswirkungen auf die Quantorentheorie ohne und mit Identität.

Benutzen wir das Wittgensteinsche Diagramm mit den konzentrischen Kreisen für vage Prädikate:



Im Bereich I mögen die Gegenstände liegen, für die gilt $s \leftarrow P$, im Bereich III die Gegenstände, für die gilt $s \not\leftarrow P$ und im Bereich II die Gegenstände, für die gilt $?(s \leftarrow P)$.

Für die Quantoren $\forall$ und $\exists$ ergeben sich dann folgende Bedingungen:

1. Die Aussage $\forall x P(x)$ gilt, wenn die Bereiche II und III leer sind.
2. Die Aussage $\forall x \neg P(x)$ gilt, wenn die Bereiche I und II leer sind.
3. Die Aussage $\forall x \sim P(x)$ gilt, wenn der Bereich I leer ist.
4. Die Aussage $\exists x P(x)$ gilt, wenn der Bereich I ein Objekt enthält.
5. Die Aussage $\exists x \neg P(x)$ gilt, wenn der Bereich III ein Objekt enthält.
6. Die Aussage $\exists x \sim P(x)$ gilt, wenn der Bereich II oder III ein Objekt enthält.

Für die äußeren Negationen von 1–6 erhalten wir:

7. Die Aussage $\sim\forall x P(x)$ gilt, wenn der Bereich II oder III ein Objekt enthält.
8. Die Aussage $\sim\forall x \neg P(x)$ gilt, wenn der Bereich I oder II ein Objekt enthält.
9. Die Aussage $\sim\forall x \sim P(x)$ gilt, wenn der Bereich I ein Objekt enthält.
10. Die Aussage $\sim\exists x P(x)$ gilt, wenn der Bereich I leer ist.
11. Die Aussage $\sim\exists x \neg P(x)$ gilt, wenn der Bereich III leer ist.
12. Die Aussage $\sim\exists x \sim P(x)$ gilt, wenn die Bereiche II und III leer sind.

Wir sehen, daß bei dieser Deutung die üblichen klassischen Beziehungen zwischen den Quantoren $\forall$ und $\exists$ erhalten bleiben. Insbesondere gilt $\sim\forall x P(x) \supset \exists x \sim P(x)$, während die Formel $\sim\forall x P(x) \supset \exists x \neg P(x)$ nicht allgemeingültig ist. Wir benötigen diese Formeln bei der Analyse des folgenden Putnamschen Beispiels.

Stellen wir uns eine lange Reihe von Männern vor, die auf folgende Art geordnet sind: auf dem ersten Platz steht ein Mann mit 0 Haaren auf dem Kopf, auf dem zweiten Platz ein Mann mit 1 Haar, auf dem dritten Platz ein Mann mit zwei Haaren auf dem Kopf, $\dots$, auf dem n -ten Platz ein Mann mit $n - 1$ Haaren und am Ende der Reihe steht ein Mann mit vollem Haarwuchs.

In solch einem Falle scheint der folgende Schluß korrekt zu sein:

1. Ein Mann mit 0 Haaren ist glatzköpfig.
2. $\forall n$ (Wenn ein Mann mit n Haaren glatzköpfig ist, so ist ein Mann mit $n + 1$ Haaren glatzköpfig).

Folglich:

3. $\forall n$ (Ein Mann mit n Haaren ist glatzköpfig).

Da der Satz 1 offensichtlich wahr ist und der Satz 3 falsch, muß, wenn wir nicht das Induktionsprinzip für vage Prädikate verwerfen wollen, der Satz 2 falsch sein. Folglich muß der Satz

4. $\sim\forall n$ (Wenn ein Mann mit n Haaren glatzköpfig ist, so ist ein Mann mit $n + 1$ Haaren glatzköpfig)

wahr sein. Soweit ist die Argumentation von Putnam korrekt. Er schließt nun weiter, daß dann nach der klassischen Logik der folgende Satz gelten müsse:

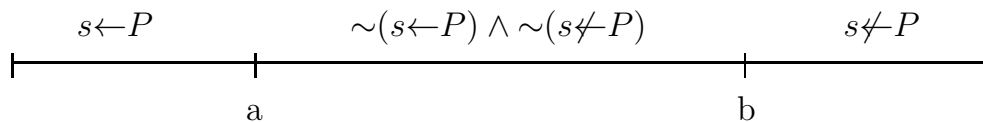
5. $\exists n$ (Ein Mann mit n Haaren ist glatzköpfig. Ein Mann mit $n + 1$ Haaren ist nicht glatzköpfig.).

Dieser Satz widerspricht aber unserer Intuition mit vagen Prädikaten. Da Putnam das Induktionsprinzip auch für Prädikate aufrechterhalten will, den Satz 4 akzeptiert, aber den Satz 5 verwirft, schlägt er vor, in Argumentationen mit vagen Prädikaten die klassische Logik zu verwerfen und nur die intuitionistische Logik zu benutzen. Insbesondere verwirft er die beiden klassischen Regeln $\sim\forall x P(x) \supset \exists x \sim P(x)$ und $\sim(p \supset q) \supset p \wedge \sim q$. Er hebt hervor, daß wir anstelle von $\sim(p \supset q) \supset p \wedge \sim q$ die intuitionistisch gültige Regel $\sim(p \supset q) \supset \sim\sim p \wedge \sim q$ benutzen könnten, und formuliert verbal durchaus richtig, daß der Satz nicht-nicht-„John ist glatzköpfig“ („John ist nicht nicht-glatzköpfig“) verwendet werden kann, um den Satz „John ist nicht glatzköpfig“ zu negieren, ohne zu der Behauptung „John ist glatzköpfig“ zu verpflichten. Ich habe an anderer Stelle gezeigt, daß die intuitionistische Negation eine Vermischung von innerer und äußerer Negation ist. (Wessel 1984)

Auch Putnams Argumentation leidet unter dieser Vermischung. Nach der klassischen Regel $\sim\forall x P(x) \supset \exists x \sim P(x)$ erhält man aus 4 nur den folgenden Satz:

6. $\exists n$ (Ein Mann mit n Haaren ist glatzköpfig. Es gilt nicht: Ein Mann mit $n + 1$ Haaren ist glatzköpfig.).

Um aus 4 den Satz 5 zu erhalten, benutzt Putnam faktisch die ungültige Regel $\sim\forall x P(x) \supset \exists x \neg P(x)$. Der Satz 6 widerspricht im Unterschied zu 5 auch nicht unserer Intuition mit vagen Prädikaten. Wenn wir unsere Männerreihe vor uns haben, so ziehen wir irgendwo unsere Grenzl意思 a und b:



Es läßt sich auch zeigen, daß bei dem aussagenlogischen Schluß $\sim(p \supset q) \supset \sim\sim p \wedge \sim q$ in unserem Beispiel das Problem nicht bei der doppelten Negation von p liegt, sondern in der Deutung der Negation vor q . In der nichttraditionellen Prädikationstheorie ist nur folgende Formel allgemeingültig:

$\sim(p \supset q) \supset \sim\neg p \wedge \sim q$, während die Formeln

$\sim(p \supset q) \supset \sim\sim p \wedge \neg q$,

$\sim(p \supset q) \supset \sim\neg p \wedge \neg q$,

$\sim(p \supset q) \supset p \wedge \neg q$

keine Theoreme sind. Der Schluß auf $\neg q$ ist bei Putnam also nicht korrekt.

Die folgende Formel ist in der nichttraditionellen Prädikationstheorie nicht gültig:

$$(p \equiv q) \supset (\neg p \equiv \neg q).$$

Das bedeutet, daß das Leibnizsche Identitätsprinzip

$$(a = b) \equiv \forall P (P(a) \equiv P(b))$$

nicht gilt. Dieses Prinzip ist nur gültig, wenn man innere und äußere Negation identifiziert. Unsere Erörterung der Problematik vager Prädikate liefert ein zusätzliches Argument dafür, daß diese Identifikation falsch ist. Im Rahmen der nichttraditionellen Prädikationstheorie ist es nicht ausreichend zu konstatieren, daß a und b die gleichen Prädikate zukommen, um sie als identisch anzusehen, sondern ihnen müssen auch die gleichen Prädikate abgesprochen werden. Nennen wir diese Identität *strenge Identität* und verwenden für sie das Zeichen $\doteq$, so gilt:

$$(a \doteq b) \equiv \forall P ((P(a) \equiv P(b)) \wedge (\neg P(a) \equiv \neg P(b))).$$

Durch Negation erhalten wir die Relation „streng verschieden“.

Zum Abschluß möchte ich eine philosophische Bemerkung machen.

Dummett 1975 verwendet den Terminus „Realismus“ für einen Standpunkt, der folgendes annimmt:

1. eine Welt, die aus einer bestimmten Totalität von diskursunabhängigen Objekten und Eigenschaften besteht;
2. eine strenge Zweiwertigkeit, d. h., ein Objekt besitzt entweder eine Eigenschaft P , die ihm sinnvoll zugeschrieben werden kann, oder besitzt sie nicht;
3. eine Korrespondenztheorie der Wahrheit in einem streng realistischen Sinne von ‚Korrespondenz‘: d. h., einem Prädikat entspricht eine einzige Menge von Objekten und einem Satz entspricht ein einziger Sachverhalt, der die in 1 erwähnten Eigenschaften und Objekte enthält, und der Satz ist wahr, wenn dieser Sachverhalt auftritt und ist falsch, wenn dieser Sachverhalt nicht auftritt.

Putnam 1983 nennt diesen Standpunkt ‚metaphysischen Realismus‘, ich möchte ihn als ‚semantischen Realismus‘ bezeichnen.

Es ist offensichtlich, daß das unvermeidliche Auftreten von vagen Prädikaten in den Sprachen empirischer Wissenschaften den semantischen Realismus zu einer unhaltbaren Position macht, denn – lassen wir zum Abschluß Russell sprechen –: „Apart from representation, there can be no such thing as vagueness or precision; things are what they are, and there is an end of it.“ (Russell 1923)

Literatur:

- M. Dummett, What ist a Theory of Meaning? I, Oxford 1975
- M. Dummett, Wang's Paradox, Synthese 30 (1975), Wiederabdruck in: Truth and other enigmas, Cambridge Mass. 1978
- K. Fine, Vagueness, Truth and Logic, Synthese 30 (1975)
- P. T. Geach, Logic Matters, Berkeley and Los Angeles 1980
- R. Parikh, The problem of vague predicates, in: R. S. Cohen, M. W. Wartofsky (ed.), Language, Logic, and Method, Dordrecht 1983
- B. Russell, Vagueness, Australasian Journal of Psychology and Philosophy, 1923
- H. Wessel, Kritische Bemerkungen zur intuitionistischen Logikkonzeption, in: G. Wechsung (ed.), Frege Conference 1984, Berlin 1984
- H. Wessel, Logik, Berlin 1986
- L. Wittgenstein, Philosophische Grammatik, Frankfurt a. M. 1978
- L. Wittgenstein, Philosophische Bemerkungen, Frankfurt a. M. 1981
- L. Zadeh, Fuzzy Logic and Approximate Reasoning, Synthese 30 (1975)

Das logische Werk von Alexander Sinowjew^{1*}

„Wenn ich das Panorama der europäischen Kunst überschaue, sehe ich immer, wie der Name des Künstlers heraussticht wie ein wunder Daumen. Und mit dem großen Namen verbindet sich auch gewöhnlich eine Geschichte des Leides, des Elends und grausamen Mißverstehens. Bei uns im Okzident hat das Wort Genie etwas Monströses an sich. Ein Genie ist, wer sich nicht anpaßt; ein Genie, wer Prügel bekommt; ein Genie, wer verfolgt und gequält wird; ein Genie, wer im Rinnstein, im Exil oder auf dem Scheiterhaufen endet.“

Henry Miller, Nexus

Sehr geehrter Alexander Alexandrowitch!

Als Sie am 29.10.1992 Ihren 70. Geburtstag feierten, konnten Sie auf ein außerordentlich erfülltes Leben zurückblicken. Ihnen ist es gelungen auf drei ganz verschiedenen Gebieten – als Logiker, als Schriftsteller sowie als Maler und Zeichner – Weltgeltung zu erlangen. Solch ein Lebenswerk ist einmalig. Unser heutiges Symposium beschränkt sich auf eine Würdigung Ihrer Leistungen in der Logik. Ihre Romane und Bilder genießen wir, von Ihren Schriften zur Logik haben wir in unserer eigenen Arbeit ständig profitiert.

Sie sind einer der wenigen Männer des Jahrgangs 1922, die den zweiten Weltkrieg überlebt haben, und das nicht in der Etappe, sondern während des gesamten Krieges als Frontkämpfer. Meines Erachtens leben wir heute wieder in einer Zeit, in der es angebracht ist, daß wir als Deutsche Ihnen für Ihren persönlichen Anteil an der Zerschlagung des Faschismus danken. Wir können Ihnen die von der sowjetischen Regierung verliehenen und aberkannten Orden und Ehrenzeichen des zweiten Weltkrieges zwar nicht wiederverleihen, aber wir können dafür eintreten, daß sich das, was Sie unter Einsatz Ihres Lebens mitzerschlagen haben, im geeinten Deutschland nicht wiederholt.

¹Vortrag auf einem Symposium anlässlich des 70. Geburtstages von A. A. Sinowjew.

*Erstveröffentlichung in: *Komplexe Logik. Symposium zu Ehren von Alexander Sinowjew. Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, Reihe Geistes- und Sozialwiss.* 41(1992)9, S. 7–12.

Alexander Sinowjew begann seine wissenschaftliche Laufbahn mit Untersuchungen zur Methodologie der empirischen Wissenschaften. Seine Kandidatendissertation und seine ersten wissenschaftlichen Artikel waren der Methode des „Aufstiegs vom Abstrakten zum Konkreten“ gewidmet. Seine Ergebnisse in diesem Bereich unterscheiden sich grundsätzlich von den vielen marxistischen Publikationen zu dieser Problematik. Deshalb war seine Dissertation in den Bibliotheken nicht zugänglich, und seine ersten Artikel erschienen nur in Polen. In Rußland konnte er erst Jahre später seine Ideen publizieren. Sinowjew versteht die Methode des Aufstiegs vom Abstrakten zum Konkreten als eine Methode zur Untersuchung komplizierter Systeme von empirischen Zusammenhängen. Um solche Systeme wissenschaftlich zu erforschen, muß man sie zunächst relativ isoliert voneinander („abstrakt“) untersuchen, um dann im Verlaufe der weiteren Untersuchung weitere Zusammenhänge zu berücksichtigen („konkret“ zu werden).

Wichtiger als diese Entmystifizierung der Methode des Aufstiegs vom Abstrakten zum Konkreten, waren jedoch allgemeine Schlußfolgerungen negativer Art. Sinowjews Absicht war es, logische Prinzipien zur Untersuchung komplizierter Systeme von Zusammenhängen auszuarbeiten. Er erkannte, daß man solche logischen Regeln nicht durch eine Untersuchung der Wissenschaftspraxis gewinnen kann, daß logische Regeln nicht von dem untersuchten Gegenstandsbereich abhängen, und daß sie auch nichts über die nicht-sprachliche Wirklichkeit aussagen. Die Wissenschaft der Logik beschäftigt sich ausschließlich mit sprachlichen Ausdrücken. Ihre Regeln und Gesetze sind menschliche Erfindungen, die auf Grund ihres Charakters universelle Gültigkeit haben. Die Logik setzt für ihren Aufbau keinerlei andere Wissenschaft voraus.

Um ein praktikables und effektives logisches Regelwerk für die Untersuchung komplizierter Systeme von Zusammenhängen zu konstruieren, mußte die vorliegende Form der Logik einer gründlichen Reform unterzogen werden. Ein wesentlicher Schritt hierzu war Sinowjews Unterscheidung von logischer und physischer Folgebeziehung, aber eigentlich ist sein ganzes logisches Lebenswerk dieser Reform gewidmet.

Sinowjew war im Ostblock der erste Autor, der einen zusammenfassenden Überblick über mehrwertige Logik schrieb. Von seinen vielen Veröffentlichungen zur mehrwertigen Logik nenne ich nur sein Buch „Philosophische Probleme der mehrwertigen Logik“ (russ., Moskau 1960), das 1963 in überarbeiteter Form in Englisch und 1968 stark verändert in Deutsch erschien. Zu dieser Zeit gab es im Westen als vergleichbaren Überblick nur die Arbeit von J. B. Rosser und A. R. Turquette „Many-valued logics“ (Amsterdam 1952), die sich im wesentlichen mit einer rein technischen Darstellung der mehrwertigen Logik begnügte, und außer in der Einleitung alle philosophischen Fragen bewußt

ausklammerte. Sinowjew ging es hingegen von Anfang an um eine allgemeine Charakteristik der mehrwertigen Logik, ihren Platz in der Logik und in der Methodologie der Wissenschaften sowie um ihre wesentlichen Ergebnisse und Anwendungen innerhalb und außerhalb der Logik.

Lassen Sie mich nur drei grundlegende Ergebnisse dieser Arbeit herausgreifen. Sinowjew definiert die Begriffe des Analogons, des abgeschwächten Analogons und der Verallgemeinerung einer zweiwertigen Funktion in einer mehrwertigen Logik. Angenommen, 1 und 2 sind die Wahrheitswerte der zweiwertigen Logik und i und k die ihnen entsprechenden Werte einer mehrwertigen Logik. Eine Funktion F^n der mehrwertigen Logik ist genau dann ein Analogon der Funktion F^2 der zweiwertigen Logik, wenn man nach Ausschluß aller Werte außer i und k aus der semantischen Definition von F^n und nach der Ersetzung von i und k entsprechend durch 1 und 2 die semantische Definition von F^2 erhält. Eine Funktion F^n der mehrwertigen Logik ist genau dann ein abgeschwächtes Analogon einer Funktion F^2 der zweiwertigen Logik, wenn man nach Ersetzung aller ausgezeichneten Werte durch 1 und aller nicht ausgezeichneten Werte durch 2 in der semantischen Definition von F^n die Definition von F^2 erhält. Bei einer Verallgemeinerung einer Funktion wird die Definition der Funktion nicht verändert, es wird nur eine neue Hypothese über die Anzahl der Wahrheitswerte eingeführt.

Mit Hilfe der so eingeführten Begriffe wird ein sinnvoller Vergleich verschiedener Systeme der mehrwertigen Logik mit der zweiwertigen Logik überhaupt erst möglich. Sinowjew bewies beispielsweise folgendes grundlegende Theorem: In jedem funktional vollständigen System der mehrwertigen Logik können einerseits solche analogen Funktionen der zweiwertigen Logik definiert werden, daß bei einer beliebigen Aufteilung der Menge der Wahrheitswerte in ausgezeichnete und nicht ausgezeichnete alle den Tautologien der zweiwertigen Logik analogen Formeln auch Tautologien in der betreffenden mehrwertigen Logik sind, andererseits können solche analogen Funktionen der zweiwertigen Logik definiert werden, daß bei einer beliebigen Aufteilung der Menge der Wahrheitswerte in ausgezeichnete und nicht ausgezeichnete alle den Tautologien der zweiwertigen Logik analogen Formeln keine Tautologien in der betreffenden mehrwertigen Logik sind.

Dieses Theorem entlarvt die Sinnlosigkeit vieler philosophischer Spekulationen zur mehrwertigen Logik, insbesondere widerlegt es die Konzeption, daß nicht alle Gesetze der zweiwertigen Logik in der mehrwertigen erhalten bleiben. Die mehrwertige Logik spricht in keiner Weise gegen die Universalität logischer Regeln.

Von grundlegender Bedeutung für die Logik als einheitlicher Wissenschaft sind zweitens die Überlegungen Sinowjews zur Rolle der Wahrheitswerte in

der Logik. Er unterscheidet deutlich zwischen einer rein technischen Verwendung und einer inhaltlichen Deutung der Wahrheitswerte. Bei einer inhaltlichen Deutung ist der Wahrheitswert „wahr“ grundlegend. Mit seiner Hilfe müssen alle anderen Wahrheitswerte definierbar sein. Ist dies nicht der Fall, so sind die übrigen Wahrheitswerte nicht korrekt eingeführt.

Aus dieser Forderung ergibt sich unmittelbar die Eliminierbarkeit der Wahrheitswerte aus logischen Überlegungen. Sinowjew zeigt weiterhin, daß die Gültigkeit von logischen Schlußregeln nicht von der gewählten Anzahl von Wahrheitswerten abhängt. Für die Einführung von mehr als zwei Wahrheitswerten besteht in der Logik keine Notwendigkeit. Es ist offensichtlich, daß durch diese Überlegungen die Rolle der Semantik in der Logik deutlich relativiert wird. Außerdem wird die Sinnlosigkeit von Behauptungen wie der folgenden offensichtlich: die Logik der natürlichen Sprache sei eine dreiwertige.

Drittens kommt Sinowjew durch seine Untersuchungen der mehrwertigen Logik zu der fundamentalen Unterscheidung von innerer und äußerer Negation. Die äußere Negation ist die übliche Negation der klassischen zweiwertigen Aussagenlogik, die ihrer syntaktischen Kategorie nach aus Aussagen andere Aussagen bildet. Während die innere Negation beispielsweise in der Prädikationstheorie gar kein selbstständiger Operator ist, sondern als Bestandteil des Operators des Absprechens die Aufgabe hat, aus Termini eine Aussage zu bilden. Die beiden Negationen gehören also offensichtlich zu verschiedenen syntaktischen Kategorien. Sinowjew zeigt, daß viele Probleme und Paradoxien der Methodologie durch die Verwechslung dieser beiden Formen der Negation entstehen. Heute werden in der Logikliteratur die verschiedensten und kuriosesten Formen von Negationen behandelt, während die klare Unterscheidung von innerer und äußerer Negation von der Mehrzahl der Logiker ignoriert wird, obwohl diese Unterscheidung offensichtlich ist und ihre Fruchtbarkeit vielfach unter Beweis gestellt hat.

Nach seinen Arbeiten zur mehrwertigen Logik stellt sich Sinowjew die gewaltige Aufgabe, die gesamte moderne Logik so umzuarbeiten, daß sie den Bedürfnissen der empirischen Wissenschaften besser gerecht wird. Er ist ein ausgezeichneter Kenner der internationalen Logikliteratur, mit dem damaligen Zustand der Logik konnte er sich allerdings nicht anfreunden. Insbesondere störte ihn das Mißverhältnis zwischen dem schwierigen und aufgeblähtem technischen Apparat der modernen Logik und der Trivialität der Probleme, die mit seiner Hilfe gelöst wurden. Weiterhin störte ihn die Isoliertheit der einzelnen logischen Fragestellungen und der heterogene Charakter ihrer Ergebnisse. Diese Tendenzen der modernen Logikforschung, die bis heute anhalten, bergen die Gefahr einer Zerstörung der einheitlichen Wissenschaft der Logik in sich.

Sinowjew hat die Aufgabe, die er sich stellte, mit dem Aufbau seiner komplexen Logik bewältigt. Ich hatte das Glück, in den sechziger Jahren als Schüler und später auch als Mitarbeiter von Sinowjew mitzuerleben, wie er von Artikel zu Artikel, von Buch zu Buch seine Konzeption weiter ausarbeitete. 1962 erschien sein Buch „Aussagenlogik und Theorie des Schließens“ (russ., Moskau). Seine Grundkonzeption der Logik ist bereits in dem 1967 publizierten Werk „Grundlagen einer logischen Theorie des wissenschaftlichen Wissens“ (russ., Moskau) ausgereift, das in stark überarbeiteter Form 1970 in deutscher Übersetzung unter dem Titel „Komplexe Logik“ (Berlin, Braunschweig, Basel) und 1973 in englischer Übersetzung erschien. 1970 folgte das Buch „Komplexe Logik“ (russ., Moskau) und 1971 „Wissenschaftslogik“ (russ., Moskau). Eine Zusammenfassung seiner Ergebnisse enthält unsere gemeinsame Arbeit „Logische Sprachregeln“ (Berlin, München, Salzburg 1975).

Hauptbestandteile der Logik sind nach Sinowjews Konzept die Theorie der logischen Folgebeziehung und die Termintheorie. Seine Theorie der logischen Folgebeziehung unterscheidet sich grundsätzlich von den in der Logik vorherrschenden Auffassungen zur logischen Folgebeziehung. Er verwendet in seiner Theorie keinen Implikationsoperator, sondern seine Theorie benutzt das zweistellige Prädikat „Aus ... folgt logisch ...“, das in Formeln der Folgebeziehung nur einmal vorkommen darf. Außerdem werden in seiner Theorie der Folgebeziehung bestimmte Bedingungen über das Vorkommen der Variablen in den Voraussetzungen und Folgerungen einer Formel der Folgebeziehung gestellt. Auf der Grundlage dieser inhaltlichen Ausgangsüberlegungen baut er die Systeme der strengen, der abgeschwächten, der konversen, der maximalen und der entarteten Folgebeziehung auf. Alle diese Systeme werden axiomatisch aufgebaut, ihre Widerspruchsfreiheit, Vollständigkeit, Unabhängigkeit und bestimmte Theoreme des Sinnzusammenhangs und der Paradoxienfreiheit werden bewiesen. Am interessantesten ist das System der strengen logischen Folgebeziehung, in dem in einer gültigen Regel der Folgebeziehung in der Folgerung nur solche Variablen vorkommen dürfen, die auch in der Voraussetzung vorkommen. Eine kritische Weiterentwicklung dieser Theorie ist meine Theorie der strikten logischen Folgebeziehung.

Zunächst wurden die Systeme der Folgebeziehung auf der Ebene der Aussagenlogik als allgemeine Theorie der Folgebeziehung ausgearbeitet. Durch eine Ausdehnung der genannten Ideen auf die Quantorenlogik, gelang es Sinowjew, eine entscheidbare Quantorentheorie aufzubauen, die trotzdem bezüglich einer bestimmten Semantik vollständig ist.

Die Unterscheidung von innerer und äußerer Negation sowie die Grundideen seiner Theorie der logischen Folgebeziehung dehnte Sinowjew auf alle Bereiche der Logik aus. Er konstruierte eine Vielzahl von interessanten Sy-

systemen der Modallogik, der Konditionallogik, der Klassenlogik, der epistemischen Logik u.a. Hervorzuheben ist seine allgemeine Termintheorie, die auf der Beziehung des Bedeutungseinschlusses von Termini aufbaut. In all diesen Systemen treten viele Paradoxien, die man in anderen Logiksystemen findet, nicht auf. Sinowjews Lösungen sind einfach und überzeugend. Er läßt sich von der Grundauffassung leiten: Wenn etwas wegen der verwendeten Logik unentscheidbar ist, so ist die verwendete Logik schlecht konstruiert. Überall trifft er klare Unterscheidungen und hält sie dann konsequent durch.

In der internationalen logischen und methodologischen Literatur gibt es keine Publikationen, die mit Sinowjews logischer Physik (Logische Physik, russ., Moskau 1972; Logik und Sprache der Physik, Berlin 1975; Logical Physics, Dordrecht 1983) vergleichbar sind. Unter logischer Physik versteht Sinowjew den Bereich der Logik, der sprachliche Ausdrücke untersucht, die sich auf den Raum, die Zeit, die Bewegung, die Kausalität usw. beziehen. Im Unterschied zu Philosophie und Physik, die eine Gesamtheit von Behauptungen über Raum, Zeit, Bewegung, Kausalität usw. und gleichfalls Behauptungen über die Welt unter der Verwendung der erwähnten sprachlichen Mittel formulieren, untersucht die logische Physik ausschließlich die logischen Eigenschaften dieser sprachlichen Ausdrücke und die Eigenschaften von Aussagen, die diese Ausdrücke enthalten. Sie untersucht also nur solche Eigenschaften sprachlicher Ausdrücke, die sich aus den logischen Regeln zum Aufbau einer Terminologie ergeben. Die in ihr gewonnenen Sätze sind demzufolge keine Verallgemeinerungen von Beobachtungsdaten und auch keine Hypothesen über die Gegenstände der Wirklichkeit. Sie sind nur Teile von Definitionen der betreffenden Termini und logische Folgerungen aus solchen Definitionen.

Die Notwendigkeit einer Analyse der erwähnten sprachlichen Ausdrücke ist offensichtlich, denn auf Grund der Vieldeutigkeit der verwendeten Termini und der Unkenntnis der Technik zum Aufbau einer Terminologie erweist sich schon eine Reihe relativ einfacher Probleme als praktisch unlösbar.

In der logischen Physik werden nicht physikalische Termini und Thesen als Illustrationsbeispiele für die Logik angeführt, wie man es häufig in der Literatur findet, sondern es wird erst einmal logisch folgerichtig eine solche Terminologie aufgebaut.

Sinowjew unterscheidet und untersucht logische Typen von Termini und Gegenständen. In der Logik kennt man verschiedene Subjekttermini, beispielsweise Termini für Individuen, für Klassen, Anhäufungen, Relationen, Strukturen, Veränderungen, Zusammenhänge usw. Entsprechend unterscheidet Sinowjew verschiedene Typen von Gegenständen. Die erwähnten Termini haben unterschiedliche logische Eigenschaften. Sie werden auf verschiedene Art und Weise definiert oder expliziert, man verknüpft mit ihnen verschiedene Prädikate, ein und dieselben Prädikate haben in bezug auf die jeweiligen

Typen von Subjekten einen jeweils anderen Sinn usw. In der Logik betrachtet man nicht nur die allgemeinen Eigenschaften von Termini, sondern auch die Regeln für spezielle Typen von Termini sowie die Wechselbeziehungen zwischen verschiedenen Terminitypen. Die getroffenen Unterscheidungen von Gegenstandstypen haben nichts mit derartigen Unterscheidungen in traditionellen Ontologien gemein, sondern erfolgen ausschließlich unter rein logischen Gesichtspunkten.

Nach dem Aufbau der erforderlichen Terminologie nach logischen Regeln für empirische Gegenstände wird eine Reihe von interessanten logischen Sätzen bewiesen. Das überraschendste Ergebnis der logischen Sprachanalyse im Rahmen der logischen Physik ist zweifellos die Möglichkeit, eine Reihe von Behauptungen zu beweisen bzw. zu widerlegen, die auf den ersten Blick als rein empirische oder physikalische Hypothesen erscheinen. Hierzu gehört der Beweis der Nichtumkehrbarkeit der Zeit, des Zusammenhangs von Raum und Zeit, der Beweis der Existenz einer minimalen Ausdehnung (Länge und Dauer), einer maximalen und minimalen Geschwindigkeit usw.

Die in der logischen Physik auf rein logischem Wege gewonnenen Ergebnisse sind in verschiedener Hinsicht wichtig. Erstens zeigt sich hier die Fruchtbarkeit der von Sinowjew entworfenen Logikkonzeption, die die Anwendbarkeit der Logik im Vergleich zur klassischen mathematischen Logik entschieden erweitert.

Zweitens werden die weit verbreiteten allgemeinen und teilweise recht verbindlichen Diskussionen über das Verhältnis von Logik und Philosophie hier in einigen konkreten Fragen auf das Niveau strenger Beweise und Widerlegungen gehoben. Dadurch ist eine genaue Abgrenzung von logischen und philosophischen Behauptungen in den betreffenden Fragen möglich.

Drittens helfen konkrete Vorschläge dem Physiker bei der Präzisierung seiner Terminologie.

In den zwei Artikeln „Abriß einer empirischen Geometrie“ (russ., *Filosofskije nauki*, 1/1975) und „Über parallele Linien in der empirischen Geometrie“ (russ., *Filosofskije nauki*, 4/1975) führt Sinowjew seine Untersuchungen zur logischen Physik mit dem Aufbau einer empirischen Geometrie weiter. In der empirischen Geometrie werden die Begriffe empirischer Punkt, empirische Linie, empirische Fläche und empirischer Körper definiert. Der Grundgedanke der empirischen Geometrie besteht darin, daß empirische Punkte ausgedehnt sind, wenn auch von minimaler Länge, daß alle räumlichen Charakteristika von Gegenständen mit Hilfe irgendwelcher gegebenen Verfahren bestimmt werden und daß der Verweis auf diese Verfahren ständig in den analysierten sprachlichen Ausdrücken auftritt und nicht vernachlässigt werden darf.

Im Rahmen der empirischen Geometrie läßt sich zeigen, daß die $(n + 1)$ -Dimensionalität auf die n -Dimensionalität und letztlich auf die Dreidimensio-

nalität zurückführbar ist. Dies zeugt davon, daß der Gewißheit der Menschen darüber, daß die Welt dreidimensional ist, implizite Vereinbarungen bezüglich des Sinnes der verwendeten sprachlichen Ausdrücke zugrunde liegen. Außerdem wird in der empirischen Geometrie der Satz bewiesen, daß sich zwei parallele Linien nicht schneiden. Mit Hilfe des Begriffs der Quasiparallelen gelingt es in der empirischen Geometrie, das Verhältnis von euklidischer und nichteuklidischer Geometrie aufzuklären.

Die Arbeiten von Sinowjew zur logischen Physik und zur empirischen Geometrie stießen weitgehend auf Unverständnis. Eine von mir verfaßte Rezension zur logischen Physik für die „Deutsche Literaturzeitung“, die sich schon im Druck befand, wurde auf Betreiben eines führenden Physikers mit dem Hinweis nicht veröffentlicht, daß es physikalische Theorien ohne maximale Geschwindigkeit und minimale Längen gibt. Sinowjews erster Artikel zur empirischen Geometrie wurde nur zusammen mit zwei zehnmal so langen Gegenartikeln in der Sowjetunion publiziert. Eine ernsthafte Kritik von Sinowjews Arbeiten zur logischen Physik kann aber nicht in einem globalen Verwerfen bestehen, sondern nur durch konkrete logische Korrekturen oder durch einen Gegenentwurf von vergleichbarer logischer Strenge.

Sinowjew baute eine Beweistheorie und eine Theorie der vollständigen Induktion auf, in der es ihm gelang zu beweisen, daß das große Theorem von Fermat unbeweisbar ist. Auch dieses Ergebnis stieß auf Unverständnis und unangemessen oberflächliche Kritik.

Bisher unveröffentlicht sind Überlegungen Sinowjews aus den siebziger Jahren zur Systemtheorie. Eine Übersetzung eines Artikels zu dieser Problematik wird in das Protokoll dieser Tagung mit aufgenommen.

Es ist üblich, bei solchen Veranstaltungen wie unserer heutigen, unangenehmen Dingen auszuweichen. Ich möchte von dieser Regel abweichen.

Sinowjew schreibt bezüglich der Zeit, als sich seine Schwierigkeiten mit den sowjetischen Behörden und Kollegen zuspitzten: „My pupils were forced to betray me.“ (Philosophische Selbstbetrachtungen, Bd. 7, 1981, Peter Lang, Berne, Frankfurt a. M., Las Vegas, S. 245) oder in der deutschen Fassung noch stärker: „Meine Gruppe wurde aufgelöst, und meine Schüler verrieten mich.“ (S. 251) Ich möchte dieser Feststellung nicht generell widersprechen, doch zumindest bezüglich unserer Berliner Gruppe einige Erläuterungen und Klarstellungen anbringen.

Als Sinowjew von den sowjetischen Behörden zur Unperson erklärt wurde, hatte das auch unangenehme Auswirkungen auf unsere Arbeit als Logiker in der DDR. Insbesondere war die Existenz unseres Logikbereiches in Berlin gefährdet, da wir bekanntermaßen in unserer Arbeit an Sinowjews Logikkonzeption anknüpften. So bekam K. Wuttich nach einer Denunziation eines

wohlmeinenden Kollegen seine Dissertation von der Fakultät mit der Weisung zurück, der Name Sinowjew komme zu oft vor und müsse gestrichen werden. Die Dissertation wurde so überarbeitet, daß Sinowjews Artikel zur epistemischen Logik im Literaturverzeichnis aufgeführt wurde, während im Text der Name „Sinowjew“ durch bestimmte Kennzeichnungen wie „der Autor des Systems S“ ersetzt wurde.

Zu dieser Zeit befand sich der Sammelband „Logik und empirische Wissenschaften“ (Berlin 1977) mit vier Artikeln von Sinowjew bereits im Druck.

Im Dezember 1976 teilte mir die Leitung des Akademie-Verlages mit, daß die Berliner Vertretung der Unionsagentur für Urheberrechte (VAAP) ohne Angabe von Gründen dem Verlag die Lizenz für die Arbeiten von Sinowjew entzogen und deren Publikation verboten habe. Der Satz des Buches war gestoppt worden, und ich erhielt als Herausgeber vom Verlag die Auflage, die Arbeiten von Sinowjew und „alle im Manuskript enthaltenen Bezüge und Verweise darauf“ zu entfernen. Dieser Weisung bin ich dann im Einverständnis mit Sinowjew so nachgekommen, daß unser gemeinsamer Einleitungsartikel „Methodologie der empirischen Wissenschaften als Bestandteil der Logik“ nur unter meinem Namen erschien, daß Sinowjews Artikel „Allgemeine Termintheorie“ in diesen Artikel eingeschlossen, daß sein Artikel zur epistemischen Logik in den Artikel von K. Wuttich und mir „Ein System der epistemischen Logik“ aufgenommen wurden. Lediglich einen Artikel Sinowjews zur Relativität der Bewegung, der bis heute noch nicht veröffentlicht worden ist, und einen zur empirischen Geometrie nahm ich aus dem ursprünglichen Sammelband ganz heraus. Sinowjews Artikel zur allgemeinen Termintheorie erschien unter seinem Namen erst 1983 in den Oxford Lectures. Die beiden herausgenommenen Artikel werden wir im Protokoll dieser Tagung veröffentlichen. Gleichzeitig wird im Protokoll der Tagung eine Bibliographie der logischen Arbeiten Sinowjews veröffentlicht, die die beiden eben genannten Arbeiten enthält, bei deren Publikation sein Name nicht genannt wurde.

Die Arbeiten fast aller Mitarbeiter des Bereiches Logik der Humboldt-Universität zu Berlin knüpften in verschieden starkem Maße an die Logikkonzeption von Sinowjew an. Für jeden Eingeweihten war offensichtlich, daß die von den Mitarbeitern unseres Bereiches vertretene Logikkonzeption eine kritische Weiterentwicklung der Sinowjewschen ist. Wir konnten jedoch in unseren Publikationen sehr lange nicht in dem Maße auf die Arbeiten Sinowjews verweisen, wie es die wissenschaftliche Korrektheit erfordert hätte. In der „Deutschen Zeitschrift für Philosophie“ wurden beispielsweise alle Hinweise auf Sinowjew gestrichen. In anderen Veröffentlichungen konnten wir nur auf das von Sinowjew und mir gemeinsam geschriebene Buch „Logische Sprachregeln“ verweisen.

Zweifellos sind all diese Verhaltensweisen nicht korrekt, wir haben uns nicht öffentlich mit Sinowjew solidarisiert und ihn damit verraten. Vielleicht sollte man aber, so wie die beiden hier anwesenden führenden Epistemiker der ehemaligen DDR zwischen innerer und äußerer Akzeptanz unterscheiden, auch zwischen innerem und äußerem Verrat unterscheiden. Unter den damaligen Bedingungen konnten wir an der Logikkonzeption von Sinowjew nur weiterarbeiten und publizieren (ihr treu bleiben), indem wir uns äußerlich von Sinowjew distanzierten (ihn verrieten). Dieser äußere Verrat ist meines Erachtens eher Betrug der Obrigkeit, als Verrat an Sinowjew.

Seit 1990 besteht der Bereich Logik am Institut für Philosophie der Humboldt-Universität nicht mehr. Er ist nicht in das geeinte Deutschland eingegangen, sondern im geeinten Deutschland untergegangen, aus welchen Gründen auch immer. Die heutige Veranstaltung ist gewissermaßen eine postmortale Abschiedsvorstellung unseres Bereiches. Ich möchte hier allen Mitarbeitern für die Jahre erfolgreicher wissenschaftlicher Zusammenarbeit danken. Im Tagungsprotokoll werden wir eine Bibliographie der Publikationen der Mitarbeiter des Bereiches aufnehmen, da diese Arbeiten eine Fortführung der Logikkonzeption von Sinowjew darstellen.

A. Sinowjew hat eine einmalige und nicht wiederholbare Leistung in der Logik vollbracht. Seine komplexe Logik ist ein weit ausgearbeitetes Logikprogramm. Innerhalb seines Logikkonzepts ist noch viel Detailarbeit zu leisten, aber als Programm für die weitere Forschung ist es das beste, das gegenwärtig existiert. Heute stößt Sinowjews Logik bei vielen Logikern noch auf Unverständnis und Ablehnung. In den nächsten Jahrzehnten wird man vieles „neuentdecken“, was Sinowjew bereits in den siebziger Jahren publiziert hat. Dieser Prozeß hat schon begonnen, meist wird Sinowjews Name dabei nicht genannt. Aber die Logikhistoriker werden die historische Gerechtigkeit wiederherstellen. Sinowjew gebührt in der Geschichte der Logik ein Platz als einer der bedeutendsten Logiker unseres Jahrhunderts.

Für mich persönlich war es ein Glücksfall, mit Sinowjew arbeiten zu können. Für all das, was ich von ihm lernen konnte, bin ich sehr dankbar.

Auch in der Logik war und ist Sinowjew „sein eigener Staat“, der eine fruchtbare Innen- und Außenpolitik betreibt.

Zur Lösung einiger Paradoxien*

In ihrem Aufsatz „Paradoxes solved by simple relevance criteria“¹ zeigen Paul Weingartner und Gerhard Schurz, wie eine ganze Reihe von logischen, wissenschaftstheoretischen und philosophischen Paradoxien mit Hilfe von einfachen Relevanzkriterien, die den Regeln der klassischen Logik zusätzlich auferlegt werden, auf einfache und einsichtige Weise gelöst werden können. Sie betrachten zwei Typen von Relevanzkriterien: die Aristotelischen Kriterien (A-Relevanz) und die Körner-Kriterien (K-Relevanz). Diese Relevanzkriterien besagen folgendes: Eine Ableitung (Folgebeziehung) ist K-relevant genau dann, wenn sie kein einzelnes Vorkommen einer Teilformel enthält, die durch ihre Negation ersetzt werden kann *salva validitate*.

Es werden folgende Typen von A- und K-Relevanz definiert:

A-Relevanz:

A⁰-Relevanz für die Aussagenlogik:

D1. Eine Formel $A \supset B$ ist A⁰-relevant genau dann, wenn in B keine Aussagenvariable vorkommt, die nicht in A vorkommt.

A¹-Relevanz für deontische, epistemische, volitive Operatoren sowie Wertoperatoren:

D2. Eine Formel $A \supset B$ ist A¹-relevant genau dann, wenn

- 1) $A \supset B$ ist A⁰-relevant,
- 2) es gibt einen Operator, der in B vorkommt und nicht in A , wobei definierbare Operatoren nicht als verschiedene angesehen werden.

*Erstveröffentlichung in: *Philosophie und Logik. Frege-Kolloquien Jena 1989/1991*, hrsg. von Werner Stelzner, Reihe: Perspektiven der analytischen Philosophie, Bd. 3, Walter de Gruyter, Berlin 1993, S. 302–308.

¹Weingartner/Schurz (1986).

A^2 -Relevanz für die Quantorenlogik:

D3. Eine Formel $A \supset B$ der Quantorenlogik ist A^2 -relevant genau dann, wenn es kein Prädikat gibt, das in B , aber nicht in A vorkommt (definierbare Prädikate werden nicht als verschieden angesehen).

A^3 -Relevanz für die Quantorenlogik:

D4. Eine Formel $A \supset B$ der Quantorenlogik ist A^3 -relevant genau dann, wenn

- 1) $A \supset B$ ist A^2 -relevant,
- 2) wenn A die Form $C \wedge D$ hat, wo C ein Gesetz oder eine Konjunktion von Gesetzen ist und D ein singulärer Satz (nicht notwendig atomar), so ist $C \supset (D \supset B)$ A^2 -relevant,
- 3) es gibt keine Individuenkonstante oder freie Individuenvariable, die in B und nicht in A vorkommt, ausgenommen als Ergebnis der $\forall$ -Beseitigung oder möglicherweise durch Herbrands Passierregeln zu A .

K-Relevanz:

D5. Eine Formel A ist K^0 -relevant genau dann, wenn kein einzelnes Vorkommen in A durch ihre Negation ohne Änderung des logischen Inhalts von A ersetzt werden kann. Dabei gilt: A und B haben den gleichen logischen Inhalt genau dann, wenn $A \vdash B$ und $B \vdash A$.

D6. Eine Formel A der Quantorenlogik ist K^2 -relevant genau dann, wenn kein einzelnes Vorkommen einer Teilformel in A ohne Änderung des logischen Inhalts von A durch ihre Negation ersetzt werden kann.

D7. Eine Formel der Quantorenlogik A ist K^3 -relevant genau dann, wenn

- 1) A ist K^2 -relevant,
- 2) wenn A die Form $B \supset C$ hat, so gilt: für jedes Konjunktionsglied C_i von C ist die Subjunktion $B \supset C_i$ K^2 -relevant.

Mit Hilfe dieser Relevanzkriterien gelingt es Weingartner und Schurz, eine Vielzahl von Paradoxien auszuschließen. Ich halte ihr Vorgehen für legitim und für methodisch sinnvoll. Sie halten an der klassischen Logik fest und formulieren zusätzlich ihre Relevanzkriterien, die inhaltlich einsichtig sind. Wenn man aber zwischen relevanten und irrelevanten klassisch gültigen Folgebeziehungen unterscheiden kann, so ergibt sich die Frage, ob man die

relevanten klassisch gültigen Folgebeziehungen nicht kalkülmäßig darstellen kann, denn sie sind ja für die praktische Anwendung die wichtigen und auch einzig notwendigen.

Für die A-Relevanz hat dies A. A. Sinowjew lange vor der Arbeit von Weingartner/Schurz in seiner Theorie der strengen logischen Folgebeziehung für die verschiedensten Bereiche der Logik realisiert,² wobei die A²-Relevanz verstärkt wie folgt formuliert wird: in B gibt es keine Variablen gleich welchen Typs und keine Termini, die nicht in A vorkommen. Für die K-Relevanz sehe ich keine Möglichkeiten einer kalkülmäßigen Behandlung, und es besteht das Problem, ob man nicht mit schwächeren Forderungen auskommt. Bestimmte K-irrelevante Formeln der klassischen Logik lassen sich auf andere Weise ausmerzen.

So gelten etwa in der Theorie der strengen logischen Folgebeziehung die folgenden Formeln:

$$A \wedge \sim A \wedge B \vdash \sim B$$

$$A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash B$$

$$A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B$$

$$A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash \sim B$$

$$A \wedge \sim A \wedge B \vdash B \wedge \sim B$$

$$A \wedge \sim A \wedge \sim B \vdash B \wedge \sim B$$

$$A \wedge \sim A \wedge (B \vee \sim B) \vdash B \wedge \sim B$$

Alle diese Formeln sind A⁰-relevant, wenn wir $\vdash$ durch die Subjunktion ersetzen, aber nicht K⁰-relevant.

Das gleiche gilt für

$$A \vdash A \vee \sim A.$$

Um diese Formeln auszuschließen, habe ich die Theorie der strikten logischen Folgebeziehung aufgebaut und sie 1979 hier in Jena vorgestellt.³ Diese Folgebeziehung F^S wird folgendermaßen definiert:

Eine Formel $A \vdash B$ ist eine gültige Regel der strikten logischen Folgebeziehung genau dann, wenn

- 1) $A \supset B$ eine Tautologie ist,

²Vgl. Sinowjew (1970), Sinowjew/Wessel (1975).

³Wessel (1979).

- 2) B nur solche Variablen enthält, die auch in A vorkommen,
- 3) A keine Kontradiktion und B keine Tautologie ist.

Für dieses System wurde die Paradoxienfreiheit bewiesen. Alle von Weingartner und Schurz erwähnten Paradoxien der Aussagenlogik, außer den unter 3.7. formulierten, sind in diesem System nicht beweisbar. Außerdem sind die eben formulierten Paradoxien der strengen logischen Folgebeziehung nicht beweisbar, die K^0 -irrelevant sind.

Unter 3.7. formulierten Weingartner und Schurz folgende Paradoxien der Implikation, die A-relevant und nur K-irrelevant sind:

- 3.7. $p \wedge q \supset (p \supset q)$
 $p \vee (p \supset q)$
 $(p \supset q) \vee (q \supset p)$
 $(p \supset q) \vee (p \supset \sim q)$
 $(p \supset q) \vee (\sim p \supset q)$
 $(p \supset q) \vee (\sim p \supset \sim q).$

Die Bezeichnung „Paradoxien der Implikation“ ist irreführend. Die Formeln 3.7. sind Tautologien der Aussagenlogik, und nur die erste enthält eine Subjunktion als Hauptoperator, ihr Analogon $p \wedge q \vdash p \supset q$ ist in F^S beweisbar, hat aber nichts Paradoxes, wenn man $p \supset q$ als $\sim p \vee q$ versteht. Für die anderen Formeln gibt es keine Analoga in F^S , und sie sind auch nicht paradox, wenn man $p \supset q$ als $\sim p \vee q$ versteht.

Weingartner und Schurz können mit ihren Relevanzkriterien die Rabenparadoxie nicht lösen. In *Logik*⁴ habe ich die von Sinowjew stammende nichttraditionelle Prädikationstheorie mit der inneren Negation $\neg$ zusätzlich zur aussagenlogischen Negation $\sim$ mit folgenden semantischen Regeln dargestellt.

- 1) Prädikatformeln $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln genau dann verschieden, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
- 2) Wenn A den Wert v hat, so hat $\neg A$ den Wert f .
- 3) Wenn $\neg A$ den Wert v hat, so hat A den Wert f .

⁴Wessel (1989).

- 4) Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- 5) Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.

Ich habe an anderer Stelle gezeigt, daß man im Rahmen dieser Theorie das Paradox der Veränderung, das Haufenparadox und andere Paradoxien vager Prädikate lösen kann.⁵ Mit ihrer Hilfe läßt sich auch das Rabenparadox lösen. Doch bevor ich dazu übergehe, möchte ich noch eine allgemeine Bemerkung machen. Auf der Grundlage der strikten logischen Folgebeziehung und der nichttraditionellen Prädikationstheorie lassen sich all die anderen von Weingartner und Schurz betrachteten Logiksysteme aufbauen, und in ihnen sind alle A-irrelevanten und einige K-irrelevanten Folgebeziehungen nicht beweisbar. Für die weitere Argumentation nennen wir diese, zum Teil noch nicht ausgearbeiteten Systeme *F-Systeme*.

Wir stellen jetzt zunächst die Rabenparadoxie in ihrer üblichen Formulierung dar. Man trifft die folgenden plausiblen Annahmen:

- A1. Eine Generalisierung wird durch jede ihrer Instanzen bestätigt.
- A2. Wenn zwei Hypothesen logisch äquivalent sind, so bestätigt jede Instanz, die die eine bestätigt, auch die andere.
- A3. Sind zwei Instanzen logisch äquivalent, so bestätigen sie in gleicher Weise eine Hypothese.

Betrachtet man nun die Hypothese:

H1. Alle Raben sind schwarz,

so ist diese logisch äquivalent mit:

H2. Alles Nichtschwarze ist ein Nichttrabe.

Nach A1–A3 bestätigt dann der Satz „Dieser Elefant ist rosa“ die Hypothese H1.

Bei der Behandlung der Hempelschen Rabenparadoxie stützen wir uns auf R. Hegselmann und W. Raub.⁶ Sie unterscheiden die Logikabhängigkeit wissenschaftstheoretischer Paradoxien, insbesondere betrachteten sie die Paradoxie der Dispositionsprädikate, die Rabenparadoxie, die Goodmansche Paradoxie und die Paradoxie der Verpflichtung.

⁵Vgl. Wessel (1988).

⁶Hegselmann/Raub (1982).

Dabei führen die folgende Begriffe ein:

Eine *Paradoxie im starken Sinne* zu einem Logikkalkül k_j wird definiert als ein geordnetes Paar aus einer Menge $\mathcal{P}$ von plausiblen Annahmen und einer Menge $\mathcal{G}$ von gegenintuitiven Annahmen, so daß für alle $g \in \mathcal{G}$ gilt: $\mathcal{P} \vdash_{k_j} g$.

Eine *Paradoxie im schwachen Sinne* zu k_j wird als ein geordnetes Paar $\langle \mathcal{P}, \mathcal{G} \rangle$ derart definiert, daß für mindestens ein $g \in \mathcal{G}$ gilt: $\mathcal{P} \vdash_{k_j} g$.

Eine Paradoxie ist *stark (schwach) logikunabhängig relativ zu einer Menge $\mathcal{K}$ von Logikkalkülen* genau dann, wenn für alle $k_j \in \mathcal{K}$ gilt, daß das betreffende geordnete Paar paradox im starken (schwachen) Sinne relativ zu k_j ist.

Im Zusammenhang mit der Diskussion verschiedener Varianten der Rabenparadoxie verwenden Hegselmann und Raub eine zweistellige Bestätigungsrelation „ein Beobachtungssatz B bestätigt eine Hypothese H “ ($\text{BEST}(B, H)$) mit folgenden plausiblen Annahmen PR für beliebige Beobachtungssätze B, B' und Hypothesen H, H' :

- 1) $\text{BEST}(B, H) \wedge (H \dashv\vdash H') \supset \text{BEST}(B, H')$
- 2) $\text{BEST}(B, H) \wedge (B \dashv\vdash B') \supset \text{BEST}(B', H)$
- 3) Geeignete Substitutionen von Formeln in $\text{BEST}(Fa \wedge Ga, \forall x (Fx \supset Gx))$ werden als Bestätigungsrelationen akzeptiert.

Die dritte Bedingung ist meines Erachtens schon problematisch, wenn man bedenkt, was ein Beobachtungssatz oder eine Bestätigungsinstanz ist. Ergebnis einer unmittelbaren Beobachtung können nur einfache Sätze der Form $Fa, Ga, \dots, \neg Fa, \neg Ga, \dots$ (mit innerer Negation $\neg$) sein. Schon der Übergang zu Sätzen der Form $\sim Fa$ setzt logische Operationen voraus, bei denen nicht immer die erforderliche Äquivalenz gewährleistet ist. So folgt zwar $\sim Fa$ aus $\neg Fa$, aber aus $\sim Fa$ folgt logisch nicht $\neg Fa$. Insofern ist es problematisch, beliebige Einsetzungen in 3 als Bestätigungsrelationen zu akzeptieren. Die Konjunktion 3 ist nur solange unproblematisch, solange die Konjunktionsglieder einfache Sätze sind. Im weiteren akzeptieren wir 3 trotzdem, um zu zeigen, daß man selbst dann in den F -Systemen die entsprechenden Paradoxien nicht erhält. Hegselmann und Raub betrachten dann folgende Gruppen von gegenintuitiven Formeln:

$$4) \quad \text{BEST}(\sim Fa \wedge \sim Ga, \forall x (Fx \supset Gx)) \quad (\text{GR1})$$

$$5) \quad \text{BEST}(\sim Fa \wedge Ga, \forall x (Fx \supset Gx)) \quad (\text{GR2})$$

$$6) \quad \text{BEST}(\sim Fa, \forall x (Fx \supset Gx)) \quad (\text{GR3})$$

$$7) \quad \text{BEST}(Ga, \forall x (Fx \supset Gx)) \quad (\text{GR4})$$

Die Paradoxien $>PR, GR1<$, $>PR, GR2<$ und $>PR, GR3<$ sind dann schwach, und $>PR, GR4<$ ist stark logikunabhängig bezüglich der klassischen, intuitionistischen und minimalen Logik. Ersetzt man in den gegenintuitiven Formeln GR1–GR4 Gx (bzw. Ga) durch $\sim G'x$ ($\sim G'a$), so sind die entsprechenden Paradoxien sogar alle stark logikunabhängig bezüglich der entsprechenden Kalküle.

Um die Formel 4 aus PR zu gewinnen, benötigt man die klassisch gültige Formel

$$8) \quad \forall x (\sim Gx \supset \sim Fx) \dashv\vdash \forall x (Fx \supset Gx).$$

Berücksichtigen wir, daß Beobachtungssätze nur die Form $P(a)$ oder $\neg P(a)$ (mit innerer Negation) haben können, so benötigen wir in den auf der nichttraditionellen Prädikationstheorie aufbauenden F -Systemen die Formel $\forall x (\neg Gx \supset \neg Fx) \dashv\vdash \forall x (Fx \supset Gx)$, um die Paradoxie abzuleiten. Diese Formel ist aber nicht gültig, da weder $(\neg Gx \supset \neg Fx) \supset (Fx \supset Gx)$, noch $(Fx \supset Gx) \supset (\neg Gx \supset \neg Fx)$ Tautologien der nichttraditionellen Prädikationstheorie sind.

Zur Herleitung der abgeschwächten Paradoxie in der intuitionistischen und minimalen Logik benötigt man die Formel:

$$9) \quad \forall x (\sim \sim G'x \supset \sim Fx) \dashv\vdash \forall x (Fx \supset \sim G'x).$$

Die analoge Formel der F -Systeme

$$\forall x (\sim \neg G'x \supset \neg Fx) \dashv\vdash \forall x (Fx \supset \neg G'x)$$

ist wiederum nicht gültig, da

$$(Fx \supset \neg G'x) \dashv\vdash (\sim \neg G'x \supset \neg Fx)$$

keine Tautologie ist.

Außerdem ist es problematisch, einen Satz der Form $\sim \neg G'a$ als eine Beobachtungsinstanz anzusehen.

Um die Formel 5 aus PR zu gewinnen, benötigt man die klassisch und intuitionistisch gültige Formel

$$\forall x ((Fx \vee \sim Fx) \vee (Gx \vee \sim Gx) \supset (\sim Fx \vee Gx)) \dashv\vdash \forall x (Fx \supset Gx).$$

Deuten wir die Negation vor den Prädikatformeln als innere Negation, so ist die analoge Formel der F -Systeme nicht gültig, da die Formel

$$(Fx \supset Gx) \supset ((Fx \vee \neg Fx) \vee (Gx \vee \neg Gx) \supset (\neg Fx \vee Gx))$$

keine Tautologie der nichttraditionellen Prädikationstheorie ist. Ebensov wenig gültig ist die Formel, nach der man die abgeschwächte Paradoxie in der intuitionistischen und minimalen Logik erhält, da die folgende Formel keine Tautologie der nichttraditionellen Prädikationstheorie ist:

$$Fx \supset \neg G'x \supset ((Fx \vee \neg Fx) \vee (\neg G'x \vee \sim \neg G'x) \supset (\neg Fx \vee \neg G'x)).$$

Für die Herleitung der Formel 6 aus PR benötigt man die klassisch gültige Formel

$$\forall x (\sim Fx \vee \sim Gx \supset \sim Fx) \dashv\vdash \forall x (Fx \supset Gx),$$

deren Analogon in den F -Systemen wiederum nicht gültig ist, da schon

$$(\neg Fx \vee \neg Gx \supset \neg Fx) \supset (Fx \supset Gx)$$

keine Tautologie der nichttraditionellen Prädikationstheorie ist. Auch die intuitionistische bzw. minimale Variante dieser Paradoxie mit $\sim G'x$ anstelle von Gx läßt sich in den F -Systemen nicht herleiten, da auch die Formel

$$(Fx \supset \neg G'x) \supset (\neg Fx \vee \sim \neg G'x \supset \neg Fx)$$

keine Tautologie der nichttraditionellen Prädikationstheorie ist. Die Formel 7 läßt sich in den F -Systemen auch nicht aus PR herleiten, da die nötige Äquivalenz

$$Ga \dashv\vdash Ga \wedge (Fa \vee Ga)$$

in den F -Systemen schon wegen der Verletzung der Variablenbedingungen nicht gilt, da F nur in der rechten Formel vorkommt. Die Rabenparadoxie ist in den F -Systemen nicht herleitbar und darum logikabhängig. In dem Streit zwischen Hegselmann und Gethmann spricht dies für die Gethmannsche Auffassung.

Die von Hegselmann und Raub betrachtete Goodman Paradoxie erhält man auch in den F -Systemen.

Literatur:

- Gethmann, C. F. (1980)*, Die Logik der Wissenschaftstheorie. In: Gethmann, C. F. (Hrsg.): Theorie des wissenschaftlichen Argumentierens. Frankfurt a. M.
- Hegselmann, R./Raub, W. (1982)*, Zur Logikabhängigkeit wissenschaftstheoretischer Paradoxien. Erkenntnis 17, S. 349–359
- Sainsbury, R. M. (1988)*, Paradoxes, Cambridge
- Sinowjew, A. A. (1970)*, Komplexe Logik, Berlin
- Sinowjew, A./Wessel, H. (1975)*, Logische Sprachregeln, Berlin
- Weingartner, P./Schurz, G. (1986)*, Paradoxes solved by simple relevance criteria. Logique et Analyse 113, S. 3–40
- Wessel, H. (1975)*, Kritik der Kantschen Antinomien der reinen Vernunft. In: Zum Kantverständnis unserer Zeit, Berlin
- (1975), Ein System der strikten logischen Folgebeziehung. In: „Begriffsschrift“, Jenaer Frege-Konferenz. Jena
- (1988), Einige Anwendungen der nichttraditionellen Prädikationstheorie. In: Logische Philosophie. Thematische Information Philosophie, Jahrgang 12, Heft 2, Berlin
- (1989), Logik, Berlin

Benötigen wir eine spezielle Logik der Mikrophysik?

Darstellung und Kritik der Reichenbachschen dreiwertigen Quantenlogik*

Auf die im Titel gestellte Frage antworte ich ohne Zögern mit „Nein“. Eine umfassende Begründung dieser negativen Antwort kann im folgenden Beitrag jedoch nicht gegeben werden. Ich werde mich nur mit Hans Reichenbachs Vorschlag, eine dreiwertige Logik zu verwenden, um gewisse Anomalien in der Quantentheorie zu vermeiden, beschäftigen. Umfassender wird die im Titel gestellte Frage beispielsweise von Kurt Hübner (1979) negativ beantwortet, allerdings auf der Basis der intuitionistischen Logik, gegen die meines Erachtens ähnliche Einwände erhoben werden können wie gegen eine spezielle Logik der Mikrophysik.

Wer von diesem Beitrag erwartet, etwas zur Quantenmechanik zu erfahren, der wird enttäuscht werden. Ich verstehe fast nichts von Physik und habe auch nicht die Absicht, mich zu physikalischen Problemen zu äußern. Ich werde lediglich Reichenbachs logische Überlegungen zur Interpretation der Quantenmechanik im Rahmen seines dreiwertigen Kalküls darstellen und kritisieren. Am Ende wird sich zeigen, daß die angeschnittene logische Problematik nichts spezifisch Quantenmechanisches ist und im Rahmen einer zweiwertigen Logik gelöst werden kann.

Zu inhaltlichen Fragen der Quantenmechanik wird sicher mein Korreferent ausführlich sprechen, denn er schrieb bereits 1975: „Der Neopositivismus hat die logische Analyse der Wissenschaftssprache zur einzig legitimen philosophischen Aufgabe erhoben. Wenn hier derartige Untersuchungen nicht angestellt sind, so bedeutet das keinesfalls, daß der Autor dieses Problem

*Erstveröffentlichung in: *Hans Reichenbach und die Berliner Gruppe*, Hrsg. L. Danneberg/A. Kamlah/L. Schäfer, Braunschweig/Wiesbaden 1994, S. 373–380.

generell negiert. Er sieht aber in der logischen Analyse der Sprache nicht das einzige Problem, das die Philosophie zu bewältigen hat. In diesem Zusammenhang sei auf die Schrift von Zinovjev verwiesen, wo Fragen des genannten Problemkreises untersucht sind.“ (Röseberg, 1975, S. 6)

Auch mein Beitrag knüpft an Überlegungen von A. A. Sinowjew (1968, 1975) an.

Nach der Bohr-Heisenberg-Interpretation der Quantenmechanik sind Aussagen über die Werte unbeobachteter Größen sinnlos. Das führt dazu, daß in der Sprache der Physik sinnlose Aussagen auftreten. Mit dieser Situation ist Reichenbach zu Recht unzufrieden, und er schlägt eine Interpretation im Rahmen einer dreiwertigen Logik vor, die diese Schwierigkeiten vermeiden soll. Er wählt folgende Logik mit den Wahrheitswerten: 1 – wahr, 2 – unbestimmt, 3 – falsch. Ausgezeichneter Wahrheitswert ist 1. Folgende Operatoren werden verwendet:

- N^1x – zyklische Negation,
- N^2x – diametrale Negation,
- N^3x – vollständige Negation,
- Kxy – Konjunktion,
- Axy – Adjunktion,
- C^1xy – Standardimplikation,
- C^2xy – alternative Implikation,
- C^3xy – Quasiimplikation,
- R^1xy – Standardäquivalenz,
- R^2xy – alternative Äquivalenz.

Diese Operatoren werden durch folgende Wahrheitstabellen definiert:

x	N^1x	N^2x	N^3x
1	2	3	2
2	3	2	1
3	1	1	1

x	y	Kxy	Axy	C^1xy	C^2xy	C^3xy	R^1xy	R^2xy
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	2	1	2	3	2	2	3
1	3	3	1	3	3	3	3	3
2	1	2	1	1	1	2	2	3
2	2	2	2	1	1	2	1	1
2	3	3	2	2	1	2	2	3
3	1	3	1	1	1	2	3	3
3	2	3	2	1	1	2	2	3
3	3	3	3	1	1	2	1	1

In dieser dreiwertigen Logik sind beispielsweise folgende Formeln Tautologien:

$$\begin{aligned}
&R^1xx, \\
&R^1xN^2N^2x, \\
&R^1xN^1N^1N^1x, \\
&R^1N^3xN^3N^3N^3x, \\
&R^1N^3xAN^1xN^1N^1x, \\
&AAxN^1xN^1N^1x, \\
&R^1AxN^1N^1xN^3x, \\
&N^3KxN^3x, \\
&N^3KxN^1x, \\
&N^3KxN^2x.
\end{aligned}$$

Zwei Aussagen x und y sind komplementär genau dann, wenn $C^2AxN^1xN^1N^1y$. Hieraus folgt $C^2AyN^1yN^1N^1x$. Die Komplementaritätsbeziehung ist symmetrisch, und Reichenbach kann sie in der Objektsprache ausdrücken.

Keine Tautologie seiner dreiwertigen Logik ist beispielsweise die Formel AxN^2x .

Bei der Herleitung von Anomalien des berüchtigten Youngschen Interferenzversuchs am Schirm mit mehreren Schlitzen spielen nach Reichenbach die logischen Eigenschaften der Adjunktion (Alternative) eine wichtige Rolle. Deshalb betrachtet er diese näher.

Reichenbach nennt eine Adjunktion von n Gliedern *geschlossen* genau dann, wenn das n -te Glied wahr sein muß, falls $n - 1$ Glieder falsch sind, d. h. wenn gilt:

$$\begin{aligned}
 & \sim b^2 \wedge \sim b^3 \wedge \dots \wedge \sim b^n \supset b^1 \\
 & \sim b^1 \wedge \sim b^3 \wedge \dots \wedge \sim b^n \supset b^2 \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & \sim b^1 \wedge \sim b^2 \wedge \dots \wedge \sim b^{n-1} \supset b^n
 \end{aligned} \tag{I}.$$

Eine Adjunktion ist *ausschließend* genau dann, wenn im Falle, daß ein Glied wahr ist, alle anderen falsch sind, d. h. wenn gilt:

$$\begin{aligned}
 & b^1 \supset \sim b^2 \wedge \sim b^3 \wedge \dots \wedge \sim b^n \\
 & b^2 \supset \sim b^1 \wedge \sim b^3 \wedge \dots \wedge \sim b^n \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & \cdot \\
 & b^n \supset \sim b^1 \wedge \sim b^2 \wedge \dots \wedge \sim b^{n-1}
 \end{aligned} \tag{II}.$$

Eine Adjunktion ist *vollständig* genau dann, wenn eines ihrer Glieder wahr sein muß oder, anders gesagt, wenn sie wahr ist, d. h. wenn gilt:

$$b^1 \vee b^2 \vee \dots \vee b^n \tag{III}.$$

In der zweiwertigen Logik folgt III aus I und II, eine Zeile von I und II ist dabei sogar überflüssig.

Ersetzen wir in I, II und III die klassische Negation $\sim$ durch N^2 , die Subjunktion $\supset$ durch die alternative Implikation C^2 , die Konjunktion $\wedge$ durch K und die Adjunktion durch A , so erhalten wir:

$$\begin{aligned}
 & C^2 K \dots K N^2 b^2 N^2 b^3 \dots N^2 b^n b^1 \\
 & C^2 K \dots K N^2 b^1 N^2 b^3 \dots N^2 b^n b^2 \\
 & \cdot \\
 & \cdot
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
\cdot \\
C^2K \dots KN^2b^1N^2b^2 \dots N^2b^{n-1}b^n \quad (I); \\
C^2b^1K \dots KN^2b^2N^2b^3 \dots N^2b^n \\
C^2b^2K \dots KN^2b^1N^2b^3 \dots N^2b^n \\
\cdot \\
\cdot \\
\cdot \\
C^2b^nK \dots KN^2b^1N^2b^2 \dots N^2b^{n-1} \quad (II); \\
A \dots Ab^1b^2 \dots b^n \quad (III).
\end{array}$$

Hier folgt III nicht aus I und II. I und II können wahr sein, während III unbestimmt ist.

Wählt man als Logik der Quantenmechanik die eben skizzierte dreiwertige Logik, so treten die bekannten Anomalien nicht auf. Allerdings wird dafür ein hoher Preis gezahlt. Die bewährte klassische zweiwertige Logik wird durch einen willkürlich konstruierten dreiwertigen Kalkül ersetzt. Insbesondere bleibt die Bedeutung der drei neuen Wahrheitswerte „wahr“, „falsch“ und „unbestimmt“ klärungsbedürftig. Offensichtlich ist die Bedeutung der neuen Werte „wahr“ und „falsch“ von der Bedeutung der klassischen Wahrheitswerte verschieden, eine präzise Definition der neuen Werte wird aber nicht angegeben. Noch problematischer ist die Bedeutung des neuen Wahrheitswertes „unbestimmt“, insbesondere für zusammengesetzte Aussagen. A. Kamlah dokumentiert in seinen Erläuterungen zu Reichenbachs Arbeit „Philosophische Grundlagen der Quantenmechanik“ ausführlich den Streit, der zu dieser Problematik insbesondere von C. G. Hempel und E. Nagel mit Reichenbach geführt wurde. Meines Erachtens sind die Einwände von Hempel und Nagel berechtigt.

Kamlah macht in seinen Erläuterungen zu Reichenbachs Buch auch einen eigenen Vorschlag, um die Schwierigkeiten mit dem Wahrheitswert „unbestimmt“ für zusammengesetzte Aussagen zu lösen. Er schlägt vor, den Wahrheitswert „unbestimmt“ nur einfachen Aussagen zuzuschreiben und Reichenbachs dreiwertige Wahrheitstabellen für die logischen Operatoren so abzuändern, daß dort, wo bei Reichenbach der Wert „unbestimmt“ für zusammengesetzte Aussagen auftritt, den zusammengesetzten Aussagen gar kein Wahrheitswert zugeschrieben wird, ihr Wahrheitswert offen gelassen wird. Unseres Erachtens führt dieser Vorschlag zu Ungereimtheiten und kann deshalb nicht akzeptiert werden. Betrachten wir etwa die sechste Zeile von Rei-

chenbachs Konjunktionstabelle. Hier hat x den Wert „unbestimmt“, y den Wert „falsch“ und Kxy den Wert „falsch“. Dies ist auch in Kamlahs neuen Tabellen der Fall. Wenn wir jetzt bei gleichen Werten für x und y in Kxy für y die diametrale Negation von y N^2y einsetzen, so hat die Formel KxN^2y plötzlich keinen Wahrheitswert mehr. Zu noch größeren Ungeheimtheiten führt Kamlahs Vorschlag bei den Negationen. Für die zyklische Negation erhalten wir beispielsweise (der Strich „–“ steht für „hat keinen Wahrheitswert“):

x	N^1x	N^1N^1x	$N^1N^1N^1x$
1	–	–	–
2	3	1	–
3	1	–	–

d. h., jede Formel mit drei zyklischen Negationen hintereinander hat keinen Wahrheitswert. Bei der vollständigen Negation genügen sogar zwei:

x	N^3x	N^3N^3x
1	–	–
2	1	–
3	1	–

In Wessel 1989 ist die in ihren Grundzügen von Sinowjew stammende nichttraditionelle Prädikationstheorie mit einer inneren Negation $\neg$ zusätzlich zur aussagenlogischen (äußeren) Negation $\sim$ dargestellt. Im Rahmen dieser Theorie lassen sich Reichenbachs Überlegungen ohne eine Einführung eines dritten Wahrheitswertes rekonstruieren. Die klassische Aussagenlogik wird durch folgende Regeln für die innere Negation erweitert:

- 1) Prädikatformeln $P(s^1, \dots, s^n)$ und $\neg P(s^1, \dots, s^n)$ werden die Wahrheitswerte „wahr“(v) und „falsch“(f) genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln genau dann verschieden, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
- 2) Wenn A den Wert v hat, so hat $\neg A$ den Wert f .
- 3) Wenn $\neg A$ den Wert v hat, so hat A den Wert f .
- 4) Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- 5) Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.

Kurz gesagt, zwei konträre Formeln A und $\neg A$ können zwar beide falsch, aber nicht zusammen wahr sein. Die von Reichenbach angestrebte Unbestimmtheit läßt sich im Rahmen der nichttraditionellen Prädikationstheorie syntaktisch ausdrücken als $\sim A \wedge \sim \neg A$, ohne mehr als zwei Wahrheitswerte zu benötigen.

In der Sprache der nichttraditionellen Prädikationstheorie läßt sich folgendes neue Dogma des logischen Empirismus formulieren: Beobachtungsaussagen können nur die Form $P(s^1, \dots, s^n)$ oder $\neg P(s^1, \dots, s^n)$ haben, wobei $n \geq 1$ und P ein n -stelliges Prädikat ist.

Alle anderen Aussagen, auch solche der Form $\sim A$ mit der äußeren Negation, sind logisch zusammengesetzt und können nicht unmittelbares Beobachtungsergebnis sein. Dieser Umstand erweist sich als wichtig bei der Darstellung des Interferenzexperiments im Rahmen der nichttraditionellen Prädikationstheorie. Doch zunächst treffen wir einige Definitionen.

- D1.** Wir nennen zwei Prädikate P und Q *zueinander komplementär* genau dann, wenn für beliebige s gilt: $P(s) \vee \neg P(s) \supset \sim Q(s) \wedge \sim \neg Q(s)$.
- D2.** Gilt die in D1 angegebene Beziehung zwischen zwei Prädikaten P und Q , so nennen wir die beiden Aussagenpaare $P(s)$, $\neg P(s)$ und $Q(s)$, $\neg Q(s)$ *zueinander komplementär*.

Das Auftreten komplementärer Prädikate und Aussagen ist keine Besonderheit der Mikrophysik. Sind etwa zwei verschiedene Schlachtpläne gegeben und der eine wird zur Führung der Schlacht akzeptiert, so wird der andere Plan unüberprüfbar. In diesem Sinne sind die beiden Pläne komplementär zueinander. Im gleichen Sinne sind die Wahlprogramme von zwei politischen Parteien, die nicht miteinander koalieren wollen, komplementär. Nehmen wir einmal an, es wäre nicht nur statutenmäßig in der ehemaligen DDR verboten gewesen, Mitglied von zwei verschiedenen Parteien zu sein, sondern dies wäre auch empirisch gesichert gewesen, so wären die beiden Prädikate „... ist zur Zeit t aus der SED ausgetreten“ und „... ist zur Zeit t aus der CDU ausgetreten“ zueinander komplementär.

Die Komplementarität läßt sich auch für drei Prädikate definieren:

- D3.** Wir nennen drei Prädikate P , Q und R *zueinander komplementär* genau dann, wenn für beliebige s gilt:

$$P(s) \vee \neg P(s) \supset \sim Q(s) \wedge \sim \neg Q(s)$$

$$Q(s) \vee \neg Q(s) \supset \sim R(s) \wedge \sim \neg R(s)$$

$$R(s) \vee \neg R(s) \supset \sim P(s) \wedge \sim \neg P(s).$$

Aus den getroffenen Definitionen folgt eine Reihe von Theoremen.

T1. Die Komplementärbeziehung ist symmetrisch.

Beweis: Aus $P(s) \vee \neg P(s) \supset \sim Q(s) \wedge \sim \neg Q(s)$ erhält man durch Kontraposition $Q(s) \vee \neg Q(s) \supset \sim P(s) \wedge \sim \neg P(s)$.

T2. Sind P und Q zueinander komplementäre Prädikate, so gilt:

$$\sim(P(s) \wedge Q(s))$$

$$\sim(P(s) \wedge \neg Q(s))$$

$$\sim(\neg P(s) \wedge Q(s))$$

$$\sim(\neg P(s) \wedge \neg Q(s)).$$

T3. Wenn P und Q zueinander komplementäre Prädikate sind, so gilt für beliebige s :

$$(\sim P(s) \wedge \sim \neg P(s)) \vee (\sim Q(s) \wedge \sim \neg Q(s)).$$

T4. Wenn P und Q zueinander komplementäre Prädikate sind, so gilt für beliebige s :

$$P(s) \supset \sim Q(s)$$

$$P(s) \supset \sim \neg Q(s)$$

$$\neg P(s) \supset \sim Q(s)$$

$$\neg P(s) \supset \sim \neg Q(s)$$

$$Q(s) \supset \sim P(s)$$

$$Q(s) \supset \sim \neg P(s)$$

$$\neg Q(s) \supset \sim \neg P(s)$$

$$\neg Q(s) \supset \sim P(s).$$

Kehren wir nun zu dem Interferenzexperiment zurück. Da unmittelbares Beobachtungsergebnis nur einfache prädikative Aussagen sein können, definieren wir für unsere Zwecke die Termini „geschlossen“, „ausschließend“ und „vollständig“ für eine Adjunktion neu im Rahmen der nichttraditionellen Prädikationstheorie.

Eine Adjunktion $b^1 \vee b^2 \vee \dots \vee b^n$ ist *geschlossen* genau dann, wenn gilt

$$\begin{aligned}
 &\neg b^2 \wedge \neg b^3 \wedge \dots \wedge \neg b^n \supset b^1 \\
 &\neg b^1 \wedge \neg b^3 \wedge \dots \wedge \neg b^n \supset b^2 \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\neg b^1 \wedge \neg b^2 \wedge \dots \wedge \neg b^{n-1} \supset b^n
 \end{aligned} \tag{I}.$$

Eine Adjunktion $b^1 \vee b^2 \vee \dots \vee b^n$ ist *ausschließend* genau dann, wenn gilt

$$\begin{aligned}
 &b^1 \supset \neg b^2 \wedge \neg b^3 \wedge \dots \wedge \neg b^n \\
 &b^2 \supset \neg b^1 \wedge \neg b^3 \wedge \dots \wedge \neg b^n \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &b^n \supset \neg b^1 \wedge \neg b^2 \wedge \dots \wedge \neg b^{n-1}
 \end{aligned} \tag{II}.$$

Eine Adjunktion ist *vollständig* genau dann, wenn eines ihrer Glieder wahr ist, d. h., wenn $b^1 \vee b^2 \vee \dots \vee b^n$ gilt (III).

Die Formel III folgt nicht aus I und II, d. h., die Formeln I und II können wahr sein und III falsch. Die Formeln I und II geben genau die möglichen Beobachtungsbeschreibungen des Interferenzexperiments wieder. Da aus ihnen III nicht folgt, treten keine kausalen Anomalien auf. In der gesamten Argumentation werden nur die beiden klassischen Wahrheitswerte „wahr“ und „falsch“ verwendet, ein dritter Wahrheitswert wird nicht benötigt.

Literatur:

- Hübner, K., Über Versuche, aus der Quantenmechanik eine neue Logik herzuleiten, in: K. Lorenz (Hrsg.), Konstruktionen versus Positionen, Berlin, New York 1979.
- Reichenbach, H., Gesammelte Werke, Bd.5, Philosophische Grundlagen der Quantenmechanik und Wahrscheinlichkeit, Mit Erläuterungen von Andreas Kamlah, Braunschweig/Wiesbaden 1989.
- Röseberg, U., Determinismus und Physik, Berlin 1975.
- Sinowjew, A. A., Über mehrwertige Logik, Berlin, Braunschweig, Basel 1968.
- Sinowjew, A. A., Logik und Sprache der Physik, Berlin 1975.
- Wessel, H., Einige Anwendungen der nichttraditionellen Prädikationstheorie, in: Logische Philosophie. Thematische Information Philosophie, Jahrgang 12, Heft 2, Berlin 1988.
- Wessel, H., Logik, Berlin 1989.

Alternative Logiken und empirische Wissenschaften*

Es ist in der wissenschaftstheoretischen Literatur zu einer verbreiteten Mode geworden, in den empirischen Wissenschaften auftretende Schwierigkeiten und Paradoxien einfach dadurch zu lösen, daß man die klassische Logik durch irgendwelche alternativen Logiken ersetzt. Führt ein korrekter logischer Schluß zu solchen Schwierigkeiten oder Paradoxien, so erklärt man einfach die verwendete Schlußregel für ungültig und bastelt zur Not noch einen logischen Schrumpfkalkül, in dem dann die dieser Regel entsprechende Formel nicht beweisbar ist. Nachdem man auf diese nicht besonders originelle Vorgehensweise die Schwierigkeiten umschifft hat, ergibt sich als Krönung die philosophische Schlußfolgerung, die empirischen Wissenschaften hätten die klassische Logik widerlegt. Hilary Putnam ist zwar nicht der Schöpfer dieser Modeströmung, aber doch einer ihrer prominentesten Vertreter, denn er praktiziert die oben charakterisierte Methode gleich zweimal und das auf unterschiedliche Weise. In seiner Arbeit „The logic of quantum mechanics“ (Putnam 1979) macht er sich zum Anwalt einer speziellen Logik der Mikrophysik und in dem Artikel „Vagueness and alternative logic“ (Putnam 1983) schlägt er vor, die mit vagen Prädikaten verbundenen Schwierigkeiten mit Hilfe der intuitionistischen Logik zu lösen. Im vorliegenden Beitrag beschäftige ich mich nur mit der Problematik vager Prädikate und werde zeigen, daß der Vorschlag Putnams höchstens eine rein formale Lösung der Probleme liefert und einer kritischen philosophischen Analyse nicht standhält.

Putnam geht von folgendem Beispiel aus. Stellen wir uns eine lange Reihe von Männern vor, die auf folgende Art geordnet sind: auf dem ersten Platz steht ein Mann mit 0 Haaren auf dem Kopf, auf dem zweiten Platz ein Mann mit 1 Haar, auf dem dritten Platz ein Mann mit zwei Haaren auf dem Kopf, ..., auf dem n -ten Platz ein Mann mit $n - 1$ Haaren und am Ende der Reihe steht ein Mann mit vollem Haarwuchs.

*Erstveröffentlichung in: *Analyomen 1. Proceedings of the 1st Conference "Perspectives in Analytical Philosophy"*, Hrsg. Georg Meggle/Ulla Wessels, Walter de Gruyter, Berlin/New York 1994, S. 168–176.

In solch einem Falle scheint der folgende Schluß korrekt zu sein:

- (a) Ein Mann mit 0 Haaren ist glatzköpfig.
- (b) Für alle n gilt: Wenn ein Mann mit n Haaren glatzköpfig ist, so ist ein Mann mit $n + 1$ Haaren glatzköpfig.

Folglich:

- (c) Für alle n gilt: Ein Mann mit n Haaren ist glatzköpfig.

Wir wählen G als Abkürzung für das Prädikat „glatzköpfig“, die Anzahl der Haare als Name der betreffenden Person und können dann die Argumentation symbolisch wie folgt darstellen:

- (1) $G(0)$
- (2) $\forall n (G(n) \supset G(n + 1))$

Folglich:

- (3) $\forall n G(n).$

Da der Satz 1 offensichtlich wahr ist und der Satz 3 falsch, muß, wenn wir nicht das Induktionsprinzip für vage Prädikate verwerfen wollen, der Satz 2 falsch sein. Folglich muß der Satz

- (4) $\sim \forall n (G(n) \supset G(n + 1))$

wahr sein. Soweit ist die Argumentation von Putnam korrekt. Er schließt nun weiter, daß dann nach der klassischen Logik der folgende Satz gelten muß:

- (5) $\exists n (G(n) \wedge \sim G(n + 1))$

Putnam ist der Meinung, daß dieser Satz unserer Intuition mit vagen Prädikaten widerspricht. Da er das Induktionsprinzip auch für vage Prädikate aufrechterhalten will, den Satz 4 akzeptiert, aber den Satz 5 verwirft, schlägt er vor, in Argumentationen mit vagen Prädikaten die klassische Logik zu verwerfen und nur die intuitionistische Logik zu benutzen.

Insbesondere verwirft er die beiden klassischen Theoreme

$$\sim \forall x P(x) \supset \exists x \sim P(x)$$

und

$$\sim (p \supset q) \supset p \wedge \sim q.$$

Er hebt hervor, daß wir anstelle der letzteren Formel die intuitionistisch gültige

$$\sim(p \supset q) \supset \sim\sim p \wedge \sim q$$

benutzen könnten, und formuliert verbal durchaus richtig, daß der Satz „nicht-nicht-John ist glatzköpfig“ („John ist nicht nicht-glatzköpfig“) verwendet werden kann, um den Satz „John ist nicht glatzköpfig“ zu negieren, ohne zu der Behauptung „John ist glatzköpfig“ zu verpflichten. Allerdings kann diese Sachlage nicht adäquat mit Hilfe der intuitionistischen Logik dargestellt werden. Die intuitionistische Logik ist vielmehr selber das Ergebnis einer Vermischung von innerer und äußerer Negation (Wessel 1989, Wessel 1988), und wir werden sehen, daß sich auch die Problematik vager Prädikate durch die Unterscheidung von innerer und äußerer Negation befriedigend lösen läßt. Doch zunächst wollen wir noch etwas bei dem Putnamschen Lösungsvorschlag verbleiben.

Susan Haack formuliert folgende vier Forderungen für eine adäquate Lösung eines Paradoxes:

- (i) Die Überlegungen, die zu dem Paradox führen, müssen dadurch blockiert werden, daß entweder eine oder mehrere Prämissen oder eine oder mehrere der Schlußweisen verworfen werden. Ein Vorschlag, der dies leistet, ist eine formale Lösung.
- (ii) Der Vorschlag liefert außerdem Gründe für eine Verwerfung einer Prämisse oder Schlußweise, die unabhängig von dem betreffenden Paradox sind. Ist dies gegeben, so handelt es sich um eine philosophische Lösung.
- (iii) Die vorgeschlagene Lösung darf nicht so breit sein, daß sie unschuldige Kandidaten ausschließt.
- (iv) Die vorgeschlagene Lösung darf nicht so eng sein, daß das Paradox in anderer Form wieder auftritt. (Haack 1978, 138 ff.)

In einem Sonderheft der Zeitschrift *Erkenntnis*, das ganz der Philosophie Putnams gewidmet ist, kritisieren Stephen P. Schwartz und William Throop den Putnamschen Lösungsvorschlag und zeigen, daß er nur die erste der vier Forderungen von S. Haack erfüllt (Schwartz/Throop 1991). Im gleichen Heft antwortet Putnam auf diese Kritik (Putnam 1991). Sehen wir uns die Argumente und Gegenargumente etwas näher an.

Akzeptiert man den Lösungsvorschlag von Putnam, so tritt das Paradox nicht auf. Putnam liefert also eine formale Lösung des Problems. Von der Problematik vager Prädikate verschiedene Gründe für die Bevorzugung der intuitionistischen Logik gegenüber der klassischen führt Putnam nicht an. Die Intuitionisten selber hatten in den Grundlagen der Mathematik ganz andere

Motive für die Verwerfung bestimmter Gesetze der klassischen Logik, und sie haben nie gefordert, die intuitionistische Logik außerhalb der Mathematik in den empirischen Wissenschaften zu verwenden. Insofern bietet Putnams Vorschlag keine philosophisch befriedigende Lösung.

Es ist offensichtlich, daß Putnams Lösungsvorschlag zu breit angelegt ist. Alle empirischen Prädikate sind vage Prädikate. Würde man Putnams Vorschlag folgen, so dürfte man in den empirischen Wissenschaften nur die intuitionistische Logik verwenden. Das ist eine absurde Konsequenz, denn Putnam müßte die gesamte wissenschaftliche Literatur dieser Bereiche umschreiben.

Schwartz und Throop weisen nach, daß Putnams Vorschlag außerdem zu eng ist, d. h., daß das Paradox in modifizierter Form wieder auftritt. Als Prämissen wählen sie:

- (1) $G(0)$
- (2) $G(0) \supset G(1)$
- (3) $G(1) \supset G(2)$
- (4) $\vdots$
- $(10^8 + 1) \quad G(10^8 - 1) \supset G(10^8).$

Aus diesen Prämissen folgt dann sowohl klassisch als auch intuitionistisch:

$$G(10^8).$$

Die erste Prämisse ist wahr, die Folgerung ist offensichtlich falsch, also muß mindestens eine der übrigen Prämissen falsch sein. Wenn aber eine dieser Prämissen falsch ist, so ist G kein vages Prädikat, da für ein n gilt

$$G(n) \wedge \sim G(n + 1).$$

Hier wurde klassisch argumentiert. Da die Formel

$$\sim(p \wedge q) \supset \sim p \vee \sim q$$

intuitionistisch nicht gültig ist, erhält man intuitionistisch nur, daß die Konjunktion der betreffenden Prämissen nicht gilt. Da in der vorgestellten Argumentation keine Quantoren vorkommen, und wir es nur mit endlichen Anzahlen zu tun haben, liegt kein Grund vor, sich auf die intuitionistische Logik zu beschränken.

Schwartz und Throop zeigen noch auf eine zweite Art, daß das Paradox in anderer Form wieder auftritt. Als Prämissen wählen sie:

- (1') $\sim\sim G(0)$
 (2') $\sim\sim(G(0) \supset G(1))$
 (1) $\vdots$
 $(10^8 + 1')$ $\sim\sim(G(10^8 - 1) \supset G(10^8)).$

Aus diesen Prämissen folgt sowohl klassisch als auch intuitionistisch die Formel

$$\sim\sim G(10^8).$$

Das Prädikat $\sim\sim G(\dots)$ wird dabei als „... ist nicht nicht-glatzköpfig“ gelesen. Da die erste Prämisse wiederum wahr, die Folgerung falsch ist, muß eine der übrigen Prämissen falsch sein. Angenommen, die Formel

$$\sim\sim(G(n) \supset G(n+1))$$

sei falsch, dann gilt auch intuitionistisch

$$\sim(G(n) \supset G(n+1))$$

und hieraus folgt wiederum auch intuitionistisch

$$\sim\sim G(n) \wedge \sim G(n+1).$$

Das bedeutet aber, daß das Prädikat $\sim G(\dots)$ und damit auch $G(\dots)$ nicht vage ist.

Meines Erachtens sind die Argumente von Schwartz und Throop stichhaltig. Putnams Entgegnung ist hingegen wenig überzeugend. Er zieht sich auf seine scheinbar intuitionistische Position zurück und weigert sich schlicht, alle Prämissen der Form

$$\sim\sim(G(n) \supset G(n+1))$$

anzuerkennen. Mit der Begründung, das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten gelte intuitionistisch nicht, weigert er sich aber auch die Formel

$$\sim(G(n) \supset G(n+1))$$

zu akzeptieren. Vernünftige Gründe für diese geistige Abstinenz gibt er allerdings nicht an. Etwas unfair führt er in seine Entgegnung plötzlich wieder Quantoren ein, obwohl der Witz der Argumentation von Schwartz und Throop gerade im Vermeiden von Quantoren liegt. Auf diese Weise akzeptiert Putnam dann die Formel

$$\sim\sim \exists n (\sim\sim G(n) \wedge \sim G(n+1)),$$

die er – für mich etwas zu dialektisch unbefriedigend – verbal wie folgt interpretiert: Es existiert vage eine Linie zwischen einem vagen und einem definitiv falschen Fall.

Putnams Behandlung vager Prädikate ist mißlungen. Aufschlußreicher ist eine Bemerkung von Ludwig Wittgenstein. Um ein vages Prädikat P zu repräsentieren, ziehen wir zwei konzentrische Grenzlinien a und b . P gilt dann bestimmt für das, was innerhalb der inneren Grenzlinie liegt, und die Negation von P gilt bestimmt für das, was außerhalb der äußeren Grenzlinie liegt. Wittgenstein schreibt dann: „Es wäre eine unbestimmte Zone offengelassen, und die Grenzen a und b sind für den definierten Begriff nicht wesentlich. – Die Grenzen a und b sind sozusagen doch nur die Mauern der Vorhöfe. Sie sind willkürlich dort gezogen, wo man noch etwas Festes ziehen kann. – Wie man einen Sumpf durch eine Mauer abgrenzt, die Mauer ist aber nicht *die* Grenze des Sumpfes, sondern sie steht nur um ihn auf festem Erdreich. Sie ist ein Zeichen dafür, daß innerhalb ihrer ein Sumpf ist, aber nicht, daß der Sumpf genau so groß ist wie die von ihr begrenzte Fläche.“ (Wittgenstein 1981, 264)

Eine präzise Logik für vage Prädikate liefert Wittgenstein nicht. Seine Überlegungen zu vagen Prädikaten lassen sich auf logischer Ebene im Rahmen der von A. A. Sinowjew stammenden nichttraditionellen Prädikations-theorie (Sinowjew 1970) darstellen, in der zwischen zwei Formen der Negation unterschieden wird. Neben der üblichen klassischen aussagenlogischen Negation $\sim$, die sich auf ganze Aussagen bezieht, umgangssprachlich als „Es ist nicht der Fall, daß ...“ wiedergegeben werden kann und deshalb *äußere Negation* $\sim$ genannt wird, wird eine *innere Negation* $\neg$ eingeführt. Bei der Prädikation werden Subjekten $s_1, \dots, s_n$ n -stellige Prädikate P zu- bzw. abgesprochen. Für die Operationen des Zusprechens und des Absprechens werden spezielle Operatoren des Zusprechens und des Absprechens eingeführt. Diese Operatoren bilden aus Subjekttermini und Prädikattermini Aussagen und gehören folglich zu einer anderen syntaktischen Kategorie als die äußere Negation. Einfache prädikative Aussagen werden dargestellt durch Symbole der Form $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$. Ausführlich ist diese Theorie in (Wessel 1989) dargestellt. Wir geben hier nur die semantischen Regeln der nichttraditionellen Prädikationstheorie an, die zu den semantischen Regeln der klassischen Aussagenlogik hinzugefügt werden.

- (a) Prädikatformeln $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln verschieden genau dann, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
- (b) Wenn A den Wert v hat, so hat $\neg A$ den Wert f .

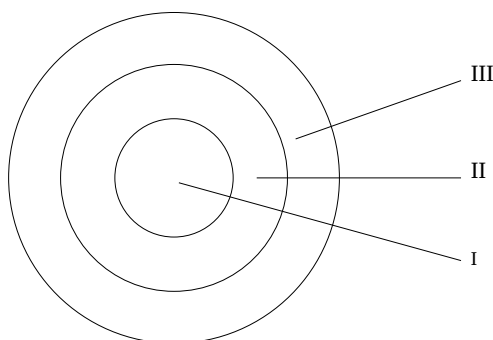
- (c) Wenn $\neg A$ den Wert v hat, so hat A den Wert f .
- (d) Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- (e) Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.

Kurz gesagt, zwei konträre Formeln A und $\neg A$ können nicht beide wahr, sie können aber beide falsch sein.

Für eine Formel der Form $\sim A \wedge \sim \neg A$ schreiben wir $?A$.

Akzeptieren wir die nichttraditionelle Prädikationstheorie als angemessenen Formalismus zu Darstellung vager Prädikate, so hat dies natürlich auch Auswirkungen auf die Quantorentheorie.

Benutzen wir das Wittgensteinsche Diagramm mit den konzentrischen Kreisen für vage Prädikate:



Im Bereich I mögen die Gegenstände liegen, für die $P(s)$ gilt, im Bereich III die Gegenstände, für die $\neg P(s)$ gilt und im Bereich II die Gegenstände, für die $?P(s)$ gilt.

Für die Quantoren $\forall$ und $\exists$ ergeben sich dann folgende Bedingungen:

- (a) Die Aussage $\forall x P(x)$ ist wahr, wenn die Bereiche II und III leer sind.
- (b) Die Aussage $\forall x \neg P(x)$ ist wahr, wenn die Bereiche I und II leer sind.
- (c) Die Aussage $\forall x \sim P(x)$ ist wahr, wenn der Bereich I leer ist.
- (d) Die Aussage $\exists x P(x)$ ist wahr, wenn der Bereich I ein Objekt enthält.
- (e) Die Aussage $\exists x \neg P(x)$ ist wahr, wenn der Bereich III ein Objekt enthält.
- (f) Die Aussage $\exists x \sim P(x)$ ist wahr, wenn der Bereich II oder III ein Objekt enthält.

Für die äußeren Negationen von 1-6 erhalten wir:

- (g) Die Aussage $\sim\forall x P(x)$ ist wahr, wenn der Bereich II oder III ein Objekt enthält.
- (h) Die Aussage $\sim\forall x \neg P(x)$ ist wahr, wenn der Bereich I oder II ein Objekt enthält.
- (j) Die Aussage $\sim\forall x \sim P(x)$ ist wahr, wenn der Bereich I ein Objekt enthält.
- (k) Die Aussage $\sim\exists x P(x)$ ist wahr, wenn der Bereich I leer ist.
- (l) Die Aussage $\sim\exists x \neg P(x)$ ist wahr, wenn der Bereich III leer ist.
- (m) Die Aussage $\sim\exists x \sim P(x)$ ist wahr, wenn die Bereiche II und III leer sind.

Für die Unbestimmtheit gilt:

- (n) Die Aussage $\forall x ?P(x)$ ist wahr, wenn die Bereiche I und III leer sind.
- (p) Die Aussage $\exists x ?P(x)$ ist wahr, wenn der Bereich II ein Objekt enthält.

Wir sehen, daß bei dieser Deutung die üblichen klassischen Beziehungen zwischen den Quantoren $\forall$ und $\exists$ erhalten bleiben. Insbesondere gilt

$$\sim\forall x P(x) \supset \exists x \sim P(x),$$

während die Formel

$$\sim\forall x P(x) \supset \exists x \neg P(x)$$

nicht allgemeingültig ist.

Kehren wir nun zu Putnams Beispiel zurück. Er war der Auffassung, daß der Satz 5 unserer Intuition mit vagen Prädikaten widerspricht. Das ist aber nur der Fall, wenn man ihn wie folgt auffaßt:

- (6) Es gibt ein n (Ein Mann mit n Haaren ist glatzköpfig. Ein Mann mit $n + 1$ Haaren ist nicht glatzköpfig.).

Eine solche Deutung des Satzes 5 ist aber nicht korrekt. Putnam identifiziert die innere und die äußere Negation, genauer gesagt, er unterscheidet die beiden Formen der Negation nicht und ist deshalb gezwungen, zur intuitionistischen Logik Zuflucht zu suchen. Der Satz 6 hat aber folgende logische Form:

- (6) $\exists n (G(n) \wedge \neg G(n + 1)).$

Satz 6 ist wirklich paradox. Er folgt aber nicht logisch aus dem Satz 4. Satz 5 widerspricht hingegen nicht unserer Intuition mit vagen Prädikaten, wenn man bedenkt, daß die Formel

$$\begin{aligned} \sim G(n+1) & \quad \text{äquivalent ist mit der Formel} \\ \neg G(n+1) \vee ?G(n+1). \end{aligned}$$

Es läßt sich auch zeigen, daß bei dem aussagenlogischen Schluß

$$\sim(p \supset q) \supset \sim\sim p \wedge \sim q$$

in Putnams Beispiel das Problem nicht bei der doppelten Negation von p liegt, sondern in der Deutung der Negation vor q . In der nichttraditionellen Prädikationstheorie ist nur folgende Formel allgemeingültig

$$\sim(p \supset q) \supset \sim\neg p \wedge \sim q,$$

während die Formeln

$$\sim(p \supset q) \supset \sim\sim p \wedge \neg q,$$

$$\sim(p \supset q) \supset \sim\neg p \wedge \neg q,$$

$$\sim(p \supset q) \supset p \wedge \neg q$$

keine Theoreme sind. Der Schluß auf $\neg q$ ist bei Putnam also nicht korrekt.

Die logische Problematik vager Prädikate ist im Rahmen der nichttraditionellen Prädikationstheorie befriedigend gelöst. Die vier Forderungen von S. Haack sind erfüllt. Das Paradox ist formal blockiert. Die Gründe für die Unterscheidung von innerer und äußerer Negation unabhängig von der Problematik vager Prädikate sind ausführlich dargestellt in (Wessel 1988). Es handelt sich also um eine philosophische Lösung. Die Lösung ist nicht zu weit, da alle Regeln der klassischen Logik gültig bleiben. Sie ist auch nicht zu eng, denn das Paradox vager Prädikate kann in ihr nicht in anderer Form auftreten.

Literatur:

- Haack, Susan, 1978, *Philosophy of Logics*, Cambridge Mass.
- Putnam, Hilary, 1979, The logic of quantum mechanics. In *Mathematics, Matter and Method*, Philosophical Papers, vol. 1, Cambridge Mass., 174–197.
- Putnam, Hilary, 1983, Vagueness and alternative logic. In *Realism and Reason*, Philosophical Papers, vol. 3, Cambridge Mass., 271–286.
- Putnam, Hilary, 1991, Replies and Comments, *Erkenntnis*, vol. 34, No. 3, 401–424.
- Schwartz, Stephen P., Throop, William, 1991, Intuitionism and Vagueness, *Erkenntnis*, vol. 34, No. 3, 347–356.
- Sinowjew, A. A., 1970, *Komplexe Logik. Grundlagen einer logischen Theorie des Wissens*, Berlin.
- Wessel, Horst, 1988, Einige Anwendungen der nichttraditionellen Prädikationstheorie, *Logische Philosophie. Thematische Information Philosophie* 2, 6–24.
- Wessel, Horst, 1989, *Logik*, Berlin.
- Wittgenstein, Ludwig, 1981, *Philosophische Bemerkungen*, Frankfurt a. M.

Die Identität des streng Ununterscheidbaren^{1*}

1 Nichttraditionelle Prädikationstheorie

Die folgenden Erörterungen bewegen sich im Rahmen der in ihren Grundzügen von Sinowjew stammenden nichttraditionellen Prädikationstheorie (*NTP*) (vgl. Sinowjew 1970, Sinowjew/Wessel 1975), die ausführlich in Wessel 1989 dargestellt ist. In der *NTP* wird zwischen einer äußeren und einer inneren Negation unterschieden. Die äußere Negation $\sim$ ist die übliche Negation der klassischen Aussagenlogik. Die klassische Aussagenlogik wird durch folgende Regeln für die innere Negation erweitert, wobei die Syntax so gewählt ist, daß die innere Negation $\neg$ nur unmittelbar vor einer Prädikatenvariablen vorkommen kann:

- (1) Prädikatformeln $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln verschieden genau dann, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
- (2) Wenn A den Wert v hat, so hat $\neg A$ den Wert f .
- (3) Wenn $\neg A$ den Wert v hat, so hat A den Wert f .
- (4) Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- (5) Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.

¹Der Artikel entstand im Rahmen des DFG-Projektes „Komplexe Logik“. Der DFG sei an dieser Stelle für die guten Arbeitsbedingungen gedankt. Den Teilnehmern des Forschungsseminars „Komplexe Logik“ danke ich für kritische Hinweise.

*Deutsche Erstveröffentlichung: Englisch unter dem Titel "The Identity of Strong Indiscernibility", in: *Logic and Logical Philosophy*, No. 2, Nicholas Copernicus University Press, Toruń 1994, S. 117–134

Kurz gesagt, zwei konträre Formeln A und $\neg A$ können nicht beide wahr, sie können aber beide falsch sein. Für eine Formel der Form $\sim A \wedge \sim \neg A$ schreibe ich $?A$.

2 Regeln für Existenzvoraussetzungen

In *NTP* sind elementare prädikative Aussagen der Form $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ in dem Sinne existentiell belastet, daß sie nur wahr sein können, wenn ihre Subjekte $s_1, \dots, s_n$ existieren. Für das Existenzprädikat E gilt also in *NTP*:

$$\mathbf{E1.} \quad P(s_1, \dots, s_n) \supset E(s_1) \wedge \dots \wedge E(s_n)$$

$$\mathbf{E2.} \quad \neg P(s_1, \dots, s_n) \supset E(s_1) \wedge \dots \wedge E(s_n)$$

Umgekehrt gilt: wenn s_1 oder $\dots$ oder s_n nicht existiert, so

$$\sim P(s_1, \dots, s_n) \wedge \sim \neg P(s_1, \dots, s_n), \text{ d. h. } ?P(s_1, \dots, s_n).$$

$$\mathbf{E3.} \quad \sim E(s_1) \vee \dots \vee \sim E(s_n) \supset ?P(s_1, \dots, s_n).$$

Da $\neg E(s)$ logisch falsch ist, gilt außerdem:

$$\mathbf{E4.} \quad \sim \neg E(s).$$

K. H. Krampitz hat sich in seiner Dissertation B (Krampitz 1990) die Aufgabe gestellt, Regeln zu formulieren, nach denen man die Existenzvoraussetzungen zusammengesetzter Aussagen ermitteln kann. Ich stütze mich auf die Ergebnisse von Krampitz und gebe eine präzisierte Fassung dieser Regeln an.

Von einer existentiellen Belastung einer Aussage zu sprechen, ist nur sinnvoll, wenn diese Aussage wahr ist. Deshalb führe ich für den Satz „Wenn A wahr ist, so ist A existentiell belastet“ die Abkürzung „ A hat die Charakteristik e “ und für den Satz „Wenn A wahr ist, so ist A nicht existentiell belastet“ die Abkürzung „ A hat die Charakteristik n “ ein. Für e und n gelten dann folgende Regeln:

R1. Alle elementaren prädikativen Aussagen haben die Charakteristik e .

R2. Wenn A die Charakteristik e hat, so hat $\sim A$ die Charakteristik n .

R3. Wenn A die Charakteristik n hat, so hat $\sim A$ die Charakteristik e .

R4. $A \vee B$ hat die Charakteristik e genau dann, wenn A die Charakteristik e hat und B die Charakteristik e hat.

Die drei folgenden sind abgeleitete Regeln.

- R5.** $A \wedge B$ hat die Charakteristik e genau dann, wenn A oder B die Charakteristik e hat.
- R6.** $A \supset B$ hat die Charakteristik e genau dann, wenn A die Charakteristik n hat und B die Charakteristik e hat.
- R7.** $A \equiv B$ hat die Charakteristik n genau dann, wenn A und B entweder beide die Charakteristik e haben oder beide die Charakteristik n .
- R8.** $\forall i A$ und $\exists i A$ haben die Charakteristik e genau dann, wenn A die Charakteristik e hat.

Wir stellen eine zusätzliche Regel für Definitionen der Form $A \equiv_{Def} B$ auf. Da Definitionen Festsetzungen sind und nicht wahr oder falsch sein können, hat es keinen Sinn von existentieller Belastung von Definitionen zu sprechen. Da man aus Definitionen der Form $A \equiv_{Def} B$ aber die Aussagen der Form $A \equiv B$ erhält, stellen wir folgende Definitionsregel auf.

- R9.** Eine Definition $A \equiv_{Def} B$ muß so aufgebaut werden, daß die Aussage $A \equiv B$ die Charakteristik n hat.

Unsere Regeln können wir übersichtlich durch folgende Tabellen, ähnlich den Wahrheitstabellen, darstellen:

A	$\sim A$	$\forall i A$	$\exists i A$
e	n	e	e
n	e	n	n

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \supset B$	$A \equiv B$	$A \equiv_{Def} B$
e	e	e	e	n	n	n
n	e	e	n	e	e	e
e	n	e	n	n	e	e
n	n	n	n	n	n	n

Schreibt man jetzt Aussagenvariablen und elementaren Prädikatformeln die Charakteristik e zu, so kann man rekursiv von jeder Formel ermitteln, ob sie die Charakteristik e oder n hat. Werden Formelschemata benutzt, so müssen den Metavariablen A, B, C etc. beide Charakteristika e und n zugeschrieben werden. Es gilt also folgendes Metatheorem:

- MT1.** Jede Formel der klassischen Quantorenlogik ohne Identität hat genau eine der Charakteristika e oder n .

Betrachten wir folgende Axiomatisierung der klassischen Quantorenlogik ohne Identität:

- A1.** $A \supset (B \supset A)$
- A2.** $A \supset (B \supset C) \supset (A \supset B \supset (B \supset C))$
- A3.** $\sim A \supset \sim B \supset (B \supset A)$
- A4.** $\forall i (A \supset B) \supset (A \supset \forall i B)$, wobei i nicht frei in A vorkommt.
- A5.** $\forall i A \supset A\{i/j\}$, wobei i frei für j in A ist.
- R1.** Aus A und $A \supset B$ erhält man B .
- R2.** Wenn $\vdash A$, so $\vdash \forall i A$.

Es läßt sich leicht zeigen, daß alle Axiomenschemata für alle Belegungen der vorkommenden Metavariablen mit e bzw. n die Charakteristik n haben und daß die Schlußregeln von Formeln mit der Charakteristik n stets nur zu Formeln mit der Charakteristik n führen. Es gilt also folgendes Metatheorem:

- MT2.** Alle Theoreme (Tautologien) der klassischen Aussagenlogik und Quantorenlogik ohne Identität haben die Charakteristik n , d. h., sie sind nicht existentiell belastet.

Philosophisch gesprochen bedeutet das, daß alle Tautologien dieser Logik nichts über die außersprachliche Wirklichkeit aussagen. MT2 beantwortet präzise eine philosophische Frage, die in der Literatur ausgiebig diskutiert wird (vgl. Wittgenstein 1967, 1969, Müller 1967, Lazerowitz 1977). Aus MT2 erhält man mit R3:

- MT3.** Alle Kontradiktionen der klassischen Aussagenlogik und Quantorenlogik ohne Identität haben die Charakteristik e .

Die Charakteristik e kann hier aber nicht als „existentiell belastet“ gedeutet werden, da nur wahre Aussagen existentiell belastet sein können, Kontradiktionen aber aus logischen Gründen falsch sind. Philosophisch gesprochen bedeutet das, daß auch alle Kontradiktionen nichts über die außersprachliche Wirklichkeit aussagen.

3 Quantorenlogik mit Identität

Wenden wir uns nun der Quantorenlogik mit Identität zu. Die Identität ist eine zweistellige Relation, und eine Aussage der Form $x = y$ ist existentiell belastet.

Die Quantorenlogik mit Identität erhält man durch folgende Ergänzungen zur Quantorenlogik ohne Identität.

- 1) Neben der Ersetzbarkeitsregel für Identitäten wird $x = x$ als Axiom gesetzt.

$x = x$ ist aber existentiell belastet und deshalb nicht logisch wahr. Eine Aussage $x = x$ ist nur wahr, wenn der Terminus x nicht leer ist. Diese Erkenntnis findet sich schon bei Russell. Er schreibt:

„Apart from them (from logical propositions H. W.) there are many that can be expressed in logical terms, but cannot be proved from logic, and are certainly not propositions that form part of logic. Suppose you take such proposition as: ‘There is at least one thing in the world.’ That is a proposition that you can express in logical terms. It will mean, if you like, that the propositional function ‘ $x = x$ ’ is a possible one. That is a proposition, therefore, that you can express in logical terms; but you cannot know from logic whether it is true or false. So far as you do know it, you know it empirically, because there might happen not to be a universe, and then it would not be true.“ (Russell 1988, S. 107)

- 2) Church gibt folgende Ergänzungen an (Church 1956):

1. $x = x$
2. $x = y \wedge P(x) \supset P(y)$.

Die Formel 2 ist im Unterschied zu 1 nicht existentiell belastet.

- 3) Hao Wang gibt folgende Ergänzung an (Quine 1980, S. 13):

$$P(y) \equiv \exists x (x = y \wedge P(x)).$$

Diese Formel ist nicht existentiell belastet und akzeptabel. Bei Beweisen in diesem System werden aber Fehler gemacht, durch die sich schnell existentiell belastete Formeln einschleichen. So wird etwa $y = y$ wie folgt bewiesen. In dem Axiom wird für $P(\dots)$ das Prädikat $\sim(\dots = y)$ eingesetzt, und man erhält:

$$\sim(y = y) \equiv \exists x (x = y \wedge \sim x = y).$$

Da $\sim\exists x (x = y \wedge \sim x = y)$ beweisbar ist, schließt man auf das existentiell belastete $y = y$.

Die angegebene Einsetzung ist logisch nicht korrekt, da sie von einer existentiell nicht belasteten Formel zu einer existentiell belasteten führt. Die Einsetzungsregel für Prädikatenvariablen muß so eingeschränkt werden, daß für e -Formeln nur e -Formeln und für n -Formeln nur n -Formeln eingesetzt werden dürfen.

Ausführlich werden in Lorenz 1982, Schirn 1975, 1976 und Griffin 1977 die philosophischen Schwierigkeiten der Leibnizschen Identitätsdefinition erörtert. Viele dieser Probleme lassen sich im Rahmen der hier vorgetragenen Konzeption lösen. Leibniz definiert die Identität wie folgt:

„Definition 1. Dasselbe ist das, wovon das eine für das andere eingesetzt werden kann bei bleibendem Wahrheitsattribut. Wenn da A und B sind und A geht in irgendeinen wahren Satz ein und, indem man darin an irgendeiner Stelle für A B einsetzt, ein neuer Satz entsteht und dieser ebenso wahr ist (und dies in jedem solchen Satze immer zutrifft), sagt man, A und B seien dieselben; und wenn A und B dieselben sind, wird umgekehrt die Substitution stattfinden, wie ich sie genannt habe. Dieselben werden auch ‚Zusammenfallende‘ genannt; manchmal nennt man auch A und A ‚dasselbe‘, während A und B , wenn sie dieselben sind, ‚zusammenfallend‘ heißen.

Definition 2. Verschieden ist, was nicht dasselbe ist oder wobei die Substitution manchmal nicht zutrifft.“ (Leibniz 1960, S. 315)

Später erhielt diese Definition folgende symbolische Fassung:

$$x = y \equiv_{Def} \forall P (P(x) \equiv P(y)).$$

Diese Definition ist nicht korrekt, da die Bisubjunktion

$$x = y \equiv \forall P (P(x) \equiv P(y))$$

existentiell belastet und damit nicht logisch wahr ist. Hier hat Peirce recht, wenn er schreibt: „Leibniz’s Prinzip der Ununterscheidbaren ist gänzlich Unsinn. Ohne Zweifel sind alle Dinge voneinander unterschieden; aber dafür gibt es keine logische Notwendigkeit.“ (C. S. Peirce, *Collected Papers*, I–VI, Cambridge/Mass. 1931–1935, 4.311; zitiert nach Lorenz 1982, Bd. 1, S. 98). Das hindert ihn allerdings nicht, an anderer Stelle die Formel

$$x = y \equiv \forall P (P(x) \wedge P(y) \vee \sim P(x) \wedge \sim P(y))$$

zu setzen (ebenda, 3.398), die gleichfalls existentiell belastet und deshalb nicht logisch wahr ist.

In der Literatur wird zwischen dem Prinzip der Identität der Ununterscheidbaren

$$\forall x \forall y \forall P ((P(x) \equiv P(y)) \supset x = y)$$

und dem Prinzip der Ununterscheidbarkeit von Identischen (auch *Substitutionsprinzip* genannt)

$$\forall x \forall y (x = y \supset \forall P (P(x) \equiv P(y)))$$

unterschieden. Das erste ist existentiell belastet und darum nicht logisch wahr, das zweite ist nicht existentiell belastet und akzeptabel. In Wessel 1987, 1988 war ich bei der Behandlung der Problematik vager Prädikate im Rahmen der *NTP* darauf gestoßen, daß das Leibnizsche Prinzip der Identität der Ununterscheidbaren nicht gilt, da in *NTP* die Formeln $P(x) \equiv P(y)$ und $\neg P(x) \equiv \neg P(y)$ nicht äquivalent sind. Ich meinte damals, daß es im Rahmen der *NTP* nicht ausreichend sei, wenn x und y die gleichen Prädikate zukommen müssen, um sie als identisch anzusehen, sondern es müßten ihnen auch die gleichen Prädikate abgesprochen werden. Deshalb definierte ich eine strenge Identität wie folgt:

$$x = y \equiv_{Def} \forall P ((P(x) \equiv P(y)) \wedge (\neg P(x) \equiv \neg P(y))).$$

Heute halte ich diese Definition nicht mehr aufrecht, da die entsprechende Bisubjunktion existentiell belastet ist.

4 Unterscheidbarkeit versus Ununterscheidbarkeit: einige formale Bemerkungen

Ich führe jetzt im Rahmen der *NTP* einige Begriffe ein, die der Klärung der Identitätsproblematik dienen. Ich vermute, daß die hier vorgeschlagenen Begriffe auch dazu beitragen können, die im Rahmen der Philosophie der Quantenmechanik diskutierte Identitätsproblematik zu erhellen (vgl. Dalla Chiara 1991, Wessel 1994).

Schwache Unterscheidbarkeit:

$$\mathbf{D1.} \quad x \parallel y \equiv_{Def} \exists P (P(x) \wedge \sim P(y) \vee \sim P(x) \wedge P(y))$$

Hierbei ist zu beachten, daß $\sim P(y) \equiv \neg P(y) \vee ?P(y)$ und $\sim P(x) \equiv \neg P(x) \vee ?P(x)$. Das bedeutet, daß eine Aussage $a \parallel b$ beispielsweise wahr ist, wenn $E(a)$ und $\sim E(b)$. Für die Wahrheit einer Aussage $a \parallel b$ ist es ausreichend, daß nur einer der beiden Termini a und b nicht leer ist. Bei D1 und allen folgenden Definitionen wurde die Regel R9 beachtet, d. h., die entsprechenden Bisubjunktionen sind nicht existentiell belastet.

T1.	$x \parallel y \equiv \exists P (P(x) \wedge \sim P(y) \vee \sim P(x) \wedge P(y))$	D1
T2.	$\sim(x \parallel y) \equiv \sim \exists P (P(x) \wedge \sim P(y) \vee \sim P(x) \wedge P(y))$	T1, AL
T3.	$\sim(x \parallel y) \equiv \forall P (P(x) \supset P(y))$	T2, QL
T4.	$\sim(x \parallel x)$	
Beweis: Wir setzen in T1 x für y ein und erhalten:		
	1. $x \parallel x \equiv \exists P (P(x) \wedge \sim P(x) \vee \sim P(x) \wedge P(x))$	
	2. $\sim \exists P (P(x) \wedge \sim P(x) \vee \sim P(x) \wedge P(x))$	QL
	3. $\sim(x \parallel x)$	1, AL
T5.	$x \parallel y \supset y \parallel x$	
	1. $x \parallel y$	A. d. B.
	2. $\exists P (P(x) \wedge \sim P(y) \vee \sim P(x) \wedge P(y))$	1, T1
	3. $P'(x) \wedge \sim P'(y) \vee \sim P'(x) \wedge P'(y)$ B $\exists$, 2 (P' ist ein konstantes Prädikat)	
	1.1. $P'(x) \wedge \sim P'(y)$	3, verzweigter Beweis
	1.2. $\sim P'(y) \wedge P'(x)$	AL, 1.1
	1.3. $P'(y) \wedge \sim P'(x) \vee \sim P'(y) \wedge P'(x)$	AL, 1.2
	2.1. $\sim P'(x) \wedge P'(y)$	3, verzweigter Beweis
	2.2. $P'(y) \wedge \sim P'(x)$	AL, 2.1
	2.3. $P'(y) \wedge \sim P'(x) \vee \sim P'(y) \wedge P'(x)$	AL, 2.2
	4. $P'(y) \wedge \sim P'(x) \vee \sim P'(y) \wedge P'(x)$	
	5. $\exists P (P(y) \wedge \sim P(x) \vee \sim P(y) \wedge P(x))$	E $\exists$, 4
	6. $y \parallel x$	5, 4, T1
T6.	$\sim(x \parallel y) \supset \sim(y \parallel x)$	T5, AL
T7.	$\sim(x \parallel y) \wedge \sim(y \parallel z) \supset \sim(x \parallel z)$	
	1. $\sim(x \parallel y)$	A. d. B.
	2. $\sim(y \parallel z)$	A. d. B.
	3. $\forall P (P(x) \supset P(y))$	1, T3
	4. $\forall P (P(y) \supset P(z))$	2, T3
	5. $P(x) \supset P(y)$	B $\forall$, 3

- | | |
|------------------------------------|----------|
| 6. $P(y) \supset P(z)$ | BV, 4 |
| 7. $P(x) \supset P(z)$ | 5, 6, AL |
| 8. $\forall P (P(x) \supset P(z))$ | EV, 7 |
| 9. $\sim(x \parallel z)$ | 8, T3 |

Es ist leicht zu sehen, daß die Relation $\parallel$ nicht transitiv ist. Setzen wir in $x \parallel y \wedge y \parallel z \supset x \parallel z$ für z ein, so erhalten wir $x \parallel y \wedge y \parallel x \supset x \parallel x$. Hier ist das Antezedent erfüllbar, das Konsequent nicht. Die Relation der schwachen Unterscheidbarkeit ist also irreflexiv, symmetrisch und nicht transitiv.

D2. Wir nennen die äußere Negation der Relation der schwachen Unterscheidbarkeit $\sim(\dots \parallel \dots)$ *Scheinidentität* oder *virtuelle Identität*.

Die Relation der virtuellen Identität ist totalreflexiv (T4), symmetrisch (T6) und transitiv (T7). Häufig wird die virtuelle Identität mit der Identitätsrelation verwechselt bzw. die Identität wird mit Hilfe der virtuellen Identität definiert. Eine solche Definition ist deshalb nicht akzeptabel, weil eine Aussage der Form $x = y$ existentiell belastet ist, während es eine Aussage der Form $\sim(x \parallel y)$ nicht ist. Die Quantorenlogik mit Identität müßte also eigentlich *Quantorenlogik mit virtueller Identität* heißen.

Strenge Ununterscheidbarkeit:

- D3.** $\neg(x \parallel y) \equiv_{Def} E(x) \wedge E(y) \wedge \sim(x \parallel y)$
- T8.** $\neg(x \parallel y) \equiv E(x) \wedge E(y) \wedge \sim(x \parallel y)$ D3
- T9.** $\sim \neg(x \parallel y) \equiv \sim E(x) \vee \sim E(y) \vee (x \parallel y)$ T8, AL
- T10.** $E(x) \equiv \neg(x \parallel x)$ T8, T4, AL
- T11.** $E(x) \supset \neg(x \parallel x)$ (E-Reflexivität der Relation $\neg(\dots \parallel \dots)$) T10
- T12.** $\neg(x \parallel y) \supset \neg(y \parallel x)$
- | | |
|--------------------------|-------------|
| 1. $\neg(x \parallel y)$ | A. d. B. |
| 2. $E(x)$ | |
| 3. $E(y)$ | 1, T8, AL |
| 4. $\sim(x \parallel y)$ | |
| 5. $\sim(y \parallel x)$ | 4, T6 |
| 6. $\neg(y \parallel x)$ | 3, 2, 5, T8 |

T13.	$\neg(x \parallel y) \wedge \neg(y \parallel x) \supset \neg(x \parallel z)$	
1.	$\neg(x \parallel y)$	A. d. B.
2.	$\neg(y \parallel x)$	A. d. B.
3.	$E(x)$	1, T8
4.	$E(y)$	1, T8
5.	$E(z)$	2, T8
6.	$\sim(x \parallel y)$	1, T8
7.	$\sim(y \parallel z)$	2, T8
8.	$\sim(x \parallel z)$	6, 7, T7
9.	$\neg(x \parallel z)$	3, 5, 8, T8

Die Relation der strengen Ununterscheidbarkeit ist also E-reflexiv, symmetrisch und transitiv.

Strenge Unterscheidbarkeit:

D4.	$x \mid y \equiv_{Def} \exists P (P(x) \wedge \neg P(y) \vee \neg P(x) \wedge P(y))$	
T14.	$x \mid y \equiv \exists P (P(x) \wedge \neg P(y) \vee \neg P(x) \wedge P(y))$	D4
T15.	$\sim(x \mid y) \equiv \sim \exists P (P(x) \wedge \neg P(y) \vee \neg P(x) \wedge P(y))$	T14, AL
T16.	$\sim(x \mid y) \equiv \forall P ((\sim P(x) \vee \sim \neg P(y)) \wedge (\sim \neg P(x) \vee \sim P(y)))$	T15, QL
T17.	$\sim(x \mid x)$	T15, NTP, QL
T18.	$x \mid y \supset y \mid x$	
1.	$x \mid y$	A. d. B.
2.	$\exists P (P(x) \wedge \neg P(y) \vee \neg P(x) \wedge P(y))$	1, T14
3.	$P'(x) \wedge \neg P'(y) \vee \neg P'(x) \wedge P'(y)$	2, B $\exists$
4.	$P'(y) \wedge \neg P'(x) \vee \neg P'(y) \wedge P'(x)$	3, AL
5.	$\exists P (P(y) \wedge \neg P(x) \vee \neg P(y) \wedge P(x))$	4, E $\exists$
6.	$y \mid x$	l5, T14
T19.	$\sim(x \mid y) \supset \sim(y \mid x)$	T18

Die Relation der strengen Unterscheidbarkeit ist nicht transitiv, denn setzen wir in $x \mid y \wedge y \mid z \supset x \mid z$ für z ein, so erhalten wir $x \mid y \wedge y \mid x \supset x \mid x$. Hier ist das Antezedent erfüllbar, das Konsequent aber nicht (T17). Auch die äußere Negation der Relation der strengen Unterscheidbarkeit

$\sim(\dots | \dots)$ ist nicht transitiv, d. h., es gilt nicht $\sim(x | y) \wedge \sim(y | z) \supset \sim(x | z)$. Die drei Formeln $\sim(x | y)$, $\sim(y | z)$ und $(x | z)$ sind gemeinsam erfüllbar. Definitionsgemäß sind diese drei Formeln äquivalent mit:

$$\begin{aligned} & \forall P ((\sim P(x) \vee \sim \neg P(y)) \wedge (\sim \neg P(x) \vee \sim P(y))) \\ & \forall P ((\sim P(y) \vee \sim \neg P(z)) \wedge (\sim \neg P(y) \vee \sim P(z))) \\ & \exists P ((P(x) \wedge \neg P(z)) \vee (\neg P(x) \wedge P(z))). \end{aligned}$$

Ich wähle ein konstantes Prädikat P' mit folgenden Wertzuschreibungen $P'(x) = v$, $\neg P'(z) = v$, $\neg P'(y) = f$ und $P'(y) = f$, bei denen die folgenden Formeln alle den Wert v annehmen:

$$\begin{aligned} & (\sim P'(x) \vee \sim \neg P'(y)) \wedge (\sim \neg P'(x) \vee \sim P'(y)) \\ & (\sim P'(y) \vee \sim \neg P'(z)) \wedge (\sim \neg P'(y) \vee \sim P'(z)) \\ & ((P'(x) \wedge \neg P'(z)) \vee (\neg P'(x) \wedge P'(z))). \end{aligned}$$

Schwache Ununterscheidbarkeit:

- D5.** $\neg(x | y) \equiv_{Def} E(x) \wedge E(y) \wedge \sim(x | y)$
- T20.** $\neg(x | y) \equiv E(x) \wedge E(y) \wedge \sim(x | y)$ D5
- T21.** $\sim \neg(x | y) \equiv \sim E(x) \vee \sim E(y) \vee (x | y)$ T20, AL
- T22.** $E(x) \equiv \neg(x | x)$ T20, T17, AL
- T23.** $\neg(x | y) \supset \neg(y | x)$ T20, T19, AL

Die Relation der schwachen Ununterscheidbarkeit ist nicht transitiv, d. h., es gilt nicht $\neg(x | y) \wedge \neg(y | z) \supset \neg(x | z)$. Dies ist ersichtlich aus D5 und aus der Tatsache, daß die äußere Negation der Relation der strengen Unterscheidbarkeit nicht transitiv ist.

- T24.** $x | y \supset x || y$ T14, T1, QL, NTP

Die Umkehrung von T24 gilt nicht.

- T25.** $\sim(x || y) \supset \sim(x | y)$ T24, AL
- T26.** $\neg(x || y) \supset \neg(x | y)$ T8, T22

Die Umkehrung von T26 gilt nicht.

- T27.** $\neg(x || y) \supset \sim(x || y)$ NTP
- T28.** $\neg(x | y) \supset \sim(x | y)$ NTP
- T29.** $\sim \neg(x | y) \supset \sim \neg(x || y)$ T26

$$\mathbf{T30.} \quad (x \parallel y) \supset \sim \neg(x \parallel y) \quad \text{T27}$$

$$\mathbf{T31.} \quad (x \mid y) \supset \sim \neg(x \mid y) \quad \text{T28}$$

5 Identität in der *NTP*

Um die Identität zu definieren, benötige ich einige Begriffe der Termintheorie. t sei ein terminbildender Operator, der aus einem Terminus x einen Namen dieses Terminus tx bildet.

Ich definiere die Beziehung des Bedeutungseinschlusses von Termini:

- D6.** Ein Terminus x schließt der Bedeutung nach den Terminus y ein (symbolisch: $tx \rightarrow ty$) genau dann, wenn jeder Gegenstand, der mit x bezeichnet werden soll, auch mit y bezeichnet werden soll.

Definition der Bedeutungsgleichheit:

$$\mathbf{D7.} \quad tx \rightleftharpoons ty \equiv_{Def} (tx \rightarrow ty) \wedge (ty \rightarrow tx)$$

(vgl. Wessel 1995).

Aussagen über den Bedeutungseinschluß von Termini sind ihrer logischen Form nach elementare prädikative Aussagen und deshalb existentiell belastet. Solche Aussagen haben die Form $\rightarrow (tx, ty)$. Bei Aussagen dieser Form kann die existentielle Belastung aber allein durch die syntaktischen Bildungsregeln eingelöst werden. Wir akzeptieren deshalb folgende Regel:

- R10.** Für $\rightarrow (tx, ty)$ ist die existentielle Belastung eingelöst genau dann, wenn x und y Terminiformen gemäß den gewählten Terminbildungsregeln (bzw. Termini) sind.

Außerdem führe ich die Bezeichnungsrelation S ein. $S(x, ty)$ wird gelesen als: „ x wird mit dem Terminus y bezeichnet.“ Für die Bezeichnungsrelation setze ich folgende Axiome:

$$\mathbf{A1.} \quad E(x) \equiv S(x, tx)$$

$$\mathbf{A2.} \quad \exists P (P(x) \vee \neg P(x)) \supset S(x, tx)$$

$$\mathbf{A3.} \quad E(x) \wedge \sim S(x, ty) \supset \neg S(x, ty)$$

$$\mathbf{A4.} \quad \sim S(tx, ty) \supset \neg S(tx, ty)$$

$$\mathbf{A5.} \quad S(x, ty) \wedge S(y, tz) \supset S(x, tz)$$

$$\mathbf{A6.} \quad S(x, ty) \supset S(y, tx), \text{ wobei } x \text{ und } y \text{ singuläre Subjekttermini sind.}$$

Definition der Identität:

D8. $x = y \equiv_{Def} S(x, ty)$, wobei x und y singuläre Subjekttermini sind.

Definition der Verschiedenheit:

D9. $\neg(x = y) \equiv_{Def} E(x) \wedge E(y) \wedge \sim(x = y)$, wobei x und y singuläre Subjekttermini sind.

In der Termintheorie gilt folgendes Substitutionsprinzip für bedeutungsgleiche Termini (SPB):

$$\frac{tx \rightleftharpoons ty \quad A}{A[x/y]}$$

Hierbei ist $A[x/y]$ die Formel (Aussage), die man aus der Formel (Aussage) A erhält, wenn man Null oder mehr Vorkommen von x als Terminus durch y ersetzt.

A7. $x = y \supset tx \rightleftharpoons ty$

Die Umkehrung von A7 gilt nicht. Aus A7 und SPB erhält man das Substitutionsprinzip für Identitäten (SPI):

$$\frac{x = y \quad A}{A[x/y]}$$

Einige Theoreme:

T32. $\sim S(x, tx) \supset \forall P ?P(x)$ A2, NTP, QL

T33. $\sim \neg S(x, ty) \supset \sim E(x) \vee S(x, ty)$ A3, AL

T34. $\sim \neg S(tx, ty) \supset S(tx, ty)$ A4, AL

T35. $P(x) \vee \neg P(x) \supset x = x$ D8, A1, A2

Die Umkehrung von T35 gilt nicht.

T36. $\sim(x = x) \supset ?P(x)$ T35, AL

T37. $E(x) \equiv x = x$ D8, A1, A2

T38. $x = y \supset y = x$ D8, A6, SPI

T39. $x = y \wedge y = z \supset x = z$ D8, A5, SPI

T40. $x = y \supset (P(x) \equiv P(y))$ SPI

$$\mathbf{T41.} \quad x = y \supset (\neg P(x) \equiv \neg P(y)) \quad \text{SPI}$$

$$\mathbf{T42.} \quad x = y \supset (?P(x) \equiv ?P(y)) \quad \text{SPI}$$

$$\mathbf{T43.} \quad x = y \supset (P(x) \equiv P(y)) \wedge (\neg P(x) \equiv \neg P(y)) \wedge (?P(x) \equiv ?P(y))$$

Die Umkehrungen von T40–T43 gelten nicht.

$$\mathbf{T44.} \quad \sim(x = y) \equiv \sim S(x, ty) \vee \sim S(y, tx) \quad \text{D8, AL}$$

$$\mathbf{T45.} \quad \neg(x = y) \equiv \neg(y = x) \quad \text{D9, T38}$$

$$\mathbf{T46.} \quad \neg(x = x) \supset E(x) \quad \text{D9}$$

$$\mathbf{T47.} \quad \sim(x = y) \supset \sim(y = x) \quad \text{T38, AL}$$

$$\mathbf{T48.} \quad \sim E(x) \supset \sim \neg(x = x) \quad \text{T46, AL}$$

$$\mathbf{T49.} \quad x = y \supset E(x) \quad \text{D8, A1}$$

$$\mathbf{T50.} \quad x = y \supset E(y) \quad \text{D8, A1, T38}$$

$$\mathbf{T51.} \quad x = y \supset S(x, ty) \quad \text{D8}$$

$$\mathbf{T52.} \quad x = y \supset S(x, tx) \quad \text{D8}$$

$$\mathbf{T53.} \quad x = y \supset S(y, tx) \quad \text{D8, T38}$$

$$\mathbf{T54.} \quad x = y \supset \neg(x \parallel y) \quad \text{D8, QL, T3, D3, SPI}$$

$$\mathbf{T55.} \quad x = y \supset \neg(x \mid y) \quad \text{D8, QL, T20, T16}$$

$$\mathbf{T56.} \quad x = y \supset \sim(x \parallel y) \quad \text{T54, NTP}$$

T56 besagt, daß aus der Identität die virtuelle Identität folgt. Die Umkehrung gilt nicht.

$$\mathbf{T57.} \quad x = y \supset \sim(x \mid y) \quad \text{T55, NTP}$$

$$\mathbf{T58.} \quad \neg(x \parallel y) \supset x = y \quad \text{T8, T3, QL, D8}$$

$$\mathbf{T59.} \quad x = y \equiv \neg(x \parallel y) \quad \text{(Identität des streng Ununterscheidbaren)} \\ \text{T55, T58}$$

$$\mathbf{T60.} \quad \neg(x = y) \supset x \parallel y \quad \text{D9, A6, T1, QL}$$

$$\mathbf{T61.} \quad \neg(x = y) \supset E(x) \quad \text{D9}$$

$$\mathbf{T62.} \quad \neg(x = y) \supset E(y) \quad \text{D9}$$

$$\mathbf{T63.} \quad \neg(x = y) \supset \neg S(x, ty) \quad \text{T61, T62, A3, D9}$$

$$\mathbf{T64.} \quad \neg(x = y) \supset \neg S(y, tx) \quad \text{T63, D8, D9, A4}$$

$$\mathbf{T65.} \quad ?(x \mid y) \supset \sim E(x) \vee \sim E(y) \quad \text{T21, NTP}$$

T66.	$?(x \parallel y) \supset \sim E(x) \vee \sim E(y)$	T9, <i>NTP</i>
T67.	$?(x = y) \supset \sim E(x) \vee \sim E(y)$	D9, <i>NTP</i>
T68.	$E(x) \wedge E(y) \supset (x \mid y) \vee \neg(x \mid y)$	T65
T69.	$E(x) \wedge E(y) \supset (x \parallel y) \vee \neg(x \parallel y)$	T66
T70.	$E(x) \wedge E(y) \supset (x = y) \vee \neg(x = y)$	T67
T71.	$E(x) \wedge E(y) \supset \sim?(x \mid y)$	T68, <i>NTP</i>
T72.	$E(x) \wedge E(y) \supset \sim?(x \parallel y)$	T69, <i>NTP</i>
T73.	$E(x) \wedge E(y) \supset \sim?(x = y)$	T70, <i>NTP</i>
T74.	$E(x) \wedge E(y) \supset (\sim(x \mid y) \equiv \neg(x \mid y))$	T71, <i>NTP</i>
T75.	$E(x) \wedge E(y) \supset (\sim(x \parallel y) \equiv \neg(x \parallel y))$	T72, <i>NTP</i>
T76.	$E(x) \wedge E(y) \supset (\sim(x = y) \equiv \neg(x = y))$	T73, <i>NTP</i>
T77.	$P(x) \supset x = x$	T37, E1
T78.	$\neg P(x) \supset x = x$	T37, E2
T79.	$\sim\neg(x = x)$	D9, T37

6 Anwendungen

Mit Hilfe der hier vorgeschlagenen Begriffe löst sich das sogenannte Poincarésche Paradox auf. In seinem Buch „Wissenschaft und Hypothese“ schreibt er:

„Man hat z. B. beobachtet, daß ein Gewicht A von zehn Gramm und ein Gewicht B von elf Gramm identische Empfindungen hervorrufen, daß das Gewicht B ebensowenig von einem zwölf Gramm schweren Gewichte C unterschieden werden konnte, daß man aber leicht das Gewicht A vom Gewichte C auseinanderhielt. Die groben Erfahrungsergebnisse lassen sich also durch folgende Beziehungen ausdrücken: $A = B$, $B = C$, $A < C$, und diese können als Formulierungen des physikalischen Kontinuums betrachtet werden. Das ist aber absolut unverträglich mit dem Prinzip des Widerspruchs, und die Notwendigkeit, diesen Mißklang zu beseitigen, hat uns dazu geführt, das mathematische Kontinuum zu erfinden.“ (Poincaré, 1906, S. 22/23)

In seiner Schrift „Der Wert der Wissenschaft“ wiederholt er die gleiche Argumentation und fügt hinzu:

„Wenn man freilich die Gewichte auf einer guten Wage vergleiche, statt sie mit der Hand zu schätzen, so würde man das Gewicht von 11g von dem von 10g und von dem von 12g wohl unterscheiden können, und unsere Formel wäre dann $A < B$, $B < C$, $A < C$. Man würde aber immer zwischen A und B und B und C neue Elemente D und E finden können, so daß $A = D$, $D = B$, $A < B$; $B = E$, $E = C$, $B < C$, und die Schwierigkeit wäre nur verschoben, der Nebelfleck wäre immer noch nicht aufgelöst; nur der Geist kann ihn auflösen, und das mathematische Kontinuum ist der in Sterne aufgelöste Nebelfleck.“ (Poincaré, 1910, S. 51/52)

Es ist offensichtlich, daß keinerlei Widersprüche auftreten, wenn man die von mir vorgeschlagene Terminologie verwendet und zwischen Identität und Ununterscheidbarkeit unterscheidet. Poincarés Terminus „physikalisches Kontinuum“ ist für die beschriebene Sachlage unangemessen. In Weyl 1918 wird zwischen dem mathematischen und einem anschaulichen Kontinuum unterschieden und bereits auf die Problematik der Quantenmechanik hingewiesen. Čapek spricht von einem Wahrnehmungskontinuum oder einem qualitativen Kontinuum und führt als Beispiel die von Russell 1915 wie folgt beschriebene psychische Simultaneität an:

„Suppose, for example, the sounds A , B , C , D , E occur in succession, and three of them can be experienced together. The C will belong to a total experience containing A , B , C , to one containing B , C , D , and to one containing C , D , E In the above instance, C is at the end of the specious present A , B , C , in the middle of that B , C , D , and at the beginning of that C , D , E .“ (Russell 1915, S. 218)

Und an anderer Stelle:

„Suppose that I see a given object A continuously while I am hearing two successive sounds B and C . The B is simultaneous with A and A with C , but B is not simultaneous with C .“ (Russell, 1915, S. 228)

Die geschilderten Sachlagen lassen sich alle logisch einwandfrei in der von mir vorgeschlagenen Terminologie darstellen.

Literatur:

- M. Čapek 1974, „Two Types of Continuity“, [in:] R. S. Cohen/M. W. Wartofsky (eds.), *Logical and Epistemological Studies in Contemporary Physics*, Dordrecht, Boston.
- A. Church 1956, *Introduction to Mathematical Logic*, vol. I, Princeton, New Jersey.
- M. L. Dalla Chiara/G. T. di Francia 1991, „Identity questions from quantum theory“, [in:] *Abstracts, Volume I: Logic, 9th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science*, Uppsala.
- N. Griffin 1977, *Relative Identity*, Oxford.
- K. H. Krampitz 1990, *Prädikation, Quantoren, Existenz. Ein Beitrag zur philosophischen Logik*. Dissertation B, Berlin.
- M. Lazerowitz 1977, *The Language of Philosophy. Freud and Wittgenstein*, Dordrecht, Boston.
- G. W. Leibniz 1960, *Fragmente zur Logik*, Berlin.
- K. L. Lorenz (Hrsg.) 1982, *Identität und Individuation*, Bd. 1/2: *Logische Probleme im historischen Aufriß, Systematische Probleme in ontologischer Hinsicht*, Stuttgart–Bad Cannstatt.
- A. Müller 1967, *Ontologie in Wittgensteins „Tractatus“*, Bonn.
- H. Poincaré 1906, *Wissenschaft und Hypothese*, Leipzig.
- H. Poincaré 1910, *Der Wert der Wissenschaft*, Leipzig.
- W. V. O. Quine 1980, *Set Theory and its Logic*, Cambridge, London.
- B. Russell 1915, „On the Experience of Time“, *The Monist* 2, S. 212–233.
- B. Russell 1988, *The Philosophy of Logical Atomism*, La Salle, Illinois.
- M. Schirn 1975, *Identität und Synonymie, Logisch-semantische Untersuchungen unter Berücksichtigung der sprachlichen Verständigungspraxis*, Stuttgart–Bad Cannstatt.
- M. Schirn (Hrsg.) 1976, *Studien zu Frege II, Logik und Sprachphilosophie*, Stuttgart–Bad Cannstatt.
- A. A. Sinowjew 1970, *Komplexe Logik*, Berlin.
- A. Sinowjew, H. Wessel 1975, *Logische Sprachregeln*, Berlin.

- H. Wessel 1976, *Logik und Philosophie*, Berlin.
- H. Wessel 1987, „Vage Prädikate und Prädikationstheorie“, [in:] *Logik in der Semantik – Semantik in der Logik*, Berlin, S. 103–112.
- H. Wessel 1988, „Einige Anwendungen der nichttraditionellen Prädikationstheorie“, [in:] *Logische Philosophie. Thematische Information Philosophie*, Jhg. 12, Heft 2, Berlin, S. 6–24.
- H. Wessel 1989, *Logik*, Berlin.
- H. Wessel 1992, „Existenz, Ununterscheidbarkeit, Identität“, *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin. Reihe Geistes- und Sozialwissenschaften*, Jahrgang 41, Heft 9, S. 30–39.
- H. Wessel 1994, „Benötigen wir eine spezielle Logik der Mikrophysik? Darstellung und Kritik der Reichenbachschen Quantenlogik“, [in:] L. Danneberg, A. Kamlah, L. Schäfer (Hrsg.), *Hans Reichenbach und die Berliner Gruppe*, Braunschweig/Wiesbaden.
- H. Wessel 1995, „Grundlagen einer Termintheorie“, *Zeitschrift für Semiotik*, 17, S. 355–367.
- H. Weyl 1918, *Das Kontinuum*, Leipzig.
- L. Wittgenstein 1967, *Philosophische Untersuchungen*, Frankfurt a. M.
- L. Wittgenstein 1969, *Tractatus logico-philosophicus. Logisch-philosophische Abhandlung*, Frankfurt a. M.

Grundlagen einer Theorie der Termini^{1*}

Summary. The paper deals with the foundation of a logical theory of terms. Terms are divided into subject-terms and predicate-terms. Subject-terms are classified into singular, generell and categorical terms on a normativ-semantical basis. The relations of inclusion and equality according to meaning are defined with the help of normativ-semantical tables. Some theorems are given.

Zusammenfassung. In dem Artikel werden die Grundlagen einer logischen Termintheorie dargestellt. Der Autor teilt Termini in Subjekt- und Prädikattermini ein und unterscheidet singuläre, generelle und kategoriale Subjekttermini nach normativ-semantischen Gesichtspunkten. Mit Hilfe von normativ-semantischen Tafeln definiert er die Beziehungen des Bedeutungseinschlusses und der Bedeutungsgleichheit von Termini. Einige Theoreme der Termintheorie werden angeführt.

1 Subjekt- und Prädikattermini

Allgemeine semiotische Überlegungen spielen gegenwärtig in der Logik eine zu geringe Rolle. Ein Grund hierfür liegt sicher darin, daß die moderne Logik seit Frege im wesentlichen eine Satzlogik ist. Während in der traditionellen Logik die Termintheorie einen gleichberechtigten Platz neben der Theorie des logischen Schließens hatte, bildete sich in der modernen Logik

¹Der Artikel entstand im Rahmen des DFG-Projektes „Komplexe Logik“. Der DFG sei an dieser Stelle für die guten Arbeitsbedingungen gedankt. Den Teilnehmern des Forschungsseminars „Komplexe Logik“ danke ich für kritische Hinweise. Für wertvolle Hinweise zu einer früheren Fassung des Artikels danke ich Herrn Anselm Müller (Trier) und Herrn Roland Posner (Berlin).

*Erstveröffentlichung in: *Zeitschrift für Semiotik*, Band 17, Heft 3–4, Stauffenburg Verlag Tübingen 1995, S. 355–367.

eine Disproportion zuungunsten der logischen Termintheorie heraus. Häufig faßt man gegenwärtig die Logik überhaupt als eine Wissenschaft vom logischen Schließen auf und verbannt die Termintheorie ganz aus ihr oder sieht sie als trivial an, da alle ihre Probleme in der klassischen Quantorentheorie darstellbar seien. Meines Erachtens ist eine logische Termintheorie erforderlich, deren Grundlagen ich im weiteren darstellen werde. Dabei knüpfe ich an die von A. A. Sinowjew entwickelte Termintheorie an (vgl. Sinowjew 1970; Sinowjew & Wessel 1975; Zinoviev 1983), nehme jedoch einige wesentliche Veränderungen vor. Im Mittelpunkt der Darstellung steht dabei eine nicht-formale Erörterung der Grundbegriffe. Ausführlicher werden Probleme der Termintheorie in den eben angegebenen Arbeiten behandelt.

Die Unterscheidung von Subjekt- und Prädikattermini ist in der Termintheorie fundamental. *Subjekttermini* sind solche Termini, die in der Sprache die Aufgabe haben, Gegenstände zu bezeichnen. Beispiele für Subjekttermini sind: *Inselsberg, Berg, Gott, π , Gegenstand, Elementarteilchen* usw. *Prädikattermini* sind solche Termini, die in der Sprache die Aufgabe haben, Eigenschaften und Beziehungen auszudrücken. Beispiele für Prädikattermini sind: *laufen, rot, lieben, ehrlich, größer als, zwischen ... und ... liegen* usw. Die Unterscheidung zwischen Subjekt- und Prädikattermini hat vorlogischen Charakter, d. h., wir setzen die Fähigkeit der Menschen voraus, zwischen Subjekt- und Prädikattermini zu unterscheiden. Im Rahmen der logischen Termintheorie setzen wir die Einteilung in Subjekt- und Prädikattermini für einige Termini als gegeben voraus. Unter dieser Voraussetzung lassen sich dann für andere Termini logische Regeln aufstellen, die wir im weiteren behandeln.

Wir setzen in unserer Termintheorie das Axiom:

- A1.** Kein Subjektterminus ist ein Prädikatterminus, und kein Prädikatterminus ist ein Subjektterminus.

Die übliche Sprachpraxis scheint diesem Axiom zu widersprechen, da dort manchmal ein- und derselbe Terminus als Subjekt- und als Prädikatterminus verwendet wird. Doch eine genauere Analyse dieser Fälle macht deutlich, daß es sich dabei um unkorrekte oder verkürzte Redeweisen handelt.

Eine wichtige Relation der Termintheorie ist die Bezeichnungs- oder Benennungsrelation. Wir verwenden für sie das Symbol S . In der Termintheorie von Sinowjew und auch in früheren Publikationen von mir ist diese Relation eine Grundrelation, mit deren Hilfe die gesamte Termintheorie aufgebaut wurde. Insbesondere hatten wir für sie folgende Axiome gesetzt:

$$\mathbf{A2'}. \quad \vdash S(a, ta)$$

$$\mathbf{A3'}. \quad \sim S(a, tb) \vdash \neg S(a, tb),$$

wobei a und b beliebige Subjekttermini sind und t der Metaterminusoperator, der aus einem Terminus a einen Namen dieses Terminus ta bildet, $\vdash$ ist das Zeichen der logischen Folgebeziehung, $\sim$ ist die äußere und $\neg$ ist die innere Negation (vgl. Wessel 1984).

Das Axiom A2' scheint offensichtlich zu sein. Nach diesem Axiom sind die Sätze *Der Inselsberg wird mit dem Terminus Inselsberg bezeichnet* und *Rundes Quadrate werden mit dem Terminus rundes Quadrat bezeichnet* logisch wahr. Bleiben wir zunächst bei dem ersten Beispielsatz. In ihm kommt das Wort *Inselsberg* zweimal vor. Diese beiden Vorkommen haben aber ganz unterschiedlichen Charakter. Beim ersten Vorkommen wird das Wort *Inselsberg* in der üblichen Weise als Terminus gebraucht (verwendet), und es bezeichnet eine Naturgegebenheit des Thüringer Waldes. Beim zweiten Vorkommen wird das Wort *Inselsberg* nicht als Terminus verwendet, sondern es wird nur als ein besonderer physischer Gegenstand angeführt. Wir unterscheiden also zwischen einem Vorkommen eines Terminus (oder einer Aussage) als Terminus (bzw. als Aussage) und einem Vorkommen als bloßem physischen Gegenstand. So kommt das Wort *dreisilbig* in dem Satz *Das Wort dreisilbig ist dreisilbig* das erste Mal bloß als physischer Gegenstand und nicht als Terminus vor (es wird angeführt), und das zweite Mal wird es als Terminus verwendet. In der Umgangssprache wird die Tatsache, daß ein Terminus (eine Aussage) nur angeführt und nicht gebraucht wird, durch Verwendung von Anführungszeichen oder durch Voranstellen solcher Worte wie *der Terminus*, *das Wort*, *die Aussage*, *das Prädikat* usw. ausgedrückt. Wir verwenden dafür den Metaterminusoperator t .

Wenden wir uns dem zweiten Beispielsatz zu. Hierbei handelt es sich um eine prädikative Aussage mit den beiden Subjekttermini *rundes Quadrat* und *Terminus rundes Quadrat*, die in der Bezeichnungsrelation S stehen. Eine prädikative Aussage mit einem leeren Subjektterminus kann aber nicht wahr sein, sondern ist immer unbestimmt. Deshalb können wir A2' nicht als logisches Axiom akzeptieren und ersetzen es durch das schwächere Axiom:

A2. $\vdash E(a) \rightarrow S(a, ta),$

wobei E das Existenzprädikat und $\rightarrow$ der Konditionaloperator ist.

Anders verhält es sich, wenn der Gegenstand, der bezeichnet wird, selber ein Terminus ist, denn der existiert ja schon, wenn er hingeschrieben oder gesprochen wird. Deshalb gilt:

A3. $\vdash S(ta, tta).$

Aus den gleichen Gründen, aus denen wir das ursprüngliche Axiom A2' verworfen haben, müssen wir auch das ursprüngliche Axiom A3' verwerfen, denn wenn a ein leerer Terminus ist, kann $\sim S(a, tb)$ wahr sein, während $\neg S(a, tb)$

immer unbestimmt ist. Wir ersetzen das ursprüngliche Axiom A3' durch das schwächere:

$$\mathbf{A4.} \quad E(a) \wedge \sim S(a, tb) \vdash \neg S(a, tb).$$

Auch hier gilt wieder ohne Einschränkung:

$$\mathbf{A5.} \quad \sim S(ta, tb) \vdash \neg S(ta, tb).$$

Als allgemeinsten Subjektterminus verwenden wir den Terminus *Gegenstand*, abgekürzt *g*.

2 Singuläre, generelle und kategoriale Subjekttermini. Leere und nichtleere Subjekttermini

In der klassischen Quantorentheorie werden alle Terminitypen in die Schablone von Eigennamen (oder bestimmten Kennzeichnungen) und Prädikaten gepreßt. Einige Logiker gehen sogar soweit, auch noch die Eigennamen aus der Logik auszuschließen. Eine differenziertere Behandlung der Termini findet sich in den Arbeiten einiger polnischer Logiker, die meist an die Leśniewskische Ontologie anknüpfen.

Bei Borkowski finden wir die folgende Einteilung der Namen: „Der durch einen Namen bezeichnete Gegenstand wird *Designat* dieses Namens genannt. Nach der Zahl der Designate teilen wir die Namen ein in: 1. allgemeine Namen, die mehr als ein Designat haben, 2. Einzelnamen (Eigennamen), die genau ein Designat haben, und 3. leere Namen, die gar kein Designat haben.“ (Borkowski, 1976, S. 13) Prädikate betrachtet er als Funktoren.

Borkowski übernimmt diese Einteilung von Lejewski, der bereits 1957 schrieb: „Die ontologische Tafel, die wir im Sinn haben, ist eine Erweiterung der wohlbekannten Eulerschen Diagramme. Bei den Namen und namensähnlichen Ausdrücken der alltäglichen Sprache können wir unterscheiden (1) individuelle Namen, von denen jeder nur einen Gegenstand bezeichnet, zum Beispiel *Sokrates*, *der Mond* etc., (2) generelle Namen, von denen jeder mehr als einen Gegenstand bezeichnet, zum Beispiel *Satellit des Jupiter*, *Himmelskörper* etc., und (3) fiktive Namen, das heißt Ausdrücke, die sich in bezug auf ihre Syntax wie individuelle oder generelle Namen verhalten, die aber nicht irgend etwas bezeichnen, zum Beispiel *Pegasus*, *Zentaur*, *Gegenstand*, *der nicht existiert*.“ (Lejewski, 1957/58, S. 53)

Für diese drei Namentypen baut Lejewski dann die folgenden ontologischen Tafeln (Abb. 1) auf, definiert mit ihrer Hilfe verschiedene Funktoren

der Einschließung, der Ausschließung und der Existenz und untersucht deren Beziehung zur Leśniewskischen Ontologie.

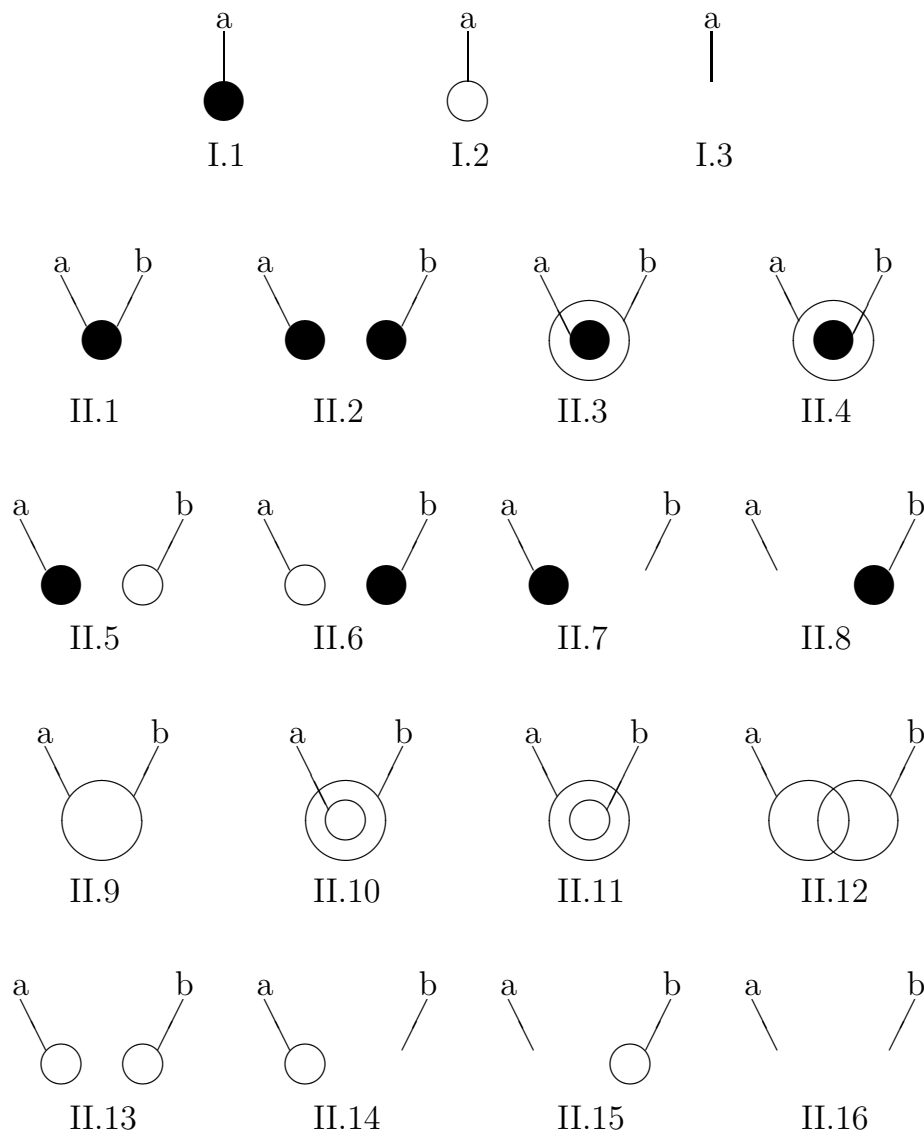


Abb. 1: Ontologische Tafeln zu den möglichen Beziehungen zwischen zwei Termini.

In dieser Tafel erläutert das Diagramm I.1 den semantischen Status von Eigennamen (Beispiel: *der Mond*), das Diagramm I.2 den semantischen Status von allgemeinen Namen (Beispiel: *Mensch*) und Diagramm I.3 den semantischen Status von leeren Namen (Beispiel: *Zentaur*).

Die Betrachtung von Namenpaaren ist ebenso einfach. So erläutert z. B. das Diagramm II.3 den semantischen Status von *der Mond* und *Himmels-*

körper, Diagramm II.12 den von *Maler* und *Bildhauer*. Ich möchte hier die Erläuterung von Lejewskis ontologischen Tafeln abschließen, da die von ihm und Borkowski vertretene Position unter gravierenden Mängeln leidet. Erstens werden Prädikate ungenügend berücksichtigt und als Funktoren betrachtet. So gibt es in Leśniewskis Ontologie eigentlich keine Prädikationstheorie. Dies führt zu einer Reihe von Schwierigkeiten, auf die ich hier nicht eingehe, da ich sie an anderer Stelle dargestellt habe (vgl. Wessel 1987, 1988).

Zweitens werden die kategorialen (allgemeinsten) Subjekttermini einfach vergessen, obwohl für sie besondere logische Regeln gelten. Drittens werden von Lejewski und Borkowski meines Erachtens zwei verschiedene Klassifikationen vermischt (vgl. Wessel, 1984). Bei der einen Klassifikation werden Termini danach unterschieden, welche Aufgabe ihnen in der Sprache zugewiesen wurde. Nach ihr werden singuläre, generelle und kategoriale Subjekttermini unterschieden. Wir treffen diesbezüglich folgende Definitionen:

- D1.** Ein *singulärer Subjektterminus* ist ein Subjektterminus, der die Aufgabe hat, genau einen Gegenstand zu bezeichnen.
- D2.** Ein *genereller Subjektterminus* ist ein Subjektterminus, der die Aufgabe hat, mehrere Gegenstände zu bezeichnen.
- D3.** Ein *kategorialer Subjektterminus* ist ein Subjektterminus, der die Aufgabe hat, alle Gegenstände zu bezeichnen.

Die Unterscheidung von singulären, generellen und kategorialen Subjekttermini hat rein sprachlichen und vorlogischen Charakter.

Nach Lejewskis Klassifikation hat beispielsweise der Terminus *Kosmonaut* (oder der synonyme *Astronaut*) eine mysteriöse Wandlung durchgemacht. Er war erst ein fiktiver Terminus (zur Zeit vor Gagarins erstem Flug ins All), dann ein singulärer (von Gagarins Start bis zum Flug des nächsten Kosmonauten), und von diesem Zeitpunkt an ist er ein genereller Terminus. Es ist aber offensichtlich, daß der Terminus *Kosmonaut* von Anfang an als allgemeiner Terminus in den Gebrauch eingeführt wurde und daß die Referenzproblematik damit nichts zu tun hat.

Bei der Unterscheidung von leeren und nichtleeren Termini handelt es sich um eine ganz andere Klassifikation von Termini. Hier wird die Sphäre des rein Sprachlichen verlassen, und es wird geprüft, ob die betreffenden Termini die ihnen auferlegte Aufgabe erfüllen oder nicht. Bei der Einteilung der Termini in leere und nichtleere wird geprüft, ob Gegenstände existieren, die mit dem betreffenden Terminus bezeichnet werden, oder nicht. Es ist offensichtlich, daß es sich hierbei um keine rein logische Aufgabe handelt. Die Unterscheidung in leere und nichtleere Termini ist für alle Terminitypen möglich, und es läßt sich auch eine detaillierte Klassifikation von Termini

bezüglich ihrer Referenz angeben. Für singuläre Subjekttermini treffen wir beispielsweise folgende Definitionen:

- D4.** Ein singulärer Subjektterminus ist *leer* genau dann, wenn es keinen Gegenstand gibt, der mit ihm bezeichnet wird.
- D5.** Einen singulären Subjektterminus nennen wir einen *individuellen Terminus* genau dann, wenn es genau einen Gegenstand gibt, der mit ihm bezeichnet wird.

In früheren Arbeiten hatte ich an dieser Stelle die folgende Definition gesetzt.

- D6'.** Ein singulärer Subjektterminus ist *mehrdeutig* genau dann, wenn es mehrere Gegenstände gibt, die mit ihm bezeichnet werden.

Herrn Anselm W. Müller verdanke ich den Hinweis, daß dies eine unzumutbare und einseitige Definition von *mehrdeutig* ist, da die Mehrdeutigkeit von Termini zumindest in genauso starkem Maße normativ bedingt, wie sie referentiell bedingt sein kann. Ob eine strenge Trennung von normativ bedingter und referentiell bedingter Mehrdeutigkeit durchgeführt werden kann, lassen wir hier offen. Auf jeden Fall ist D6' nicht akzeptabel.

3 Bedeutungseinschluß und Bedeutungs- gleichheit von Termini

Eine wesentliche Rolle in der von Sinowjew aufgebauten Termintheorie spielt die Beziehung des Bedeutungseinschlusses von Termini, die wie folgt definiert wird:

- D1'.** Ein Subjektterminus *a* schließt der Bedeutung nach einen Subjektterminus *b* ein genau dann, wenn jeder Gegenstand, der mit dem Terminus *a* bezeichnet wird, auch mit dem Terminus *b* bezeichnet wird.

Oder symbolisch:

$$(ta \rightarrow tb) \equiv_{Def} S(g, ta) \rightarrow S(g, tb),$$

wobei $\rightarrow$ die Beziehung des Bedeutungseinschlusses, *t* ein terminibil-
dender Operator, der aus einem Terminus einen Namen dieses Terminus
bildet, *S* die Bezeichnungsrelation, *g* der kategoriale Terminus *Gegen-*
stand und $\rightarrow$ der Konditionaloperator sind.

Hier wird die Beziehung des Bedeutungseinschlusses mit Hilfe der Bezeichnungsrelation definiert. Dies führt aber zu Schwierigkeiten, wenn man es

mit leeren Termini zu tun hat. Auf diesen Umstand machte K. H. Krampitz (1990) aufmerksam. Betrachten wir den Satz *Nixen sind Fabelwesen*, so stehen die Termini *Nixe* und *Fabelwesen* offensichtlich in der intendierten Beziehung des Bedeutungseinschlusses. Doch die beiden Aussagen mit der Bezeichnungsrelation sind unbestimmt, da es sich um prädikative Aussagen mit leeren Termini handelt.

Legen wir die Klassifikation von Subjekttermini gemäß D1–D3 des vorigen Abschnitts zugrunde, so lassen sich in Analogie zu Lejewskis ontologischen Tafeln die in Abb. 2 dargestellten normativ-semantischen Tafeln aufstellen.

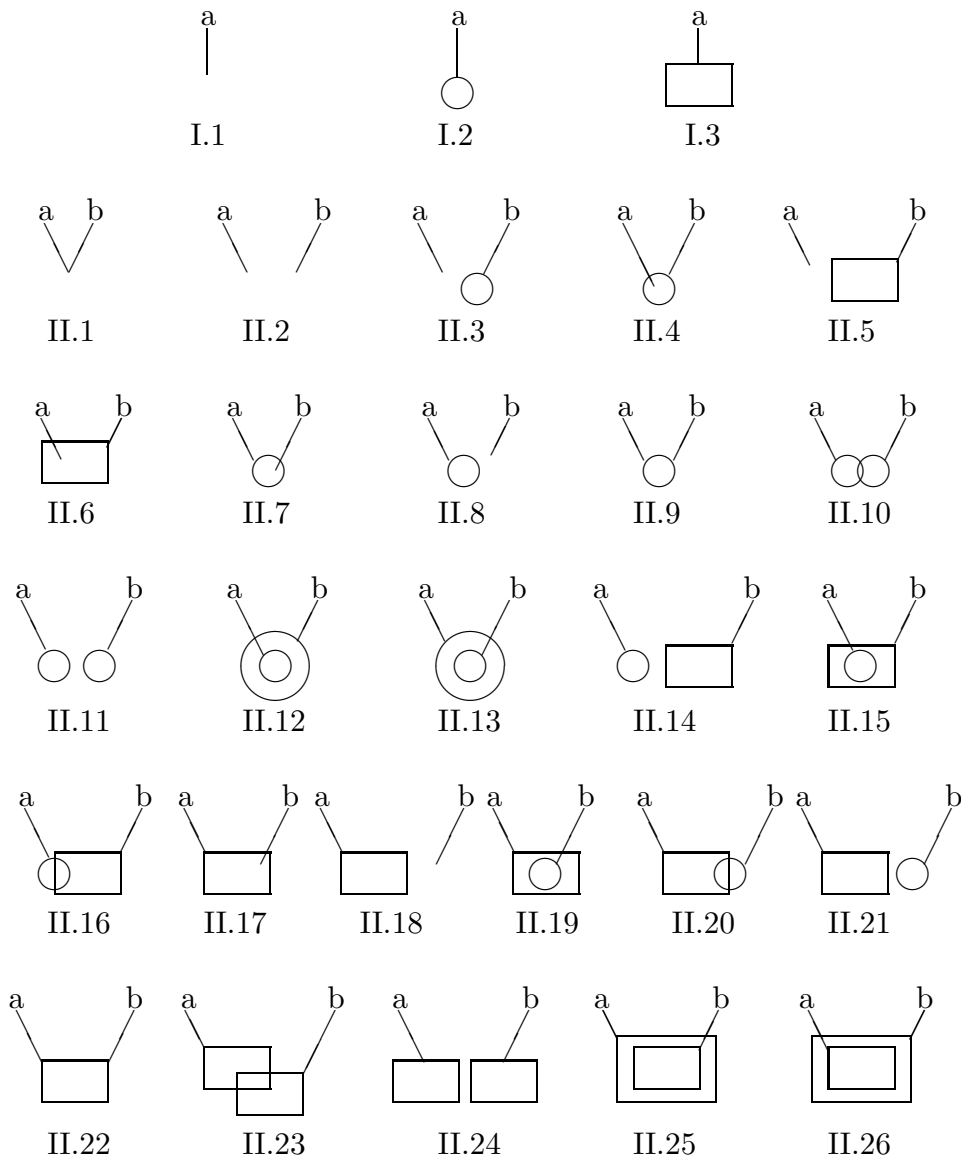


Abb. 2: Normativ-semantische Tafeln zu den möglichen Beziehungen zwischen zwei Termini.

Die Diagramme dieser Tafeln werden *normativ – semantische* genannt, weil in den Definitionen D1–D3 von „der Aufgabe eines Terminus zu bezeichnen“ die Rede ist. Es handelt sich um Sollsätze, und für die Festlegung der Bedeutungsbeziehungen spielt die Referenz zunächst keine Rolle. Hiermit wird auch die übliche Unterscheidung von Syntax, Semantik und Pragmatik relativiert. Mein Ansatz ist von Anfang an ein pragmatisch-normativer.

Das Diagramm I.1 stellt den normativ-semantischen Status eines singulären Subjektterminus *a*, das Diagramm I.2 den eines allgemeinen Subjektterminus *a* und das Diagramm I.3 den eines kategorialen Subjektterminus dar.

Diagramm II.1 stellt den normativ-semantischen Status zweier singulärer Subjekttermini *a* und *b* dar, die die Aufgabe haben, beide denselben einzelnen Gegenstand zu bezeichnen, z. B. *Henry Beyle* und *der Schriftsteller Stendhal*.

Diagramm II.2 stellt den normativ-semantischen Status zweier singulärer Subjekttermini *a* und *b* dar, die die Aufgabe haben, jeweils einen anderen einzelnen Gegenstand zu bezeichnen.

Das Diagramm II.4 stellt beispielsweise den normativ-semantischen Status von *der Mond* und *Himmelskörper* dar, aber auch von *Herkules* und *Fabelwesen*.

Das Diagramm II.12 stellt den Status von *Dackel* und *Hund*, aber auch von *Nixe* und *Fabelwesen* dar.

Mit Hilfe der normativ-semantischen Tafeln lassen sich verschiedene Relationen zwischen Subjekttermini definieren, mit deren Hilfe ihrerseits eine logische Termintheorie aufgebaut werden kann.

D1. Ein Subjektterminus *a* schließt der Bedeutung nach den Subjektterminus *b* ein (symbolisch: $ta \rightarrow tb$) genau dann, wenn die Diagramme II.1, II.4, II.6, II.9, II.12, II.15, II.22 oder II.26 den normativ-semantischen Status der Termini *a* und *b* erläutern.

In der in D1 angegebenen Beziehung befinden sich beispielsweise die Termini *Sokrates* und *Ehemann der Xantippe* (II.1), *Sokrates* und *Philosoph* (II.4), *Herkules* und *Sagengestalt* (II.4), *Berliner Fernsehturm* und *Gegenstand* (II.6), *Wallach* und *kastriertes Pferd* (II.9), *Dackel* und *Hund* (II.12), *Haus* und *Gegenstand* (II.15).

Bisher haben wir die Beziehung des Bedeutungseinschlusses nur für Subjekttermini definiert. Wenn wir den kategorialen Terminus *Gegenstand* (*g*) verwenden, so läßt sich mit Hilfe des Operators *derart, daß* (symbolisch: $\downarrow$) die Beziehung des Bedeutungseinschlusses auch für Prädikattermini definieren.

D2. $ta \rightarrow tb \equiv_{Def} (tg\downarrow a \rightarrow tg\downarrow b)$, wobei *a* und *b* Prädikattermini sind.

In dieser Beziehung befinden sich etwa die Prädikattermini *rot* und *farbig*, *sich entwickeln* und *sich verändern*, denn jeder Gegenstand, der rot ist, ist farbig, und jeder Gegenstand, der sich entwickelt, verändert sich auch.

- D3.** Ein Subjektterminus a schließt der Bedeutung nach den Subjektterminus b streng ein (symbolisch: $ta \supseteq tb$) genau dann, wenn die Diagramme II.4, II.6, II.12, II.15 oder II.26 den normativ-semantischen Status der Termini a und b erläutern.
- D4.** Die Subjekttermini a und b sind bedeutungsgleich (symbolisch: $ta \rightleftharpoons tb$) genau dann, wenn die Diagramme II.1, II.9 oder II.22 den normativ-semantischen Status der Termini a und b erläutern.
- D5.** Die Subjekttermini a und b überschneiden sich der Bedeutung nach (symbolisch: $ta \triangle tb$) genau dann, wenn die Diagramme II.1, II.4, II.6, II.7, II.9, II.10, II.12, II.13, II.15, II.16, II.17, II.19, II.20, II.22, II.23, II.25 oder II.26 den normativ-semantischen Status der Termini a und b erläutern.
- D6.** Zwei Subjekttermini a und b schließen sich der Bedeutung nach aus (symbolisch: $ta \neg \triangle tb$) genau dann, wenn die Diagramme II.2, II.3, II.5, II.8, II.11, II.14, II.18, II.21 oder II.24 den normativ-semantischen Status der Termini a und b erläutern.
- D7.** Zwei Subjekttermini a und b überschneiden sich echt der Bedeutung nach (symbolisch: $ta \nabla tb$) genau dann, wenn sie sich überschneiden und nicht bedeutungsgleich sind, d. h., wenn die Diagramme II.4, II.6, II.7, II.10, II.12, II.13, II.15, II.16, II.17, II.19, II.20, II.23, II.25 oder II.26 den normativ-semantischen Status der Termini erläutern.

Die in D3–D7 definierten Beziehungen zwischen Subjekttermini lassen sich nach dem Schema von D2 auch für Prädikattermini definieren.

4 Einige Theoreme

Aus den in Abschnitt 3 getroffenen Definitionen ergeben sich einige Theoreme einer logischen Termintheorie, z. B. folgende:

- T1.** $ta \supset ta$
- T2.** $ta \supset tb \wedge tb \supset tc \supset ta \supset tc$
- T3.** $ta \rightleftharpoons tb \dashv\vdash ta \supset tb \wedge tb \supset ta$
- T4.** $ta \supset tb \supset (ta \supseteq tb) \vee (ta \rightleftharpoons tb)$

- T5.** $\sim(ta \Rightarrow ta)$
T6. $ta \triangle tb \supset \sim(ta \neg \triangle tb)$
T7. $ta \neg \triangle tb \supset \sim(ta \triangle tb)$
T8. $\sim(ta \neg \triangle ta)$
T9. $\sim(ta \nabla ta)$
T10. $ta \triangle tb \supset tb \triangle ta$
T11. $ta \neg \triangle tb \supset tb \neg \triangle ta$
T12. $ta \nabla tb \supset tb \nabla ta$
T13. $ta \Rightarrow tb \wedge tb \Rightarrow tc \supset ta \Rightarrow tc$
T14. $ta \rightarrow tb \supset ta \triangle tb$
T15. $ta \Leftarrow tb \supset ta \triangle tb$
T16. $ta \Rightarrow tb \supset ta \triangle tb$
T17. $ta \Leftarrow tb \supset \sim(ta \nabla tb)$
T18. $ta \Rightarrow tb \supset ta \nabla tb$
T19. $ta \Rightarrow tb \wedge tb \Rightarrow tc \supset ta \Rightarrow tc$
T20. $ta \neg \triangle tb \supset \sim(ta \rightarrow tb)$
T21. $ta \neg \triangle tb \supset \sim(ta \Leftarrow tb)$
T22. $ta \neg \triangle tb \supset \sim(ta \Rightarrow tb)$
T23. $ta \neg \triangle tb \supset \sim(ta \nabla tb)$
T24. $ta \triangle ta$
T25. $ta \Leftarrow tb \supset tb \Leftarrow ta.$

Die normativ-semantischen Tafeln gestatten es, diese und andere Theoreme als logisch wahr nachzuweisen. Betrachten wir T1. Wenn die Termini a und b in den normativ-semantischen Tafeln identisch sind, kommen nur die Fälle II.1, II.9 und II.22 in Betracht, und in diesen Fällen gilt definitionsgemäß die Beziehung des Bedeutungseinschlusses.

Etwas aufwendiger wird die Überprüfung schon bei T2. Die Subjunktion würde nur den Wert falsch annehmen, wenn das Vorderglied wahr und das Hinterglied falsch wäre. Wir prüfen also ob der Fall möglich ist, daß $ta \rightarrow tb$ und $tb \rightarrow tc$ beide wahr, $ta \rightarrow tc$ hingegen falsch ist. Die folgende Tabelle zeigt, daß dies nicht möglich ist. (Die mit dem Zeichen + gekennzeichneten Zeilen sind aus rein syntaktischen Gründen nicht möglich.)

$ta \rightarrow tb \wedge tb \rightarrow tc \supset ta \rightarrow tc$			$ta \rightarrow tb \wedge tb \rightarrow tc \supset ta \rightarrow tc$		
II.1	II.1	II.1	II.12	II.1+	
	4	4		4+	
	6	6		6+	
		9+		9	12
	12+			12	12
	15+			15	15
	22+			22+	
	26+			26+	
II.4	1+		II.15	1+	
	4+			4+	
	6+			6+	
	9	1		9+	
	12	4		12+	
	15	6		15+	
	22	6		22	15
	26+			26	15
II.6	1+		II.22	1+	
	4+			4+	
	6+			6+	
	9+			9+	
	12+			12+	
	15+			15+	
	22	6		22	22
	26	12		26	26
II.9	1+		II.26	1+	
	4+			4+	
	6+			6+	
	9	9		9+	
	12	12		12+	
	15	15		15+	
	22+			22	26
	26+			26	26

Abb. 3: Prüfung des Theorems T2 auf der Grundlage der normativ-semantischen Tafeln in Abb. 2.

5 Vereinfachung der normativ-semantischen Tafeln

Wir haben aus logisch-philosophischen Gründen nur einen kategorialen Terminus als sinnvoll akzeptiert, nämlich den Terminus *Gegenstand* (und seine Synonyme, vgl. II.22). Das ermöglicht es uns, die normativ-semantischen Tafeln zu vereinfachen. Man kann die Fälle II.22, II.23, II.24, II.25 und II.26 unberücksichtigt lassen. Auch die Fälle II.5, II.14, II.16, II.18, II.20 und II.21 widersprechen der hier vorgetragenen Position und können unberücksichtigt bleiben. Das Diagramm II.5 etwa stellt den normativ-semantischen Status eines singulären Subjektterminus a und eines kategorialen Subjektterminus b dar, für die gilt, a hat die Aufgabe, einen einzelnen Gegenstand zu bezeichnen, der kein Gegenstand ist. Für mich gibt es hier nur die Folgerung, daß a in diesem Falle kein Terminus ist.

Die von mir vertretene philosophische Position widerspricht natürlich solchen philosophischen Auffassungen, wie sie etwa von N. Goodman vertreten werden. Akzeptiert man – wie Goodman 1978 – eine Vielfalt von Welten und verschiedene „Weisen der Welterzeugung“, so muß man auch verschiedene kategoriale Subjekttermini zulassen und auch die ausgeschlossenen Fälle berücksichtigen. Ich allerdings bin der Auffassung, daß es nur eine Welt gibt, und schließe diese Fälle aus.

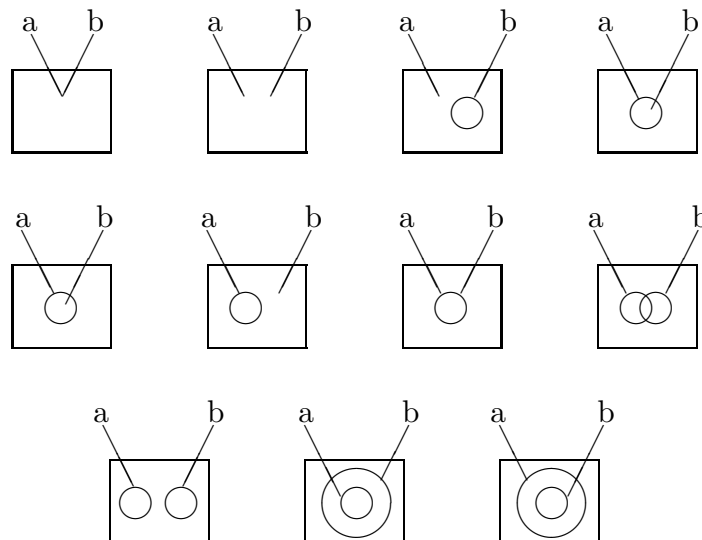


Abb. 4: Normativ-semantische Tafeln für den Fall, daß nur ein kategorialer Terminus als sinnvoll akzeptiert wird.

Da alle Subjekttermini die Aufgabe haben, Gegenstände zu bezeichnen, erweisen sich auch die Fälle II.6, II.15, II.17 und II.19 als überflüssig. Die These des Reismus von Kotarbinski, daß alles, was es gibt, ein Gegenstand ist (Kotarbinski 1966), erweist sich als eine rein sprachliche Festsetzung und als logisch wahr: $\forall a (ta \rightarrow tg)$.

Unsere Diagramme schmelzen zusammen zu den in Abb. 4 gezeigten. Wir sind also fast bei den Vennschen Diagrammen angekommen, wobei der Unterschied darin besteht, daß wir uns auf normativ-semantischer Ebene bewegen und den referentiellen Aspekt noch nicht betrachtet haben.

6 Referenz, Mehrdeutigkeit und logisches Schließen

Im Abschnitt 3 haben wir die Definition D1' von Sinowjew, nach der die Beziehung des Bedeutungseinschlusses von Termini mit Hilfe der Bezeichnungsrelation definiert wurde, kritisiert und abgelehnt. Bei der von uns vorgeschlagenen Terminologie ergibt sich natürlich die Frage, welche Beziehungen zwischen dem Bedeutungseinschluß und der Bezeichnungsrelation (der Referenzproblematik) bestehen. Unseres Erachtens können die folgenden Formeln als logische Axiome akzeptiert werden:

$$\mathbf{A1.} \quad (ta \rightarrow tb) \vdash (S(g, ta) \rightarrow S(g, tb))$$

$$\mathbf{A2.} \quad \sim(S(g, ta) \rightarrow S(g, tb)) \vdash \sim(ta \rightarrow tb),$$

während die Formeln

$$3. \quad (S(g, ta) \rightarrow S(g, tb)) \vdash (ta \rightarrow tb)$$

$$4. \quad \sim(ta \rightarrow tb) \vdash \sim(S(g, ta) \rightarrow S(g, tb))$$

nicht allgemein gelten. In der Wissenschaft kommt es zwar vor, daß man von einer empirisch gesicherten Aussage der Form $S(g, ta) \rightarrow S(g, tb)$ zu einer Aussage der Form $ta \rightarrow tb$ übergeht, d. h., man geht von einer empirisch gesicherten Aussage zu einer terminologischen Festsetzung über, aber dieser Übergang hat keine logischen Grundlagen.

Der referentielle Aspekt von Subjekttermini spielt beim logischen Schließen eine wichtige Rolle. Betrachten wir etwa den folgenden logischen Schluß:

1. Ingeborg Wessel ist die Schwester von Horst Wessel.
2. Horst Wessel ist der Ehemann von Ingrid Wessel.
3. Eine Schwester des Ehemanns einer Person ist deren Schwägerin.

Also:

4. Ingeborg Wessel ist die Schwägerin von Ingrid Wessel.

Rein logisch scheint dieser Schluß korrekt zu sein. Obwohl alle drei Voraussetzungen wahr sind, ist die Folgerung aber falsch, weil meine Frau nicht mit der Schwester des Sturmführers verwandt ist. Der Fehler kommt dadurch zustande, daß der Eigenname Horst Wessel mehrdeutig ist.

Die oben angegebenen normativ-semantischen Tafeln lassen sich zu referentiellen oder ontologischen Tafeln erweitern, wobei die letzteren natürlich von den ontologischen Tafeln Lejewskis verschieden sind. Während in den normativ-semantischen Tafeln nur dargestellt wurde, welche Aufgabe ein Terminus erfüllen soll, wird mit Hilfe der referentiellen oder ontologischen Tafeln schematisch dargestellt, inwieweit dies gelingt.

Betrachten wir die referentiellen Möglichkeiten, die sich für die Fälle I.1, I.2 und I.3 ergeben. Die Punkte stellen im folgenden immer Gegenstände dar, die mit dem betreffenden Terminus bezeichnet werden. Ist kein Punkt vorhanden, so ist der Terminus leer.

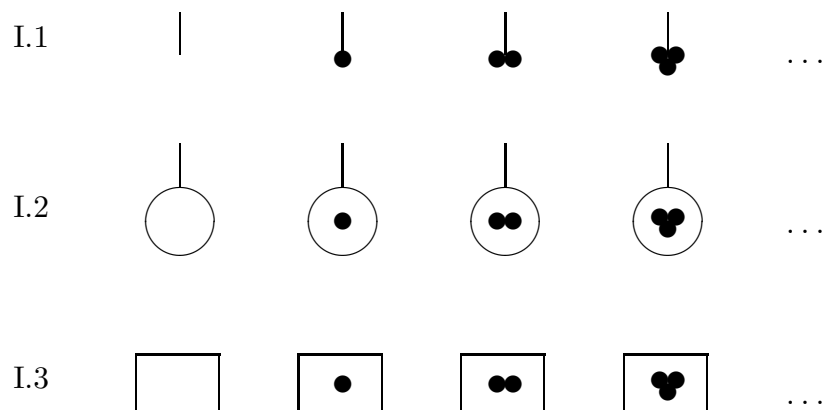


Abb. 5: Die referentiellen Möglichkeiten, die sich für die Fälle I.1, I.2 und I.3 in den normativ-semantischen Tafeln von Abb. 2 ergeben.

Ich will hier diese ontologischen Tafeln nicht weiter behandeln. Sie müssen aber beim logischen Schließen berücksichtigt werden. Beispielsweise legt der oben angeführte Schluß bzw. Fehlschluß nahe, daß singuläre Termini im Sinne von D5 aus Abschnitt 2 individuelle sein müssen. Meines Erachtens ist diese Forderung zu stark, da der oben angegebene Schluß schon korrekt wäre, wenn ich eine Schwester hätte, die Ingeborg genannt würde. Offenbar ist es ausreichend zu fordern, daß ein singulärer Terminus, selbst wenn er mehrdeutig ist, im Rahmen einer Erörterung immer den gleichen Referenzpunkt hat.

7 Einfache und zusammengesetzte Termini

Mit Hilfe von terminibildenden Operatoren $\wedge$, $\vee$, $\sim$ usw. lassen sich aus einfachen Termini zusammengesetzte bilden. In den angegebenen Arbeiten von Sinowjew zur Termintheorie sowie in Sinowjew/Wessel 1975 werden die Regeln für logisch zusammengesetzte Subjekttermini undifferenziert für alle Subjektterminitypen angegeben. In Wessel 1984 hatte ich die Regeln für zusammengesetzte Subjekttermini schon derart eingeschränkt, daß singuläre und kategoriale Subjekttermini nicht negiert werden dürfen. Heute bin ich der Auffassung, daß alle dort angegebenen Regeln nur für allgemeine Subjekttermini gelten. Für singuläre und kategoriale Subjekttermini gelten diese Regeln nicht uneingeschränkt. Für sie muß ein besonderes Regelsystem aufgebaut werden.

Literatur:

- Borkowski, Ludwik (1976), *Formale Logik*. Berlin: Akademie-Verlag.
- Goodman, Nelson (1978), *Ways of Worldmaking*. Hassocks: Harvester Press.
Deutsch von M. Loser: *Weisen der Welterzeugung*. Frankfurt a. M.: Suhrkamp 1984.
- Kotarbiński, Tadeusz (1966), *Gnoseology. The Scientific Approach to the Theory of Knowledge*. Oxford: Pergamon Press.
- Krampitz, Karl-Heinz (1990), *Prädikation, Quantoren, Existenz. Ein Beitrag zur philosophischen Logik*. Dissertation B, Berlin.
- Krampitz, Karl-Heinz (1992), „Zur logischen Analyse eines Existenzbegriffes“. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin*.

Reihe Geistes- und Sozialwissenschaften 41,9: 23–29.

Lejewski, Czesław (1957/58), „Zu Leśniewskis Ontologie“. *Ratio 1: 50–76.*

Sinowjew, Alexander A. (1968), *Über mehrwertige Logik*. Braunschweig: Vieweg.

Sinowjew, Alexander A. (1970), *Komplexe Logik. Grundlagen einer logischen Theorie des Wissens*. Braunschweig: Vieweg.

Sinowjew, Alexander A. (1975), *Logik und Sprache der Physik*. Berlin: Akademie-Verlag.

Sinowjew, Alexander und Horst Wessel (1975), *Logische Sprachregeln*. München: Fink.

Wessel, Horst (ed.) (1977), *Logik und empirische Wissenschaften*. Berlin: Akademie-Verlag.

Wessel, Horst (1987), „Vage Prädikate und Prädikationstheorie“. In: Evelyn Dölling (ed.), *Logik in der Semantik – Semantik in der Logik*. Berlin: 103–112.

Wessel, Horst (1988), „Einige Anwendungen der nichttraditionellen Prädikationstheorie“. In: Horst Wessel und Christian Neumann (eds.), *Logische Philosophie. Thematische Information Philosophie. Akademie für Gesellschaftswissenschaft beim ZK der SED 12: 6–23.*

Wessel, Horst (1992), „Existenz, Ununterscheidbarkeit, Identität“. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin. Reihe Geistes- und Sozialwissenschaften 41,9: 30–39.*

Wessel, Horst (1990), „Zur Klassifikation von Subjekttermini in der Logik“. Beitrag zum Passauer Semiotik-Kongreß 1990.

Zinoviev, Alexander A. (1983), „Non-Standard Logic and its Applications“. *The Oxford Lectures No. 1*. Oxford.

Wider den Mythos intensionaler Kontexte^{1*}

Meine These lautet: Es gibt keine intensionalen Kontexte, sondern nur unzureichende logische Analysen. Eine umfassende Begründung dieser These würde es erfordern nachzuweisen, wie die logischen Schwierigkeiten bei allen Kontexten, die man gewöhnlich *intensionale* nennt, zu lösen sind. Im vorliegenden Beitrag kann das nicht geleistet werden. Ich beschränke mich ausschließlich auf eine logische Analyse von daß-Kontexten (that-clauses) im Rahmen der epistemischen Logik. Epistemische Kontexte gelten gemeinhin als ein Musterbeispiel intensionaler Kontexte. Einige Autoren sind mit dieser Charakteristik noch unzufrieden und nennen sie sogar *hyperintensional*.

Die Veröffentlichungen zur epistemischen Logik haben in den letzten Jahren inflationsartig zugenommen. Doch ausreichende Klarheit wurde in diesem Logikbereich keinesfalls erreicht. Viele konkurrierende Systeme wurden konstruiert, oftmals wissen die Autoren aber gar nicht, wovon sie sprechen.

Ich verwende folgende epistemischen Prädikate: *A* für „akzeptieren“, *G* für „glauben“, *K* für „kennen“, *U* für „verwerfen“, *V* für „verstehen“, *W* für „wissen“ und *Z* für „zweifeln“. In Wuttich (1991) wird außerdem noch das epistemische Prädikat *H* für „besitzen“ verwendet, das auch in den Sinowjew-Systemen der epistemischen Logik vorkommt. Nach meiner heutigen Auffassung ist dieses Prädikat durch eine schlechte Übersetzung aus dem Russischen (auch von mir mitverschuldet) in den deutschen Sprachgebrauch eingedrungen. Man hätte an Stelle von „besitzen“ überall „kennen“ schreiben sollen. Wenn *P* eines dieser epistemischen Prädikate ist, so wird in der Literatur die logische Struktur einfacher epistemischer Aussagen wie folgt angegeben: $P(a, A)$, wobei *P* ein zweistelliges epistemisches Prädikat, *a* ein Personenna-

¹Der Artikel entstand im Rahmen des DFG-Projektes „Komplexe Logik“. Der DFG sei an dieser Stelle für die guten Arbeitsbedingungen gedankt. Den Teilnehmern des Forschungsseminars „Komplexe Logik“ danke ich für kritische Hinweise.

*Erstveröffentlichung in: *Analyomen 2. Proceedings of the 2nd Conference "Perspectives in Analytical Philosophy"*, Hrsg. Georg Meggle, Walter de Gruyter, Berlin/New York 1997, S. 163–173.

me und A eine Aussage ist. Diese Darstellung einfacher epistemischer Aussagen ist logisch nicht haltbar und veranlaßte mich zu der Behauptung, daß manche Autoren zur epistemischen Logik nicht wissen, wovon sie sprechen. Wenn P ein zweistelliges Prädikat ist, so erhält man nur eine Aussage, wenn an beiden Argumentstellen Subjekttermini eingesetzt werden. Wenn A also eine Aussage ist, so ist die Zeichenreihe $P(a, A)$ einfach ein syntaktisch sinnloses Gebilde. Natürlich sehen einige Autoren diese Schwierigkeiten, und sie versuchen sie dadurch zu lösen (besser: zu umgehen), daß sie einerseits behaupten, A stehe für eine Proposition (für einen Sachverhalt, eine Sachverhaltsbeschreibung etc.) oder daß sie andererseits aus dem Prädikat P ihrer einführenden Erörterungen bei der formalen Behandlung plötzlich einen ominösen Operator machen. Diese Vorgehensweise ist aber nicht befriedigend, da der Status von Propositionen unklar bleibt, und es auch keine logische Theorie von Operatoren gibt, die aus einem Namen und einer Aussage (einer Proposition) Aussagen bilden.

In dem Standardwerk „Grundzüge einer deutschen Grammatik“ heißt es: „Sachverhalte beschreibende Sätze können in bestimmten Fällen als Subjekte eines anderen Satzes auftreten und damit ein Gegenstand sein, über den etwas prädiziert wird. Das Prädikat wird durch eine Verbindung von prädikativem Adjektiv und Kopula [...], prädikativem Substantiv und Kopula, durch ein Verb oder eine verbale Gruppe sprachlich realisiert. Alle diese Prädikatausdrücke haben eine Valenzstelle, die durch eine sprachliche Sachverhaltsbeschreibung – ein Abstraktum, einen Satz, eine Satzreduktion (Infinitivgruppe oder Substantivierung) – oder ein Pro-Element besetzt sein kann, das sich auf einen Satz bezieht.“ (Heidolph u. a. 1984, S. 820)

Hier begehen die Grammatiker den gleichen Fehler wie die intensionalen Logiker. Ein Satz kann nicht als Subjekt eines anderen Satzes auftreten, da ein Prädikat nur mit einem Terminus, nicht aber mit einem Satz einen Satz bilden kann.

Im weiteren bemühe ich mich, die logische Form des zweiten Argumentes in epistemischen Aussagen aufzuhellen. Dabei betrachte ich die epistemischen Prädikate als Prädikate im echten Sinne und nicht als logische Operatoren. Ich beschränke mich auf den Fall von zweistelligen epistemischen Prädikaten.

In Sinowjew 1975 (und in späteren Arbeiten des gleichen Autors) wird die logische Struktur einfacher epistemischer Aussagen wie folgt aufgefaßt: $P(a, tA)$, wobei P ein zweistelliges epistemisches Prädikat, a ein Personenname, A eine Aussage und t ein terminibildender Operator ist, der aus einer Aussage A einen Namen dieser Aussage tA bildet. Gegen diese Darstellung einfacher epistemischer Aussagen lassen sich zumindest keine rein syntaktischen Einwände erheben, und einige epistemische Aussagen haben auch diese Struktur. Wuttich schließt sich in seinen zahlreichen Arbeiten zur epistemi-

schen Logik der Darstellung Sinowjews an. Diese Darstellung epistemischer Aussagen ist aber in anderer Hinsicht unbefriedigend. tA ist hier ein Eigenname der Aussage A , und bedeutungsgleich mit tA ist nur ein anderer Eigenname der gleichen Aussage A . Folglich darf tA in einer Aussage $P(a, tA)$ nur durch einen anderen Eigennamen von A ersetzt werden. Betrachten wir folgendes Beispiel. Der Satz „K glaubt, daß die Partei immer recht hat“ möge wahr sein (symbolisch: $G(k, tA)$). Die Termini „glauben“ und „believe“ sowie „daß die Partei immer recht hat“ und „that the party is always right“ (tB) sind bedeutungsgleich. Folglich gilt: „K believes that the party is always right.“ Dieser Schluß ist unter den gegebenen Voraussetzungen vollkommen korrekt, kann aber in der gewählten Symbolik und in Sinowjews und Wuttichs Systemen der epistemischen Logik nicht vollzogen werden, da tA und tB Eigennamen von verschiedenen Aussagen sind.

Sinowjew verwendet in seinen Logiksystemen noch einen anderen Operator, der aus einer Aussage einen Terminus bildet. Es ist der Operator „die Tatsache, daß ...“ ($\downarrow$). Wenn A eine Aussage ist, so ist $\downarrow A$ der Terminus „die Tatsache, daß A “. In Wuttich 1991 wird geprüft, ob $P(a, \downarrow A)$ eine angemessene Struktur für einfache epistemische Aussagen ist. Da bei einer solchen Auffassung aus der Aussage $G(k, \downarrow A)$ die Aussage A folgen würde, wird diese Struktur von Wuttich verworfen.

Der Fehler bei der charakterisierten Vorgehensweise besteht darin, daß für die zweite Argumentstelle in allen epistemischen Aussagen nach einer einzigen logischen Form gesucht wird. Es ist ein Vorurteil, daß alle epistemischen Aussagen Argumente gleicher logischer Form haben.

Für das weitere Vorgehen ist die Unterscheidung von Vorkommen von sprachlichen Ausdrücken als Termini und Aussagen und als bloß graphische Teile von zusammengesetzten Termini und Aussagen wichtig. Wenn beispielsweise A und B Aussagen sind, so kommen sie in $A \wedge B$, $A \vee B$, $\sim A$ usw. als Aussagen vor, während sie in tA und $\downarrow B$ nur graphische Teile eines Terminus sind. Es muß also in jedem Logikbereich genau definiert werden, was ein Vorkommen eines Terminus oder einer Aussage ist. Ersetzungsregeln für bedeutungsgleiche Termini und Aussagen gelten nur für Vorkommen von Termini und Aussagen, haben aber für Vorkommen von sprachlichen Ausdrücken als bloßen graphischen Teilen keine Gültigkeit.

Es ist verwunderlich, wie lasch und ungenau im Zusammenhang mit *intensional* genannten Kontexten auch von erstrangigen Logikern die Ersetzungsproblematik behandelt wird. Ich komme später darauf zurück.

Bei der folgenden Analyse der logischen Struktur einiger epistemischer Aussagen verwende ich neben der klassischen Aussagen- und Quantorenlogik folgende logischen Mittel:

1) Nichttraditionelle Prädikationstheorie

Die klassische Aussagenlogik wird durch folgende Regeln für die innere Negation $\neg$ erweitert, wobei die Syntax so gewählt ist, daß die innere Negation $\neg$ nur unmittelbar vor einer Prädikatenvariablen einmal vorkommen kann:

- a) Prädikatformeln $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln verschieden genau dann, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
- b) Wenn A den Wert v hat, so hat $\neg A$ den Wert f .
- c) Wenn $\neg A$ den Wert v hat, so hat A den Wert f .
- d) Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- e) Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.

Kurz gesagt, zwei konträre Formeln A und $\neg A$ können nicht beide wahr, sie können aber beide falsch sein. Für eine Formel $\sim A \wedge \sim \neg A$ schreiben wir $?A$.

Explizit mache ich im weiteren von der nichttraditionellen Prädikationstheorie nur wenig Gebrauch. Implizit liegt diese Theorie jedoch allen weiteren Überlegungen zugrunde (vgl. Wessel 1989).

2) Theorie der logischen Folgebeziehung

Ich unterscheide zwischen klassischer, strenger und strikter logischer Folgebeziehung.

$A \vdash B$ ist eine gültige Regel der klassischen Folgebeziehung genau dann, wenn $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Logik ist.

$A \vdash B$ ist eine gültige Regel der strengen Folgebeziehung genau dann, wenn $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Logik ist und in B nur solche Variablen vorkommen, die auch in A vorkommen.

$A \vdash B$ ist eine gültige Regel der strikten Folgebeziehung genau dann, wenn $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Logik ist, in B nur Variablen vorkommen, die auch in A vorkommen, A keine Kontradiktion und B keine Tautologie ist (vgl. Wessel 1989).

3) Logische Termintheorie

Ein Terminus a schließt der Bedeutung nach den Terminus b ein (symbolisch: $ta \rightarrow tb$) genau dann, wenn jeder Gegenstand, der mit a bezeichnet werden soll, auch mit b bezeichnet werden soll.

Definition der Bedeutungsgleichheit:

$$ta \rightleftharpoons tb \equiv_{Def} (ta \rightarrow tb) \wedge (tb \rightarrow ta) \quad (\text{Wessel 1995})$$

4) Logische Theorie der Existenz und der existentiellen Belastung

E ist das Existenzprädikat. In der Existenzlogik gilt folgendes Axiom:

$$\sim \neg E(s).$$

Elementare prädikative Aussagen sind in dem Sinne existentiell belastet, daß sie nur wahr sein können, wenn die in ihnen vorkommenden Subjekttermini nicht leer sind.

In Wessel 1992 ist ein Regelsystem für die existentielle Belastung logisch zusammengesetzter Aussagen angegeben, und es wird nachgewiesen, daß alle Tautologien der klassischen Aussagen- und Quantorenlogik ohne Identität nicht existentiell belastet sind. Unseres Erachtens müssen alle logischen Theoreme frei von einer existentiellen Belastung sein.

Wie verhält es sich aber mit Aussagen über die logische Folgebeziehung und über den Bedeutungseinschluß von Termini? Ihrer logischen Form nach sind sie elementare prädikative Aussagen und deshalb existentiell belastet. Solche Aussagen haben die Form $\vdash (tA, tB)$ und $\rightarrow (ta, tb)$. Bei Aussagen dieser Form kann die existentielle Belastung aber allein durch die syntaktischen Bildungsregeln eingelöst werden. Wir akzeptieren deshalb folgende Regeln:

- R1.** Für $\vdash (tA, tB)$ ist die existentielle Belastung eingelöst genau dann, wenn A und B Formeln des entsprechenden Kalküls (bzw. Aussagen) sind.
- R2.** Für $\rightarrow (ta, tb)$ ist die existentielle Belastung eingelöst genau dann, wenn a und b Terminformen gemäß den gewählten Terminbildungsregeln (bzw. Termini) sind.

Wir definieren nun einige terminibildende Operatoren.

Den Buchstaben t verwenden wir, um aus einem Terminus a einen Namen dieses Terminus (den Metaterminus) ta zu bilden und setzen fest:

- D1.** 1) $E(ta)$ (bzw. tta ist nicht leer) genau dann, wenn das sprachliche Gebilde a ein Terminus ist;
- 2) $\sim(ta \rightleftharpoons a)$ (korrekterweise hätten wir $\sim(tta \rightleftharpoons ta)$ schreiben müssen, zur Vereinfachung der Schreibweise lassen wir bei den Argumenten für das Prädikat des Bedeutungseinschlusses und der Bedeutungsgleichheit häufig ein t weg);

- 3) der Metaterminus ta darf nur durch einen anderen Namen des Terminus a ersetzt werden .

Den gleichen Buchstaben t verwenden wir auch als einen terminibildenden Operator, der aus einer Aussage A einen Namen dieser Aussage tA bildet und als „die Aussage A “ gelesen wird.

- D2.** 1) $E(tA)$ (bzw. ttA ist nicht leer) genau dann, wenn das sprachliche Gebilde A eine Aussage ist;
- 2) $\sim(tA \Rightarrow A)$;
- 3) der Terminus tA darf nur durch einen anderen Namen der Aussage A ersetzt werden.

Eine Verwechslung der beiden in D1 und D2 definierten Operatoren schließen wir dadurch aus, daß wir festsetzen, daß im weiteren immer das richtige Argument (Terminus oder Aussage) gewählt wird.

Definitionsgemäß sind ta und tA individuelle Termini.

Im folgenden definieren wir die terminibildenden Operatoren l , s , e , $\downarrow$ und $\uparrow$, die alle aus einer Aussage einen Terminus bilden.

- D3.** 1) $E(lA)$ (bzw. tlA ist nicht leer) genau dann, wenn tA eine Aussage ist;
- 2) $tlA \Rightarrow tlB$ genau dann, wenn $A \dashv\vdash B$.
- D4.** 1) $E(sA)$ (bzw. tsA ist nicht leer) genau dann, wenn tA eine Aussage ist;
- 2) $tsA \Rightarrow tsB$ genau dann, wenn $tlA \Rightarrow tlB$ oder $A \wedge C \dashv\vdash B \wedge C$, wobei C wahr ist und die Form $ta \Rightarrow tb$ hat oder eine Konjunktion von wahren Aussagen der Form $ta \Rightarrow tb$ ist.
- D5.** 1) $E(eA)$ (bzw. teA ist nicht leer) genau dann, wenn tA eine Aussage ist;
- 2) $teA \Rightarrow teB$ genau dann, wenn $A \equiv B$ wahr ist.
- D6.** 1) $E(\downarrow A)$ (bzw. $t\downarrow A$ ist nicht leer) genau dann, wenn A (A gilt, tA wahr ist);
- 2) $t\downarrow A \Rightarrow t\downarrow B$ genau dann, wenn $tsA \Rightarrow tsB$.
- D7.** 1) $E(\uparrow A)$ (bzw. $t\uparrow A$ ist nicht leer) genau dann, wenn $\sim A$ ($\sim A$ gilt, $t\sim A$ wahr ist);
- 2) $t\uparrow A \Rightarrow t\uparrow B$ genau dann, wenn $tsA \Rightarrow tsB$.

Die in D3–D7 definierten Operatoren ermöglichen es, daß-Konstruktionen (daß-Ausdrücke) der natürlichen Sprache zu analysieren.

In ta kommt a nicht als Terminus, sondern nur als graphischer Teil vor. In tA , sA , eA , $\downarrow A$ und $\uparrow A$ kommt A nicht als Aussage, sondern nur als graphischer Teil vor.

Lesevorschläge für die Termini lA , sA , eA , $\downarrow A$ und $\uparrow A$:

- 1) lA – das, was tA bedeutet,
- 2) sA – der Sachverhalt A ,
- 3) eA – der Wahrheitswert von A ,
- 4) $\downarrow A$ – die Tatsache, daß A ; die Tatsache A ;
- 5) $\uparrow A$ – die Untatsache A . Diesen schönen Terminus habe ich von E. Mally übernommen.

Maßgebend für die Verwendung von lA , sA , eA , $\downarrow A$ und $\uparrow A$ sind jedoch nur die in D3–D7 getroffenen Festlegungen und nicht irgendwelche psychischen Assoziationen des Lesers, die bei der vorgeschlagenen Lesart entstehen.

In den Definitionen D3, D4, D6 und D7 ist noch offengelassen, welchen Typ der logischen Folgebeziehung wir wählen. Wählen wir die klassische Folgebeziehung, so bezeichnen wir die Definitionen als D3a, D4a usw., wählen wir die strenge Folgebeziehung, so bezeichnen wir sie als D3b usw. und wählen wir die strikte Folgebeziehung, so bezeichnen wir sie als D3c usw.

Mit Hilfe der definierten terminibildenden Operatoren ist eine detailliertere Analyse epistemischer Kontexte möglich als sie bisher in der Literatur vorliegt. Sie haben aber auch Anwendungsmöglichkeiten bei der logischen Analyse modalen und anderer *intensional* genannter Kontexte.

Der Operator e wird bei der Analyse epistemischer Kontexte nicht benötigt. Mit seiner Hilfe läßt sich aber beispielsweise der Wahrheitskalkül von Wrights mit dem Operator „Es ist wahr, daß ...“ kritisch analysieren.

Wäre Freges Konzept, daß Aussagen das Wahre oder das Falsche bezeichnen, richtig, so könnte man mit Hilfe des Operators e die folgende Ersetzungsregel für beliebige Kontexte rechtfertigen:

$$\frac{A \equiv B \quad C}{C[A/B]}.$$

Unseres Erachtens gibt es aber keinen logischen Grund, diese Ersetzbarkeitsregel zu akzeptieren. Nach dieser Regel dürfte man in beliebigen

Kontexten alle wahren Aussagen gegenseitig ersetzen, ebenso wie man alle falschen Aussagen gegenseitig ersetzen dürfte. Diese Regel ist offensichtlich nicht gültig.

Man muß zwischen Ersetzbarkeitsregeln in logischen Kalkülen und in beliebigen Kontexten unterscheiden. In der Literatur wird häufig von der Ersetzung äquivalenter Aussagen und Termini gesprochen. Diese Redeweise ist zumindest unklar, wenn nicht sogar falsch. In beliebigen Kontexten kann es sich nur um die Ersetzung von bedeutungsgleichen Aussagen und Termini handeln. Der Begriff der Äquivalenz $\approx$ ist nur für Formeln definiert und auch nur für Formeln sinnvoll. Im Rahmen eines wahrheitsfunktionalen Kalküls gilt dann für Formeln folgendes Ersetzbarkeitstheorem:

$$\frac{A \approx B}{C \approx C[A/B]}.$$

In deduktiven Logiksystemen gelten folgende Ersetzbarkeitsregeln ($\vdash$ bedeute: „ist logisch beweisbar“, $\neg$ bedeute: „ist logisch widerlegbar“):

$$\frac{\vdash A \equiv B \quad \vdash C}{\vdash C[A/B]} \quad \frac{\vdash A \equiv B \quad \neg C}{\neg C[A/B]}.$$

In der logischen Termintheorie gelten:

$$\frac{\vdash ta \rightleftharpoons tb \quad \vdash A}{\vdash A[a/b]} \quad \frac{\vdash ta \rightleftharpoons tb \quad \neg A}{\neg A[a/b]}.$$

Die folgende Regel ist nicht gültig

$$\frac{ta \rightleftharpoons tb \quad \vdash A}{\vdash A[a/b]},$$

da $ta \rightleftharpoons tb$ nicht aus logischen Gründen gilt.

Für Identität ist die folgende Regel sinnlos

$$\frac{\vdash a = b \quad \vdash A}{\vdash A[a/b]},$$

da $a = b$ nie logisch beweisbar ist (Wessel 1992), gültig ist hingegen die Regel

$$\frac{a = b \quad A}{A[a/b]}.$$

Bei den bisher angegebenen Ersetzungsregeln handelt es sich um Regeln logischer Kalküle. Bei der Problematik von Ersetzungen in beliebigen Kontexten haben wir es nicht mehr mit Formeln und Terminformen, sondern mit Aussagen und Termini zu tun. Es wurde bereits gesagt, daß der Begriff der Äquivalenz für Aussagen sinnlos ist. In beliebigen Kontexten dürfen nur bedeutungsgleiche Termini und Aussagen ersetzt werden. Auf die Schwierigkeiten der Ersetzungsproblematik mit Identitätsaussagen wird in (Pardey 1994) aufmerksam gemacht. Wir klammern hier diese Problematik aus. Wann Termini bedeutungsgleich sind, wurde in der Termintheorie definiert. Für Aussagen legen wir fest: Wenn $A \dashv\vdash B$, $\vdash$ ist hier die strikte Folgebeziehung, so $tA \rightleftharpoons tB$. Wenn $ta \rightleftharpoons tb$, so $tA \rightleftharpoons tA[a/b]$. Für Tautologien und Kontradiktionen kann man zusätzlich folgende Festlegungen treffen: Alle Tautologien sind bedeutungsgleich. Alle Kontradiktionen sind bedeutungsgleich. Je nachdem, ob man diese zusätzlichen Festlegungen trifft oder nicht, darf man dann alle Tautologien gegenseitig ersetzen und alle Kontradiktionen ebenso oder man darf Tautologien und Kontradiktionen überhaupt nicht ersetzen.

Unter diesen Voraussetzungen gelten dann folgende Ersetzungsregeln für beliebige Kontexte:

$$\frac{ta \rightleftharpoons tb \quad A}{A[a/b]} \qquad \frac{tA \rightleftharpoons tB \quad C}{C[A/B]}.$$

Wir stellen uns hier nicht das Ziel, mit Hilfe der oben definierten Operatoren eine vielleicht nicht triviale epistemische Logik aufzubauen, sondern wollen nur einige Probleme erörtern. Zunächst ergibt sich die Frage, welche Arten von Termini bei den einzelnen epistemischen Prädikaten an der zweiten Argumentstelle auftreten können. Offenbar kann man nur eine Aussage kennen, verstehen, verwerfen oder akzeptieren, d. h., epistemische Aussagen mit den Prädikaten K , V , U und A haben alle die Form $P(a, tA)$. Für das Prädikat „glauben“ sind folgende Fälle möglich: $G(a, tA)$ und $G(a, sA)$, wobei gilt

$$G(a, tA) \vdash G(a, sA),$$

während die umgekehrte Folgebeziehung nicht gilt.

Für das Prädikat „wissen“ sind folgende drei Fälle möglich: $W(a, tA)$, $W(a, sA)$ und $W(a, \downarrow A)$, wobei gilt

$$\begin{aligned} W(a, tA) &\vdash W(a, sA) \\ W(a, tA) &\vdash W(a, \downarrow A) \\ W(a, sA) &\dashv\vdash W(a, \downarrow A) \\ W(a, tA) &\vdash A \\ W(a, sA) &\vdash A \\ W(a, \downarrow A) &\vdash A, \end{aligned}$$

während folgende Beziehungen nicht gelten:

$$\begin{aligned} W(a, \downarrow A) &\vdash W(a, tA) \\ W(a, sA) &\vdash W(a, tA). \end{aligned}$$

Es gilt nur:

$$\begin{aligned} W(a, \downarrow A) &\vdash \exists \alpha (tA \Leftrightarrow \alpha \wedge W(a, \alpha)), \\ W(a, sA) &\vdash \exists \alpha (tA \Leftrightarrow \alpha \wedge W(a, \alpha)). \end{aligned}$$

In der epistemischen Logik wird die Problematik diskutiert, ob man Tautologien und Kontradiktionen wissen, glauben usw. kann. Wenn man daran festhält, daß für das Wissensprädikat die oben angegebenen Regeln gelten, so kann man Kontradiktionen nicht wissen, d. h., es gilt: Wenn A eine Kontradiktion ist, so $\sim W(a, tA)$, $\sim W(a, sA)$ und $\sim W(a, \downarrow A)$. Zulässig sind für Kontradiktionen nur Formeln wie $K(a, tA)$, $K(a, sA)$. Legt man D7a und D7b zugrunde, so gilt $W(a, \uparrow A) \vdash \sim A$. Nach D7c ist auch diese Formel nicht zulässig.

Wenn A eine Tautologie ist, so sind Formeln der Form $W(a, tA)$ und $W(a, sA)$ erfüllbar. Aus einer Formel $W(a, sA)$ beispielsweise ergeben sich unterschiedliche Konsequenzen in Abhängigkeit davon, welchen Typ der logischen Folgebeziehung man in den Definitionen gewählt hat. Hat man die klassische Folgebeziehung gewählt, so gilt: Wenn a eine Tautologie A weiß, weiß er alle Tautologien. Bei der strengen Folgebeziehung gilt: Wenn a eine Tautologie A weiß, weiß er alle Tautologien mit den gleichen Variablen.

Aus den getroffenen Definitionen ergeben sich interessante Beziehungen zwischen Aussagen und Termini.

Wenn $\sim A$, so ist $t\downarrow A$ leer.

Wenn A , so ist $t\uparrow A$ leer.

Wenn A , so ist $t\downarrow \sim A$ leer.

Wenn $\sim A$ oder $\sim B$, so ist $t\downarrow (A \wedge B)$ leer.

Wenn $\sim A$ und $\sim B$, so ist $t\downarrow (A \vee B)$ leer.

Wenn A und B , so ist $t\uparrow (A \wedge B)$ leer.

Wenn A oder B , so ist $t\uparrow (A \vee B)$ leer.

Wenn $\sim P(a)$, so ist $t\downarrow \forall x P(x)$ leer.

Wenn $\forall x \sim P(x)$, so ist $t\downarrow \exists x P(x)$ leer.

Wenn $P(a)$, so ist $t\uparrow \exists x P(x)$ leer.

Außerdem gelten:

$$A \supset (t\downarrow A \Leftrightarrow tsA)$$

$$\sim A \supset \sim(t\downarrow A \Leftrightarrow tsA)$$

$$\sim A \supset (t\uparrow A \Leftrightarrow tsA)$$

$$A \supset (t\uparrow \sim A \Leftrightarrow ts\sim A).$$

Das bekannte Paradox von Kripke mit dem Satz „London is pretty“ läßt sich im Rahmen der hier vorgeschlagenen Terminologie leicht auflösen.

Literatur:

Heidolph, K. E., W. Flämig, W. Motsch, *Grundzüge einer deutschen Grammatik*, Berlin 1984.

Kripke, S. A., A Puzzle about Belief. In: N. Salmon/S. Soames (Hrsg.), *Propositions and Attitudes*, Oxford 1988, 103–148.

Mally, E., *Logische Schriften*, Dordrecht-Holland 1971.

Pardey, U., *Identität, Existenz und Reflexivität*, Weinheim 1994.

Wessel, H., Modalitäten in empirischen Wissenschaften. In: Wessel, H. (Hrsg.), *Logik und empirische Wissenschaften*, Berlin 1977.

Wessel, H., *Logik*. Berlin 1989.

Wessel, H., Existenz, Ununterscheidbarkeit, Identität. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin. Reihe Geistes- und Sozialwiss.* 41(1992)9, 30–39.

Wessel, H., Grundlagen einer Termintheorie. *Zeitschrift für Semiotik*, 17(1995).

Wuttich, K., *Glaube, Zweifel, Wissen*. Berlin 1991.

Zinov'ev, A. A., Očerk epistemičeskoj logiki, *Teorie a metoda*, VII/4(1975), 37–46.

Zinov'ev, A. A., *Logical Physics*, Dordrecht/Holland 1983.

Existenzbelastung in der klassischen Quantorentheorie mit nichttraditioneller Prädikationstheorie^{1*}

1 Nichttraditionelle Prädikationstheorie

Die folgenden Erörterungen bewegen sich im Rahmen der in ihren Grundzügen von Sinowjew stammenden nichttraditionellen Prädikationstheorie (*NTP*) (vgl. Sinowjew 1970, Sinowjew/Wessel 1975), die ausführlich in Wessel 1989 dargestellt ist. In der *NTP* wird zwischen einer äußeren und einer inneren Negation unterschieden. Die äußere Negation $\sim$ ist die übliche Negation der klassischen Aussagenlogik. Die klassische Aussagenlogik wird durch folgende Regeln für die innere Negation erweitert, wobei die Syntax so gewählt ist, daß die innere Negation $\neg$ nur unmittelbar vor einer Prädikatenvariablen vorkommen kann:

- 1) Prädikatformeln $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln verschieden genau dann, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
- 2) Wenn A den Wert v hat, so hat $\neg A$ den Wert f .
- 3) Wenn $\neg A$ den Wert v hat, so hat A den Wert f .

¹Der Artikel entstand im Rahmen des DFG-Projektes „Komplexe Logik“. Der DFG sei an dieser Stelle für die guten Arbeitsbedingungen gedankt. Den Teilnehmern des Forschungsseminars „Komplexe Logik“ danke ich für kritische Hinweise.

*Erstveröffentlichung in: *Skłonność Metafizyczna*, Hrsg. Mieczysław Omyła, Wydział filozofii socjologii uniwersytetu Warszawskiego, Warschau 1997, S. 175–182.

- 4) Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- 5) Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.

Kurz gesagt, zwei konträre Formeln A und $\neg A$ können nicht beide wahr, sie können aber beide falsch sein. Für eine Formel der Form $\sim A \wedge \sim \neg A$ schreibe ich $?A$.

In *NTP* sind elementare prädikative Aussagen der Form $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ in dem Sinne existentiell belastet, daß sie nur wahr sind, wenn ihre Subjekte $s_1, \dots, s_n$ existieren. Für das Existenzprädikat E gilt also in *NTP*:

$$\mathbf{E1.} \quad P(s_1, \dots, s_n) \supset E(s_1) \wedge \dots \wedge E(s_n)$$

$$\mathbf{E2.} \quad \neg P(s_1, \dots, s_n) \supset E(s_1) \wedge \dots \wedge E(s_n).$$

Umgekehrt gilt: wenn s_1 oder $\dots$ oder s_n nicht existiert, so

$$\sim P(s_1, \dots, s_n) \wedge \sim \neg P(s_1, \dots, s_n), \text{ d. h. } ?P(s_1, \dots, s_n).$$

$$\mathbf{E3.} \quad \sim E(s_1) \vee \dots \vee \sim E(s_n) \supset ?P(s_1, \dots, s_n).$$

Da $\neg E(s)$ logisch falsch ist, gilt außerdem:

$$\mathbf{E4.} \quad \sim \neg E(s).$$

2 Existenzbelastung à la Krampitz

In Wessel 1995 hatte ich, ausgehend von Überlegungen von K. H. Krampitz 1990, das folgende Regelsystem für die existentielle Belastung von Formeln der klassischen Quantorentheorie mit nichttraditioneller Prädikationstheorie aufgestellt.

Von einer existentiellen Belastung einer Aussage zu sprechen, ist nur sinnvoll, wenn diese Aussage wahr ist. Deshalb führe ich für den Satz „Wenn A wahr ist, so ist A existentiell belastet“ die Abkürzung „ A hat die Charakteristik e “ und für den Satz „Wenn A wahr ist, so ist A nicht existentiell belastet“ die Abkürzung „ A hat die Charakteristik n “ ein. Für e und n gelten dann folgende Regeln:

R1. Alle elementaren prädikativen Aussagen haben die Charakteristik e .

R2. Wenn A die Charakteristik e hat, so hat $\sim A$ die Charakteristik n .

R3. Wenn A die Charakteristik n hat, so hat $\sim A$ die Charakteristik e .

R4. $A \vee B$ hat die Charakteristik e genau dann, wenn A die Charakteristik e hat und B die Charakteristik e hat.

Die drei folgenden sind abgeleitete Regeln.

R5. $A \wedge B$ hat die Charakteristik e genau dann, wenn A oder B die Charakteristik e hat.

R6. $A \supset B$ hat die Charakteristik e genau dann, wenn A die Charakteristik n hat und B die Charakteristik e hat.

R7. $A \equiv B$ hat die Charakteristik n genau dann, wenn A und B entweder beide die Charakteristik e haben oder beide die Charakteristik n .

R8. $\forall i A$ und $\exists i A$ haben die Charakteristik e genau dann, wenn A die Charakteristik e hat.

Ich stelle eine zusätzliche Regel für Definitionen der Form $A \equiv_{Def} B$ auf. Da Definitionen Festsetzungen sind und nicht wahr oder falsch sein können, hat es keinen Sinn von existentieller Belastung von Definitionen zu sprechen. Da man aus Definitionen der Form $A \equiv_{Def} B$ aber die Aussagen der Form $A \equiv B$ erhält, stelle ich folgende Definitionsregel auf.

R9. Eine Definition $A \equiv_{Def} B$ muß so aufgebaut werden, daß die Aussage $A \equiv B$ die Charakteristik n hat.

Unsere Regeln können wir übersichtlich durch folgende Tabellen, ähnlich den Wahrheitstabellen, darstellen:

A	$\sim A$	$\forall i A$	$\exists i A$
n	e	n	n
e	n	e	e

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \supset B$	$A \equiv B$	$A \equiv_{Def} B$
n	n	n	n	n	n	n
n	e	e	n	e	e	e
e	n	e	n	n	e	e
e	e	e	e	n	n	n

Schreibt man jetzt Aussagenvariablen und elementaren Prädikatformeln die Charakteristik e zu, so kann man rekursiv von jeder Formel ermitteln, ob sie die Charakteristik e oder n hat. Werden Formelschemata benutzt, so müssen den Metavariablen A, B, C etc. beide Charakteristika e und n zugeschrieben werden. Es gilt also folgendes Metatheorem:

MT1. Jede Formel der klassischen Quantorenlogik hat genau eine der Charakteristika e oder n .

In der gleichen Arbeit habe ich auch die folgenden Metatheoreme bewiesen:

MT2. Alle Theoreme (Tautologien) der klassischen Aussagenlogik und Quantorenlogik haben die Charakteristik n , d. h., sie sind nicht existentiell belastet.

MT3. Alle Kontradiktionen der klassischen Aussagenlogik und Quantorenlogik haben die Charakteristik e .

Im Vertrauen auf das entworfene Regelsystem zur Ermittlung der Existenzbelastung habe ich in der gleichen Arbeit die schwache Unterscheidbarkeit wie folgt definiert:

D1. $x \parallel y \equiv_{Def} \exists P (P(x) \wedge \sim P(y) \vee \sim P(x) \wedge P(y)).$

Die dieser Definition entsprechende Bisubjunktion ist nach dem oben angegebenen Regelsystem nicht existentiell belastet. Die äußere Negation der Relation der schwachen Unterscheidbarkeit $\sim(\dots \parallel \dots)$ nannte ich *virtuelle Identität*.

Heute halte ich diese Definitionen der schwachen Unterscheidbarkeit und der virtuellen Identität nicht mehr aufrecht, da die linke Seite der Definition D1 doppelt existentiell belastet ist, während die rechte Seite nur einfach existentiell belastet ist. Heute definiere ich die schwache Unterscheidbarkeit wie folgt:

D2. $x \parallel y \equiv_{Def} E(x) \wedge E(y) \wedge \exists P (P(x) \wedge \sim P(y) \vee \sim P(x) \wedge P(y)).$

Der Fehler in der Definition D1 macht aber deutlich, daß das entworfene Regelsystem zur Ermittlung der Existenzbelastung unzureichend ist und durch ein neues System ersetzt werden muß.

3 Eine Neufassung des Begriffs der Existenzbelastung

Der Grundgedanke unserer Neufassung des Begriffs der Existenzbelastung besteht darin, präzise zu sagen, in bezug auf welche Individuenvariablen und Individuenkonstanten eine Formel existentiell belastet ist. Anstelle der Symbole e und n verwenden wir deshalb die Symbole $ei_1 \dots i_n$ und $ni_1 \dots i_n$ ($n \geq 1$), wobei $i_1, \dots, i_n$ paarweise verschiedene Individuenvariablen oder

Individuenkonstanten sind. Da wir es im weiteren auch mit Aussagenvariablen und Formelvariablen zu tun haben, bei denen nicht feststeht, welche Individuenvariablen und Individuenkonstanten in ihnen vorkommen können, führen wir $v, v_1, \dots, v_n$ als Variablen für Folgen von paarweise verschiedenen Individuenvariablen und Individuenkonstanten ein.

Wir definieren jetzt den Terminus *elementare existentielle Charakteristik*.

D1. Elementare existentielle Charakteristik (eECh):

$ei_1 \dots i_n$ und $ni_1 \dots i_n$ sind elementare existentielle Charakteristika, wobei $i_1, \dots, i_n$ ($n \geq 1$) Individuenkonstanten, Individuenvariablen oder Variablen für Folgen von Individuenkonstanten und Individuenvariablen sind.

Der Satz „Eine Formel A hat die Charakteristik $ei_1 \dots i_n$ “ bedeutet „Wenn die Formel A wahr ist, so ist sie bezüglich $i_1, \dots, i_n$ existentiell belastet“. Der Satz „Eine Formel A hat die Charakteristik $ni_1 \dots i_n$ “ bedeutet „Wenn die Formel A wahr ist, so ist sie bezüglich $i_1, \dots, i_n$ nicht existentiell belastet“.

Um die existentielle Belastung von zusammengesetzten Formeln präzise formulieren zu können, führen wir zwei terminbildende Operatoren ein, die aus zwei Prädikattermini einen zusammengesetzten Prädikatterminus bilden.

- 1) $f \triangle g$ – „jedes von f und g “ oder „ f und g “
- 2) $f \nabla g$ – „mindestens eines von f und g “ oder „ f oder g “.

Einige Eigenschaften dieser beiden Operatoren geben wir später an.

D2. Existentielle Charakteristik (ECh):

1. Elementare existentielle Charakteristika sind ECh.
2. Wenn α und β ECh sind, so auch $(\alpha \triangle \beta)$ und $(\alpha \nabla \beta)$.

$(\alpha \triangle \beta)(tA)$ bedeutet „Die Formel A hat jedes von α und β “ oder „Die Formel A hat α und β “. $(\alpha \nabla \beta)(tA)$ bedeutet „Die Formel A hat mindestens eines von α und β “ oder „Die Formel A hat α oder β “.

Wir definieren nun eine Strichoperation für ECh.

D3. Wenn α eine ECh ist, so ist α' die ECh, die man aus α erhält, indem man simultan n durch e , e durch n , $\triangle$ durch ∇ und ∇ durch $\triangle$ ersetzt.

$$\alpha' = \alpha \{n/e, e/n, \triangle/\nabla, \nabla/\triangle\}$$

Wir geben nun Regeln an, nach denen beliebige Formeln der klassischen Quantorentheorie mit nichttraditioneller Prädikationstheorie ECh zugeschrieben werden.

- R0.** In jeder Formel werden die gebundenen Individuenvariablen so umbenannt, daß erstens keine Individuenvariable in der Formel sowohl gebunden als auch frei vorkommt und zweitens daß keine Individuenvariable in den Wirkungsbereichen verschiedener gleichnamiger Quantoren gebunden vorkommt.
- R1.1.** Prädikatformeln $P(i_1, \dots, i_n)$ und $\neg P(i_1, \dots, i_n)$, wobei $i_1, \dots, i_n$ Individuenvariablen oder Individuenkonstanten sind, erhalten die ECh $ei_1 \dots i_m$, wobei die $i_1, \dots, i_m$ aus $i_1, \dots, i_n$ dadurch gewonnen werden, daß mehrfache Vorkommen von Individuenvariablen oder Individuenkonstanten gestrichen werden.
- R1.2.** Aussagenvariablen erhalten die ECh ev und nv , wobei verschiedene Aussagenvariablen verschiedene ev_i und nv_i erhalten.
- R1.3.** Formelvariablen in Formelschemata werden wie Aussagenvariablen behandelt.

Bei der Formulierung der weiteren Regeln schreiben wir anstelle von „ A hat die ECh α “ einfach „ $A = \alpha$ “.

- R2.** Wenn $A = \alpha$, so $\sim A = \alpha'$.
- R3.** Wenn $A = \alpha$ und $B = \beta$, so $A \wedge B = \alpha \triangle \beta$.
- R4.** Wenn $A = \alpha$ und $B = \beta$, so $A \vee B = \alpha \nabla \beta$.
- R5.** Wenn $A = \alpha$ und $B = \beta$, so $A \supset B = \alpha' \nabla \beta$.
- R6.** Wenn $A = \alpha$ und $B = \beta$, so $A \equiv B = (\alpha' \nabla \beta) \triangle (\alpha \nabla \beta')$.
- R7.** Wenn $A = \alpha$, so $\forall i A = \alpha$ und $\exists i A = \alpha$.

Die Regel R6 könnte auch wie folgt formuliert werden:

- R6'.** Wenn $A = \alpha$ und $B = \beta$, so $A \equiv B = (\alpha' \triangle \beta') \nabla (\alpha \nabla \beta)$.

Einige Eigenschaften der terminibildenden Operatoren $'$, $\triangle$ und ∇ :

- T1.** $\alpha'' \rightleftharpoons \alpha$
- T2.** $\alpha \triangle \alpha \rightleftharpoons \alpha$
- T3.** $\alpha \nabla \alpha \rightleftharpoons \alpha$
- T4.** $\alpha \triangle \beta \rightleftharpoons \beta \triangle \alpha$
- T5.** $\alpha \nabla \beta \rightleftharpoons \beta \nabla \alpha$
- T6.** $\alpha \triangle (\beta \triangle \gamma) \rightleftharpoons (\alpha \triangle \beta) \triangle \gamma$
- T7.** $\alpha \nabla (\beta \nabla \gamma) \rightleftharpoons (\alpha \nabla \beta) \nabla \gamma$

$$\mathbf{T8.} \quad (\alpha \nabla \beta)' \rightleftharpoons \alpha' \triangle \beta'$$

$$\mathbf{T9.} \quad (\alpha \triangle \beta)' \rightleftharpoons \alpha' \nabla \beta'$$

$$\mathbf{T10.} \quad (\alpha \nabla \beta) \triangle \gamma \rightleftharpoons (\alpha \triangle \gamma) \nabla (\beta \triangle \gamma)$$

$$\mathbf{T11.} \quad (\alpha \triangle \beta) \nabla \gamma \rightleftharpoons (\alpha \nabla \gamma) \triangle (\beta \nabla \gamma)$$

$$\mathbf{T12.} \quad (\alpha \nabla \beta) \triangle (\gamma \nabla \delta) \rightleftharpoons (\alpha \triangle \gamma) \nabla (\alpha \triangle \delta) \nabla (\beta \triangle \gamma) \nabla (\beta \triangle \delta)$$

$$\mathbf{T13.} \quad (\alpha \triangle \beta) \nabla (\gamma \triangle \delta) \rightleftharpoons (\alpha \nabla \gamma) \triangle (\alpha \nabla \delta) \triangle (\beta \nabla \gamma) \triangle (\beta \nabla \delta)$$

$$\mathbf{T14.} \quad \alpha \rightleftharpoons \alpha \triangle (\beta \nabla \beta')$$

$$\mathbf{T15.} \quad \alpha \rightleftharpoons \alpha \nabla (\beta \triangle \beta').$$

D4. *Existentielle Charakteristik in adjunktiver Termnormalform* nennen wir eine existentielle Charakteristik der Form $\alpha_1 \nabla \alpha_2 \nabla \dots \nabla \alpha_n$ ($n \geq 1$), wobei alle α_i die Form $\beta_1 \triangle \beta_2 \triangle \dots \triangle \beta_m$ ($m \geq 1$) haben und alle β_i ($i = 1, \dots, m$) elementare existentielle Charakteristika sind.

MT1. Jede existentielle Charakteristik lässt sich in eine ihr bedeutungsgleiche existentielle Charakteristik in adjunktiver Termnormalform umformen.

Beweis: Induktiv mit Hilfe von T1–T15.

Aus MT1 folgt:

MT2. Für jede Formel der klassischen Quantorentheorie mit nichttraditioneller Prädikationstheorie lässt sich ihre existentielle Charakteristik in adjunktiver Termnormalform angeben.

D5. Eine Formel der klassischen Quantorentheorie mit nichttraditioneller Prädikationstheorie ist existentiell nicht belastet genau dann, wenn ihre existentielle Charakteristik in adjunktiver Termnormalform $\alpha_1 \nabla \alpha_2 \nabla \dots \nabla \alpha_n$ mindestens ein α_i der Form $\beta_1 \triangle \beta_2 \triangle \dots \triangle \beta_m$ ($m \geq 1$) enthält, in dem alle elementaren existentiellen Charakteristika $\beta_1, \dots, \beta_m$ n -Charakteristika sind.

MT3. Alle Theoreme (Tautologien) der klassischen Quantorentheorie mit nichttraditioneller Prädikationstheorie sind existentiell nicht belastet.

Beweis: Wir betrachten folgendes vollständige Axiomensystem der klassischen Quantorentheorie mit nichttraditioneller Prädikationstheorie:

- A1.** $A \supset (B \supset A)$
- A2.** $A \supset (B \supset C) \supset (A \supset B \supset (A \supset C))$
- A3.** $\sim A \supset \sim B \supset (B \supset A)$
- A4.** $f(a) \supset \sim \neg f(a)$, wobei f eine n -stellige Prädikatenvariable ist und a eine Gruppe von n Individuenvariablen oder Individuenkonstanten.
- A5.** $\forall i (A \supset B) \supset (A \supset \forall i B)$, wobei i nicht frei in A vorkommt.
- A6.** $\forall i A \supset A \{i/j\}$, wobei i frei für j in A ist.

R1. Aus A und $A \supset B$ erhält man B .

R2. Wenn $\vdash A$, so $\vdash \forall i A$.

Für den aussagenlogischen Teil dieses Systems ergibt sich aus der Theorie der ausgezeichneten Normalformen, daß alle Theoreme (Tautologien) nicht existentiell belastet sind, denn die ausgezeichnete adjunktive Normalform einer Tautologie enthält alle möglichen elementaren Konjunktionen und damit immer eine mit nur n -Charakteristika.

Für A4 ergibt sich nach unseren Regeln die ECh *na*. Für A5 und A6 läßt sich leicht in einem indirekten Beweis zeigen, daß sie keine *ev*-Charakteristik haben können. Wenn die Voraussetzungen der Schlußregeln eine *nv*-Charakteristik haben, so auch die Folgerungen.

Die Quantorenlogik mit Identität enthält Theoreme, die existentiell belastet sind.

Literatur:

- K. H. Krampitz 1990, Prädikation, Quantoren, Existenz. Ein Beitrag zur philosophischen Logik. Dissertation B, Berlin.
- H. Wessel 1995, The Identity of Strong Indiscernibility, Logic and Logical Philosophy, Volume 2 (1994), Toruń.

Kripkes Puzzle ist kein Puzzle^{1*}

In seinem Artikel „A puzzle about belief“ beschreibt Saul A. Kripke eine Situation, die er als ein Puzzle bezüglich Namen und Glauben ansieht. Er schreibt: „...my main thesis is a simple one: that the puzzle *is* a puzzle.“ (Kripke 1988, S. 102) Meine Gegenthese lautet: Kripkes scheinbares Puzzle ist überhaupt kein Puzzle. Berücksichtigt man allerdings den Zustand in der epistemischen Logik, in deren Rahmen Glaubensaussagen untersucht werden, und genereller die Art und Weise, wie sogenannte intensionale Kontexte in der logischen Literatur behandelt werden, so wird verständlich, warum Kripke sein scheinbares Puzzle als ein Puzzle ansieht. Meine allgemeinere Gegenthese lautet deshalb: Es gibt keine intensionalen Kontexte, sondern nur unzureichende logische Analysen. Eine umfassende Begründung dieser These würde es erfordern nachzuweisen, wie die logischen Schwierigkeiten bei allen Kontexten, die man gewöhnlich *intensionale* nennt, zu lösen sind. Im vorliegenden Beitrag kann das nicht geleistet werden. Ich beschränke mich ausschließlich auf eine logische Analyse von daß-Kontexten (that-clauses) im Rahmen der epistemischen Logik. Epistemische Kontexte gelten gemeinhin als ein Musterbeispiel intensionaler Kontexte. Einige Autoren sind mit dieser Charakteristik noch unzufrieden und nennen sie sogar *hyperintensional*.

Doch bevor ich mich der Situation in der epistemischen Logik zuwende, möchte ich das scheinbare Puzzle von Kripke kurz darstellen.

Angenommen, Pierre spreche normales Französisch, lebe in Frankreich und spreche kein Wort Englisch und kein Wort einer anderen Fremdsprache. Natürlich hat er etwas von London gehört (das er *Londres* nennt), obwohl er Frankreich nie verlassen hat. Auf Grund seiner Kenntnisse über London glaubt er, daß London schön ist. So sagt er französisch: „*Londres est jolie*.“

¹Der Artikel entstand im Rahmen des DFG-Projektes „Komplexe Logik“. Der DFG sei an dieser Stelle für die guten Arbeitsbedingungen gedankt. Den Teilnehmern des Forschungsseminars „Komplexe Logik“ danke ich für kritische Hinweise.

*Erstveröffentlichung in: *Ruch Filozoficzny*, Tom LII, Nr. 3–4, 1995, S. 460–471.

Später verschlägt es Pierre selber nach London, allerdings weiß er nicht, daß London die Stadt ist, die er auf Französisch „*Londres*“ nennt. Er lebt in einem häßlichen Teil der Stadt, den er nicht verläßt, und lernt von den Einwohnern, von denen keiner Französisch spricht, auf die direkte Weise die englische Sprache. Auf Grund seiner eigenen Eindrücke kommt er zu der Meinung, daß London nicht schön ist, und er äußert den englischen Satz: „*London is not pretty.*“

Das Puzzle soll nun nach Kripke in der Frage liegen, ob Pierre glaubt oder nicht glaubt, daß London schön ist. Um das scheinbare Puzzle zu enträtseln, wende ich mich jetzt der Situation in der epistemischen Logik zu.

Die Veröffentlichungen zur epistemischen Logik haben in den letzten Jahren inflationsartig zugenommen. Doch ausreichende Klarheit wurde in diesem Logikbereich keinesfalls erreicht. Viele konkurrierende Systeme wurden konstruiert, oftmals wissen die Autoren aber gar nicht, wovon sie sprechen.

Ich verwende folgende epistemischen Prädikate: *A* für „akzeptieren“, *G* für „glauben“, *K* für „kennen“, *U* für „verwerfen“, *V* für „verstehen“, *W* für „wissen“ und *Z* für „zweifeln“. In (Wuttich 1991) wird außerdem noch das epistemische Prädikat *H* für „besitzen“ verwendet, das auch in den Sinowjew-Systemen der epistemischen Logik vorkommt. Nach meiner heutigen Auffassung ist dieses Prädikat durch eine schlechte Übersetzung aus dem Russischen (auch von mir mitverschuldet) in den deutschen Sprachgebrauch eingedrungen. Man hätte an Stelle von „besitzen“ überall „kennen“ schreiben sollen. Wenn *P* eines dieser epistemischen Prädikate ist, so wird in der Literatur die logische Struktur einfacher epistemischer Aussagen wie folgt angegeben: $P(a, A)$, wobei *P* ein zweistelliges epistemisches Prädikat, *a* ein Personennamen und *A* eine Aussage ist. Diese Darstellung einfacher epistemischer Aussagen ist logisch nicht haltbar und veranlaßte mich zu der Behauptung, daß manche Autoren mit ihren Veröffentlichungen zur epistemischen Logik nicht wissen, wovon sie sprechen. Wenn *P* ein zweistelliges Prädikat ist, so erhält man nur eine Aussage, wenn an beiden Argumentstellen Subjekttermini eingesetzt werden. Wenn *A* also eine Aussage ist, so ist die Zeichenreihe $P(a, A)$ einfach ein syntaktisch sinnloses Gebilde. Natürlich sehen einige Autoren diese Schwierigkeiten, und sie versuchen sie dadurch zu lösen (besser: zu umgehen), daß sie einerseits behaupten, *A* stehe für eine Proposition (für einen Sachverhalt, eine Sachverhaltsbeschreibung etc.) oder daß sie andererseits aus dem Prädikat *P* ihrer einführenden Erörterungen bei der formalen Behandlung plötzlich einen ominösen Operator machen. Diese Vorgehensweise ist aber nicht befriedigend, da der Status von Propositionen unklar bleibt, und es auch keine logische Theorie von Operatoren gibt, die aus einem Namen und einer Aussage (einer Proposition) Aussagen bilden.

In dem Standardwerk „Grundzüge einer deutschen Grammatik“ heißt es: „Sachverhalte beschreibende Sätze können in bestimmten Fällen als Subjekte eines anderen Satzes auftreten und damit ein Gegenstand sein, über den etwas prädiziert wird. Das Prädikat wird durch eine Verbindung von prädikativem Adjektiv und Kopula [...], prädikativem Substantiv und Kopula, durch ein Verb oder eine verbale Gruppe sprachlich realisiert. Alle diese Prädikatsausdrücke haben eine Valenzstelle, die durch eine sprachliche Sachverhaltsbeschreibung – ein Abstraktum, einen Satz, eine Satzreduktion (Infinitivgruppe oder Substantivierung) – oder ein Pro-Element besetzt sein kann, das sich auf einen Satz bezieht.“ (Heidolph u. a. 1984, S.820)

Hier begehen die Grammatiker den gleichen Fehler wie die intensionalen Logiker. Ein Satz kann nicht als Subjekt eines anderen Satzes auftreten, da ein Prädikat nicht mit einem Satz, sondern nur mit einem Terminus einen Satz bilden kann.

Im weiteren bemühe ich mich, die logische Form des zweiten Argumentes in epistemischen Aussagen aufzuhellen. Dabei betrachte ich die epistemischen Prädikate als Prädikate im echten Sinne und nicht als logische Operatoren. Ich beschränke mich auf den Fall von zweistelligen epistemischen Prädikaten.

In Sinowjew 1975 (und in späteren Arbeiten des gleichen Autors) wird die logische Struktur einfacher epistemischer Aussagen wie folgt aufgefaßt: $P(a, tA)$, wobei P ein zweistelliges epistemisches Prädikat, a ein Personenname, A eine Aussage und t ein terminibildender Operator ist, der aus einer Aussage A einen Namen dieser Aussage tA bildet. Gegen diese Darstellung einfacher epistemischer Aussagen lassen sich zumindest keine rein syntaktischen Einwände erheben, und einige epistemische Aussagen haben auch diese Struktur. Wuttich schließt sich in seinen zahlreichen Arbeiten zur epistemischen Logik der Darstellung Sinowjews an. Diese Darstellung epistemischer Aussagen ist aber in anderer Hinsicht unbefriedigend. tA ist hier ein Eigenname der Aussage A , und bedeutungsgleich mit tA ist nur ein anderer Eigenname der gleichen Aussage A . Folglich darf tA in einer Aussage $P(a, tA)$ nur durch einen anderen Eigennamen von A ersetzt werden. Betrachten wir folgendes Beispiel. Der Satz „K glaubt, daß die Partei immer recht hat“ möge wahr sein (symbolisch: $G(k, tA)$). Die Termini „glauben“ und „believe“ sowie „daß die Partei immer recht hat“ und „that the party is always right“ (tB) sind bedeutungsgleich. Folglich gilt: „K believes that the party is always right.“ Dieser Schluß ist unter den gegebenen Voraussetzungen vollkommen korrekt, kann aber in der gewählten Symbolik und in Sinowjews und Wuttichs Systemen der epistemischen Logik nicht vollzogen werden, da tA und tB Eigennamen von verschiedenen Aussagen sind.

Sinowjew verwendet in seinen Logiksystemen noch einen anderen Operator, der aus einer Aussage einen Terminus bildet. Es ist der Operator „die

Tatsache, daß ...“ ($\downarrow$). Wenn A eine Aussage ist, so ist $\downarrow A$ der Terminus „die Tatsache, daß A “. In Wuttich 1991 wird geprüft, ob $P(a, \downarrow A)$ eine angemessene Struktur für einfache epistemische Aussagen ist. Da bei einer solchen Auffassung aus der Aussage $G(k, \downarrow A)$ die Aussage A folgen würde, wird diese Struktur von Wuttich verworfen.

Der Fehler bei der charakterisierten Vorgehensweise besteht darin, daß für die zweite Argumentstelle in allen epistemischen Aussagen nach einer einzigen logischen Form gesucht wird. Es ist ein Vorurteil, daß alle epistemischen Aussagen Argumente gleicher logischer Form haben.

Für das weitere Vorgehen ist die Unterscheidung von Vorkommen von sprachlichen Ausdrücken als Termini und Aussagen und als bloß graphische Teile von zusammengesetzten Termini und Aussagen wichtig. Wenn beispielsweise A und B Aussagen sind, so kommen sie in $A \wedge B$, $A \vee B$, $\sim A$ usw. als Aussagen vor, während sie in tA und $\downarrow B$ nur graphische Teile eines Terminus sind. Es muß also in jedem Logikbereich genau definiert werden, was ein Vorkommen eines Terminus oder einer Aussage ist. Ersetzungsregeln für bedeutungsgleiche Termini und Aussagen gelten nur für Vorkommen von Termini und Aussagen, haben aber für Vorkommen von sprachlichen Ausdrücken als bloßen graphischen Teilen keine Gültigkeit.

Es ist verwunderlich, wie lasch und ungenau im Zusammenhang mit *intensional* genannten Kontexten auch von erstrangigen Logikern die Ersetzungsproblematik behandelt wird. Ich komme später darauf zurück.

Bei der folgenden Analyse der logischen Struktur einiger epistemischer Aussagen verwende ich neben der klassischen Aussagen- und Quantorenlogik folgende logischen Mittel:

1) Nichttraditionelle Prädikationstheorie

Die klassische Aussagenlogik wird durch folgende Regeln für die innere Negation $\neg$ erweitert, wobei die Syntax so gewählt ist, daß die innere Negation $\neg$ nur unmittelbar vor einer Prädikatenvariablen einmal vorkommen kann:

- a) Prädikatformeln $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ werden die Wahrheitswerte v und f genauso zugeschrieben wie den Aussagenvariablen. Dabei sind zwei Prädikatformeln verschieden genau dann, wenn sie sich graphisch unterscheiden.
- b) Wenn A den Wert v hat, so hat $\neg A$ den Wert f .
- c) Wenn $\neg A$ den Wert v hat, so hat A den Wert f .
- d) Wenn A den Wert f hat, so hängt der Wert von $\neg A$ nicht vom Wert von A ab, d. h., $\neg A$ kann sowohl den Wert v als auch den Wert f haben.
- e) Wenn $\neg A$ den Wert f hat, so hängt der Wert von A nicht vom Wert von $\neg A$ ab.

Kurz gesagt, zwei konträre Formeln A und $\neg A$ können nicht beide wahr, sie können aber beide falsch sein. Für eine Formel $\sim A \wedge \sim \neg A$ schreiben wir $?A$.

Explizit mache ich im weiteren von der nichttraditionellen Prädikations-theorie nur wenig Gebrauch. Implizit liegt diese Theorie jedoch allen weiteren Überlegungen zugrunde (vgl. Wessel 1989).

2) Theorie der logischen Folgebeziehung

Ich unterscheide zwischen klassischer, strenger und strikter logischer Folgebeziehung.

$A \vdash B$ ist eine gültige Regel der klassischen Folgebeziehung genau dann, wenn $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Logik ist.

$A \vdash B$ ist eine gültige Regel der strengen Folgebeziehung genau dann, wenn $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Logik ist und in B nur solche Variablen vorkommen, die auch in A vorkommen.

$A \vdash B$ ist eine gültige Regel der strikten Folgebeziehung genau dann, wenn $A \supset B$ eine Tautologie der klassischen Logik ist, in B nur Variablen vorkommen, die auch in A vorkommen, A keine Kontradiktion und B keine Tautologie ist (vgl. Wessel 1989).

3) Logische Termintheorie

Ein Terminus a schließt der Bedeutung nach den Terminus b ein (symbolisch: $ta \rightarrow tb$) genau dann, wenn jeder Gegenstand, der mit a bezeichnet werden soll, auch mit b bezeichnet werden soll.

Definition der Bedeutungsgleichheit:

$$ta \rightleftharpoons tb \equiv_{Def} (ta \rightarrow tb) \wedge (tb \rightarrow ta) \quad (\text{Wessel 1995})$$

4) Logische Theorie der Existenz und der existentiellen Belastung

E ist das Existenzprädikat. In der Existenzlogik gilt folgendes Axiom:

$$\sim \neg E(s).$$

Elementare prädikative Aussagen sind in dem Sinne existentiell belastet, daß sie nur wahr sein können, wenn die in ihnen vorkommenden Subjekttermini nicht leer sind.

In Wessel 1992 ist ein Regelsystem für die existentielle Belastung logisch zusammengesetzter Aussagen angegeben, und es wird nachgewiesen, daß alle Tautologien der klassischen Aussagen- und Quantorenlogik ohne Identität nicht existentiell belastet sind. Unseres Erachtens müssen alle logischen Theoreme frei von einer existentiellen Belastung sein.

Wie verhält es sich aber mit Aussagen über die logische Folgebeziehung und über den Bedeutungseinschluß von Termini? Ihrer logischen Form nach sind sie elementare prädikative Aussagen und deshalb existentiell belastet. Solche Aussagen haben die Form $\vdash (tA, tB)$ und $\rightarrow (ta, tb)$. Bei Aussagen dieser Form kann die existentielle Belastung aber allein durch die syntaktischen Bildungsregeln eingelöst werden. Wir akzeptieren deshalb folgende Regeln:

- R1.** Für $\vdash (tA, tB)$ ist die existentielle Belastung eingelöst genau dann, wenn A und B Formeln des entsprechenden Kalküls (bzw. Aussagen) sind.
- R2.** Für $\rightarrow (ta, tb)$ ist die existentielle Belastung eingelöst genau dann, wenn a und b Terminiformen gemäß den gewählten Terminibildungsregeln (bzw. Termini) sind.

Wir definieren nun einige terminibildende Operatoren.

Den Buchstaben t verwenden wir, um aus einem Terminus a einen Namen dieses Terminus (den Metaterminus) ta zu bilden und setzen fest:

- D1.** 1) $E(ta)$ (bzw. tta ist nicht leer) genau dann, wenn das sprachliche Gebilde a ein Terminus ist;
- 2) $\sim(ta \Rightarrow a)$ (korrekterweise hätten wir $\sim(tta \Rightarrow ta)$ schreiben müssen, zur Vereinfachung der Schreibweise lassen wir bei den Argumenten für das Prädikat des Bedeutungseinschlusses und der Bedeutungsgleichheit häufig ein t weg);
- 3) der Metaterminus ta darf nur durch einen anderen Namen des Terminus a ersetzt werden .

Den gleichen Buchstaben t verwenden wir auch als einen terminibildenden Operator, der aus einer Aussage A einen Namen dieser Aussage tA bildet und als „die Aussage A “ gelesen wird.

- D2.** 1) $E(tA)$ (bzw. ttA ist nicht leer) genau dann, wenn das sprachliche Gebilde A eine Aussage ist;
- 2) $\sim(tA \Rightarrow A)$;
- 3) der Terminus tA darf nur durch einen anderen Namen der Aussage A ersetzt werden.

Eine Verwechslung der beiden in D1 und D2 definierten Operatoren schließen wir dadurch aus, daß wir festsetzen, daß im weiteren immer das richtige Argument (Terminus oder Aussage) gewählt wird.

Definitionsgemäß sind ta und tA individuelle Termini.

Im folgenden definieren wir die terminibildenden Operatoren l , s , e , $\downarrow$ und $\uparrow$, die alle aus einer Aussage einen Terminus bilden.

- D3.** 1) $E(lA)$ (bzw. tlA ist nicht leer) genau dann, wenn tA eine Aussage ist;
 2) $tlA \rightleftharpoons tlB$ genau dann, wenn $A \dashv\vdash B$.
- D4.** 1) $E(sA)$ (bzw. tsA ist nicht leer) genau dann, wenn tA eine Aussage ist;
 2) $tsA \rightleftharpoons tsB$ genau dann, wenn $tlA \rightleftharpoons tlB$ oder $A \wedge C \dashv\vdash B \wedge C$, wobei C wahr ist und die Form $ta \rightleftharpoons tb$ hat oder eine Konjunktion von wahren Aussagen der Form $ta \rightleftharpoons tb$ ist.
- D5.** 1) $E(eA)$ (bzw. teA ist nicht leer) genau dann, wenn tA eine Aussage ist;
 2) $teA \rightleftharpoons teB$ genau dann, wenn $A \equiv B$ wahr ist.
- D6.** 1) $E(\downarrow A)$ (bzw. $t\downarrow A$ ist nicht leer) genau dann, wenn A (A gilt, tA wahr ist);
 2) $t\downarrow A \rightleftharpoons t\downarrow B$ genau dann, wenn $tsA \rightleftharpoons tsB$.
- D7.** 1) $E(\uparrow A)$ (bzw. $t\uparrow A$ ist nicht leer) genau dann, wenn $\sim A$ ($\sim A$ gilt, $t\sim A$ wahr ist);
 2) $t\uparrow A \rightleftharpoons t\uparrow B$ genau dann, wenn $tsA \rightleftharpoons tsB$.

Die in D3–D7 definierten Operatoren ermöglichen es, daß-Konstruktionen (daß-Ausdrücke) der natürlichen Sprache zu analysieren.

In ta kommt a nicht als Terminus, sondern nur als graphischer Teil vor. In tA , sA , eA , $\downarrow A$ und $\uparrow A$ kommt A nicht als Aussage, sondern nur als graphischer Teil vor.

Lesevorschläge für die Termini lA , sA , eA , $\downarrow A$ und $\uparrow A$:

- 1) lA – das, was tA bedeutet,
- 2) sA – der Sachverhalt A ,
- 3) eA – der Wahrheitswert von A ,
- 4) $\downarrow A$ – die Tatsache, daß A ; die Tatsache A ;
- 5) $\uparrow A$ – die Untatsache A . Diesen schönen Terminus habe ich von E. Mally übernommen.

Maßgebend für die Verwendung von lA , sA , eA , $\downarrow A$ und $\uparrow A$ sind jedoch nur die in D3–D7 getroffenen Festlegungen und nicht irgendwelche psychischen Assoziationen des Lesers, die bei der vorgeschlagenen Lesart entstehen.

In den Definitionen D3, D4, D6 und D7 ist noch offengelassen, welchen Typ der logischen Folgebeziehung wir wählen. Wählen wir die klassische Folgebeziehung, so bezeichnen wir die Definitionen als D3a, D4a usw., wählen wir die strenge Folgebeziehung, so bezeichnen wir sie als D3b usw. und wählen wir die strikte Folgebeziehung, so bezeichnen wir sie als D3c usw.

Mit Hilfe der definierten terminibildenden Operatoren ist eine detailliertere Analyse epistemischer Kontexte möglich als sie bisher in der Literatur vorliegt. Sie haben aber auch Anwendungsmöglichkeiten bei der logischen Analyse modaler und anderer *intensional* genannter Kontexte.

Der Operator e wird bei der Analyse epistemischer Kontexte nicht benötigt. Mit seiner Hilfe läßt sich aber beispielsweise der Wahrheitskalkül von Wrights mit dem Operator „Es ist wahr, daß ...“ kritisch analysieren.

Wäre Freges Konzept, daß Aussagen das Wahre oder das Falsche bezeichnen, richtig, so könnte man mit Hilfe des Operators e die folgende Ersetzungsregel für beliebige Kontexte rechtfertigen:

$$\frac{A \equiv B \quad C}{C[A/B]}.$$

Unseres Erachtens gibt es aber keinen logischen Grund, diese Ersetzbarkeitsregel zu akzeptieren. Nach dieser Regel dürfte man in beliebigen Kontexten alle wahren Aussagen gegenseitig ersetzen, ebenso wie man alle falschen Aussagen gegenseitig ersetzen dürfte. Diese Regel ist offensichtlich nicht gültig.

Man muß zwischen Ersetzbarkeitsregeln in logischen Kalkülen und in beliebigen Kontexten unterscheiden. In der Literatur wird häufig von der Ersetzung äquivalenter Aussagen und Termini gesprochen. Diese Redeweise ist zumindest unklar, wenn nicht sogar falsch. In beliebigen Kontexten kann es sich nur um die Ersetzung von bedeutungsgleichen Aussagen und Termini handeln. Der Begriff der Äquivalenz $\approx$ ist nur für Formeln definiert und auch nur für Formeln sinnvoll. Im Rahmen eines wahrheitsfunktionalen Kalküls gilt dann für Formeln folgendes Ersetzbarkeitstheorem:

$$\frac{A \approx B}{C \approx C[A/B]}.$$

In deduktiven Logiksystemen gelten folgende Ersetzbarkeitsregeln ($\vdash$ bedeute: „ist logisch beweisbar“, $\neg$ bedeute: „ist logisch widerlegbar“):

$$\frac{\vdash A \equiv B \quad \vdash C}{\vdash C[A/B]} \quad \frac{\vdash A \equiv B \quad \neg C}{\neg C[A/B]}.$$

In der logischen Termintheorie gelten:

$$\frac{\vdash ta \rightleftharpoons tb \quad \vdash A}{\vdash A[a/b]} \quad \frac{\vdash ta \rightleftharpoons tb \quad \neg A}{\neg A[a/b]}.$$

Die folgende Regel ist nicht gültig

$$\frac{ta \rightleftharpoons tb \quad \vdash A}{\vdash A[a/b]},$$

da $ta \rightleftharpoons tb$ nicht aus logischen Gründen gilt.

Für Identität ist die folgende Regel sinnlos

$$\frac{\vdash a = b \quad \vdash A}{\vdash A[a/b]},$$

da $a = b$ nie logisch beweisbar ist (Wessel 1992), gültig ist hingegen die Regel

$$\frac{a = b \quad A}{A[a/b]}.$$

Bei den bisher angegebenen Ersetzungsregeln handelt es sich um Regeln logischer Kalküle. Bei der Problematik von Ersetzungen in beliebigen Kontexten haben wir es nicht mehr mit Formeln und Terminformen, sondern mit Aussagen und Termini zu tun. Es wurde bereits gesagt, daß der Begriff der Äquivalenz für Aussagen sinnlos ist. In beliebigen Kontexten dürfen nur bedeutungsgleiche Termini und Aussagen ersetzt werden. Auf die Schwierigkeiten der Ersetzungsproblematik mit Identitätsaussagen wird in Pardey 1994 aufmerksam gemacht. Wir klammern hier diese Problematik aus. Wann Termini bedeutungsgleich sind, wurde in der Termintheorie definiert. Für Aussagen legen wir fest: Wenn $A \dashv\vdash B$, $\vdash$ ist hier die strikte Folgebeziehung, so $tA \rightleftharpoons tB$. Wenn $ta \rightleftharpoons tb$, so $tA \rightleftharpoons tA[a/b]$. Für Tautologien und Kontradiktionen kann man zusätzlich folgende Festlegungen treffen: Alle Tautologien sind bedeutungsgleich. Alle Kontradiktionen sind bedeutungsgleich. Je nachdem, ob man diese zusätzlichen Festlegungen trifft oder nicht, darf man dann alle Tautologien gegenseitig ersetzen und alle Kontradiktionen ebenso

oder man darf Tautologien und Kontradiktionen überhaupt nicht ersetzen.

Unter diesen Voraussetzungen gelten dann folgende Ersetzungsregeln für beliebige Kontexte:

$$\frac{ta \rightleftharpoons tb}{A} \quad \frac{tA \rightleftharpoons tB}{C[A/B]}.$$

Wir stellen uns hier nicht das Ziel, mit Hilfe der oben definierten Operatoren eine vielleicht nicht triviale epistemische Logik aufzubauen, sondern wollen nur einige Probleme erörtern. Zunächst ergibt sich die Frage, welche Arten von Termini bei den einzelnen epistemischen Prädikaten an der zweiten Argumentstelle auftreten können. Offenbar kann man nur eine Aussage kennen, verstehen, verwerfen oder akzeptieren, d. h., epistemische Aussagen mit den Prädikaten K , V , U und A haben alle die Form $P(a, tA)$. Für das Prädikat „glauben“ sind folgende Fälle möglich: $G(a, tA)$ und $G(a, sA)$, wobei gilt

$$\mathbf{T1.} \quad G(a, tA) \vdash G(a, sA),$$

während die umgekehrte Folgebeziehung nicht gilt. Es gilt nur:

$$\mathbf{T2.} \quad G(a, sA) \vdash \exists \alpha (tA \rightleftharpoons \alpha \wedge G(a, \alpha)).$$

Für das Prädikat „wissen“ sind folgende drei Fälle möglich: $W(a, tA)$, $W(a, sA)$ und $W(a, \downarrow A)$, wobei gilt

$$\mathbf{T3.} \quad W(a, tA) \vdash W(a, sA)$$

$$\mathbf{T4.} \quad W(a, tA) \vdash W(a, \downarrow A)$$

$$\mathbf{T5.} \quad W(a, sA) \not\vdash W(a, \downarrow A)$$

$$\mathbf{T6.} \quad W(a, tA) \vdash A$$

$$\mathbf{T7.} \quad W(a, sA) \vdash A$$

$$\mathbf{T8.} \quad W(a, \downarrow A) \vdash A,$$

während folgende Beziehungen nicht gelten:

$$W(a, \downarrow A) \vdash W(a, tA)$$

$$W(a, sA) \vdash W(a, tA).$$

Es gilt nur:

$$\mathbf{T9.} \quad W(a, \downarrow A) \vdash \exists \alpha (tA \rightleftharpoons \alpha \wedge W(a, \alpha)),$$

$$\mathbf{T10.} \quad W(a, sA) \vdash \exists \alpha (tA \rightleftharpoons \alpha \wedge W(a, \alpha)).$$

In der epistemischen Logik wird die Problematik diskutiert, ob man Tautologien und Kontradiktionen wissen, glauben usw. kann. Wenn man daran festhält, daß für das Wissensprädikat die oben angegebenen Regeln gelten, so kann man Kontradiktionen nicht wissen, d.h., es gilt: Wenn A eine Kontradiktion ist, so $\sim W(a, tA)$, $\sim W(a, sA)$ und $\sim W(a, \downarrow A)$. Zulässig sind für Kontradiktionen nur Formeln wie $K(a, tA)$, $K(a, sA)$. Legt man D7a und D7b zugrunde, so gilt $W(a, \uparrow A) \vdash \sim A$. Nach D7c ist auch diese Formel nicht zulässig.

Wenn A eine Tautologie ist, so sind Formeln der Form $W(a, tA)$ und $W(a, sA)$ erfüllbar. Aus einer Formel $W(a, sA)$ beispielsweise ergeben sich unterschiedliche Konsequenzen in Abhängigkeit davon, welchen Typ der logischen Folgebeziehung man in den Definitionen gewählt hat. Hat man die klassische Folgebeziehung gewählt, so gilt: Wenn a eine Tautologie A weiß, weiß er alle Tautologien. Bei der strengen Folgebeziehung gilt: Wenn a eine Tautologie A weiß, weiß er alle Tautologien mit den gleichen Variablen.

Aus den getroffenen Definitionen ergeben sich interessante Beziehungen zwischen Aussagen und Termini.

Wenn $\sim A$, so ist $t\downarrow A$ leer.

Wenn A , so ist $t\uparrow A$ leer.

Wenn A , so ist $t\downarrow \sim A$ leer.

Wenn $\sim A$ oder $\sim B$, so ist $t\downarrow (A \wedge B)$ leer.

Wenn $\sim A$ und $\sim B$, so ist $t\downarrow (A \vee B)$ leer.

Wenn A und B , so ist $t\uparrow (A \wedge B)$ leer.

Wenn A oder B , so ist $t\uparrow (A \vee B)$ leer.

Wenn $\sim P(a)$, so ist $t\downarrow \forall x P(x)$ leer.

Wenn $\forall x \sim P(x)$, so ist $t\downarrow \exists x P(x)$ leer.

Wenn $P(a)$, so ist $t\uparrow \exists x P(x)$ leer.

Außerdem gelten:

$$A \supset (t\downarrow A \rightleftharpoons tsA)$$

$$\sim A \supset \sim (t\downarrow A \rightleftharpoons tsA)$$

$$\sim A \supset (t\uparrow A \rightleftharpoons tsA)$$

$$A \supset (t\uparrow \sim A \rightleftharpoons ts\sim A).$$

Mit der hier vorgeschlagenen Terminologie läßt sich das eingangs geschilderte scheinbare Puzzle von Kripke leicht auflösen. Ich verwende folgende Abkürzungen: p für „Pierre“, A für den Satz „*Londres est jolie*“, B für den Satz „*London is not pretty*“. Für „Pierre glaubt den Satz A “ schreibe ich $G(p, tA)$ und für „Pierre glaubt den Satz B “ entsprechend $G(p, tB)$. Die beiden Sätze $G(p, tA)$ und $G(p, tB)$ bilden den Ausgangspunkt von Kripkes Paradox. Nach T1 folgt aus ihnen $G(p, sA)$ und $G(p, sB)$. Bis jetzt gibt es noch nichts Paradoxes. Aus $G(p, sA)$ und $G(p, sB)$ folgt nach T2 nur, daß es einen Terminus α und einen Terminus β gibt, die entsprechend mit den Termini sA und sB bedeutungsgleich sind, und für die gilt $G(p, \alpha)$ und $G(p, \beta)$. In Pierres Fall wissen wir sogar, daß das die Termini sA und sB sind. Etwas anders sieht die Situation für die Glücklichen aus, zu denen ich auch Kripke und mich zähle, die zumindest soviel Englisch und Französisch beherrschen, daß sie wissen: $tsA \Leftrightarrow ts\sim B$ und $ts\sim A \Leftrightarrow tsB$. Für sie ist dann klar, daß der arme Pierre an etwas Widersprüchliches glaubt: $G(p, sA) \wedge G(p, s\sim A)$. Und noch schlimmer, er weiß es noch nicht einmal, denn es gilt nicht: $G(p, tA) \wedge G(p, t\sim A)$. Immer noch nichts Paradoxes. Denn geht es uns nicht allen manchmal so, daß wir an etwas Widersprüchliches glauben, solange der Widerspruch nicht explizit ist?

Dem armen Pierre können wir helfen, indem wir ihn die Sprachregeln $tsA \Leftrightarrow ts\sim B$ und $ts\sim A \Leftrightarrow tsB$ lehren. Wenn er nach der Beherrschung dieser Regeln nicht verzweifelt, weil er sich in Widersprüche verstrickt hat, so wird er entweder ein dogmatischer Dialektiker, der auf seiner Meinung beharrt, oder er wird ein analytischer Philosoph, der über die Schwierigkeit von Werturteilen wie „*Londres est jolie*“ nachdenkt.

Literatur:

- Heidolph, K. E., W. Flämig, W. Motsch, *Grundzüge einer deutschen Grammatik*, Berlin 1984.
- Kripke, S. A., A Puzzle about Belief. In: N. Salmon/S. Soames (Hrsg.), *Propositions and Attitudes*, Oxford 1988, 103–148.
- Mally, E., *Logische Schriften*, Dordrecht-Holland 1971.
- Pardey, U., *Identität, Existenz und Reflexivität*, Weinheim 1994.
- Wessel, H., Modalitäten in empirischen Wissenschaften. In: Wessel, H. (Hrsg.), *Logik und empirische Wissenschaften*, Berlin 1977.

Wessel, H., *Logik*. Berlin 1989.

Wessel, H., Existenz, Ununterscheidbarkeit, Identität. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin. Reihe Geistes- und Sozialwiss.* 41(1992)9, 30–39.

Wessel, H., Grundlagen einer Termintheorie. *Zeitschrift für Semiotik*, 17 (1995).

Wuttich, K., *Glaube, Zweifel, Wissen*. Berlin 1991.

Zinov'ev, A. A., Očerki epistemičeskoj logiki, *Teorie a metoda*, VII/4(1975), 37–46.

Zinov'ev, A. A., *Logical Physics*, Dordrecht/Holland 1983.

Einige Schwierigkeiten im Umgang mit Ersetzbarkeitsregeln*

In seinem Aufsatz „Über Sinn und Bedeutung“ schrieb Frege:

„Wenn unsere Vermutung richtig ist, daß die Bedeutung eines Satzes sein Wahrheitswert ist, so muß dieser unverändert bleiben, wenn ein Satzteil durch einen Ausdruck von derselben Bedeutung, aber anderem Sinne ersetzt wird. Und das ist in der Tat der Fall. Leibniz erklärt geradezu: ‚Eadem sunt, quae sibi mutuo substitui possunt, salva veritate.‘“ (Frege 1975, S. 49, 50)

Diese Bemerkung enthält eine klare Formulierung der Ersetzbarkeitsregel für beliebige Kontexte. Innerhalb der Fregeschen Logikkonzeption ist so eine Ersetzbarkeitsregel sinnvoll, weil für Frege die Bedeutung eines Satzes ein Wahrheitswert ist – die Wahrheit oder die Falschheit. Nach Frege sind Sätze Namen, die die Wahrheit oder die Falschheit bezeichnen. Ich teile nicht die Auffassung, daß Sätze Namen sind und daß ihre Bedeutung ein Wahrheitswert ist. Folglich kann ich auch nicht die oben angegebene Ersetzbarkeitsregel für beliebige Kontexte als logisch gültige Regel akzeptieren. Es gibt keinen vernünftigen Grund, diese Regel als universell gültig anzusehen, weil die Bedeutungen von Sätzen keine Wahrheitswerte und in anderer Weise zu definieren sind. Wenn wir zum Beispiel ein mathematisches Lehrbuch nehmen und in ihm jeden zweiten wahren Satz durch einen wahren geographischen oder wahren medizinischen ersetzen, so erhalten wir nicht etwa ein mathematisch-geographisch-medizinisches Lehrbuch, sondern einfach Unsinn.

Wir müssen zwischen Ersetzbarkeitsregeln in logischen Kalkülen (Theorien) und solchen für beliebige Kontexte unterscheiden.

*Überarbeitete Fassung eines Vortrages, der im Oktober 1998 auf dem Internationalen Symposium „Gottlob Frege: Philosophy of Logic, Language and Knowledge“ in Bonn gehalten wurde. Erstveröffentlichung.

In logischen Kalkülen (Theorien) sind die folgenden üblichen Ersetzbarkeitsregeln gültig:

$$\frac{X \equiv Y}{Z[X/Y]} \quad \text{oder} \quad \frac{tX \approx tY}{Z[X/Y]},$$

hierbei sind $\equiv$ die Bisubjunktion (materiale Äquivalenz), $\approx$ die semantische Äquivalenz und t ein terminibildender Operator, der aus einem Satz (einer Formel) einen Namen dieses Satzes (dieser Formel) bildet. Insbesondere in der polnischen Tradition werden diese Ersetzbarkeitsregeln *Extensionalitätsregeln* genannt (s. beispielsweise Śłupecki/Borkowski 1967, S. 43, 115). Łukasiewicz nannte die entsprechenden Formeln *Prinzipien der Extensionalität*. Er schrieb:

„The formula $CEpqC\phi p\phi q$ [wobei ϕ eine Funktorenvariable ist, H. W.] is called in logic the principle of extensionality for ϕ . In a wider sense we may also thus call the formulae $CCpqC\phi p\phi q$ and $CCpqC\phi q\phi p$, because we get from them by $CEpqCpq$ or $CEpqCqp$ and the hypothetical syllogism the principle $CEpqC\phi p\phi q$.“ (Łukasiewicz 1970, S. 362)

Meiner Ansicht nach handelt es sich bei diesen Regeln überhaupt nicht um logische Regeln, sie sind einfach technische Regeln in einigen logischen Kalkülen. Faktisch handelt es sich um Hilfsregeln in einigen deduktiven Logiksystemen. Es gibt keinen vernünftigen Grund, diese Regeln als universell gültig zu akzeptieren.

Frege sah selber, daß es Schwierigkeiten mit seiner Ersetzbarkeitsregel für beliebige Kontexte gibt. Insbesondere gibt es Probleme mit Daß-Sätzen. Er unterschied zwischen gewöhnlicher und ungewöhnlicher Rede. In der gewöhnlichen Rede ist die Bedeutung eines Satzes ein Wahrheitswert, in der ungewöhnlichen Rede (gerade oder ungerade Rede), ist die Bedeutung eines Satzes nicht ein Wahrheitswert, sondern sein Sinn.

„In diesen Fällen ist es nicht erlaubt, in dem Nebensatze einen Ausdruck durch einen anderen zu ersetzen, der dieselbe gewöhnliche Bedeutung hat, sondern nur durch einen solchen, welcher dieselbe ungerade Bedeutung, d. h. denselben gewöhnlichen Sinn hat.“ (Frege 1975, S. 52)

Demnach ist in der ungewöhnlichen Rede der Sinn eines Satzes seine ungerade Bedeutung. Meiner Ansicht nach ist ein wesentlicher Grund für Freges

Unterscheidung zwischen Bedeutung und Sinn seine Absicht, die Ersetzbarkeitsregel für beliebige Kontexte zu retten. Aber seine Lösung ist nicht befriedigend. Wenn in der ungewöhnlichen Rede die Bedeutung eines Satzes sein Sinn ist, was ist dann der neue Sinn des Satzes in diesem Falle? Oder sind in diesem Falle Bedeutung und Sinn identisch und wir benötigen diese Unterscheidung nicht?

Nehmen wir zum Beispiel den Satz:

Max glaubt, daß Uwe weiß, daß Klaus toll ist.

Symbolisch: $G(M, W(U, p))$,

wobei G für „glaubt“, W für „weiß“, M für „Max“, U für „Uwe“ und p für „Klaus ist toll“ stehen. In $W(U, p)$ ist die Bedeutung von p sein Sinn. In $G(M, W(U, p))$ ist die Bedeutung $W(U, p)$ sein Sinn. Doch wie kommt man vom Sinn von p zu dem Sinn von $W(U, p)$? In Freges Theorie gibt es keine Antwort auf diese Frage.

Ich schlage eine andere Lösung der mit Daß-Sätzen zusammenhängenden Probleme vor.

Ich verwende folgende Symbole:

$\sim$ – Negation,

$\wedge$ – Konjunktion,

$\vee$ – Adjunktion (Disjunktion),

$\supset$ – Subjunktion (materiale Implikation),

$\equiv$ – Bisubjunktion (materiale Äquivalenz),

E – Existenzprädikat,

$\vdash$ – logische Folgebeziehung.

Termini und Sätze können in unterschiedlicher Weise als Teil von anderen Termini und Sätzen auftreten. Einmal spielen sie weiter die Rolle von Termini und Sätzen, zum anderen kommen sie bloß als graphische Teile vor, die nicht mehr als Termini und Sätze fungieren. Im ersten Falle spreche ich von einem Vorkommen als Terminus oder als Satz, im zweiten Falle nur von einem graphischen Vorkommen. In den Sätzen $X \wedge Y$, $Y \vee X$ und $X \supset Y$ kommen beispielsweise die Sätze X und Y als Sätze vor, und in den Sätzen $P(a)$ und $Q(a, b)$ kommen die Termini P , Q , a , und b als Termini vor. In den Sätzen „Das Wort Menschenrechte ist viersilbig“ und „Die Aussage p ist wahr“ kommen das Wort Menschenrechte und p nicht als Terminus oder als Satz vor, sondern nur als ein graphischer Teil. Um den Unterschied zwischen

einem Vorkommen als Terminus oder als Satz und einem Vorkommen als bloß graphischer Teil zu erklären, betrachten wir den wahren englischen Satz:

„The word trisyllabic is not trisyllabic.“

Bei einer Wort-für-Wort-Übersetzung dieses Satzes ins Deutsche (d. h. bei einer Ersetzung aller englischen Worte durch die deutschen Worte mit derselben Bedeutung), erhalten wir den falschen deutschen Satz:

„Das Wort dreisilbig ist nicht dreisilbig“.

Dies zeigt nicht, daß die Ersetzbarkeitsregel nicht universell gültig ist. Die Ersetzbarkeitsregel der Logik gilt nur für Vorkommen als Termini und als Sätze und nicht für beliebige graphische Vorkommen. Die korrekte Übersetzung des englischen Satzes ins Deutsche ist natürlich die folgende:

„Das Wort trisyllabic ist nicht dreisilbig“,

weil das erste Vorkommen des Wortes trisyllabic in dem englischen Satz nur ein Vorkommen als graphischer Teil ist.

Jedes Vorkommen als Terminus und als Satz ist auch ein Vorkommen als graphischer Teil, aber nicht jedes Vorkommen als graphischer Teil ist auch ein Vorkommen als Terminus oder als Satz. In jedem Bereich der Logik muß deshalb präzise definiert werden, was ein Vorkommen als Terminus oder als Satz ist.

Ich unterscheide drei Formen der logischen Folgebeziehung:

- 1) $X \vdash Y$ ist eine gültige Regel der klassischen Folgebeziehung genau dann, wenn $X \supset Y$ eine Tautologie der klassischen Logik ist.
- 2) $X \vdash Y$ ist eine gültige Regel der strengen Folgebeziehung genau dann, wenn $X \supset Y$ eine Tautologie der klassischen Logik ist und in Y nur solche Variablen vorkommen, die auch in X vorkommen.
- 3) $X \vdash Y$ ist eine gültige Regel der strikten Folgebeziehung genau dann, wenn $X \supset Y$ eine Tautologie der klassischen Logik ist und in Y nur solche Variablen vorkommen, die auch in X vorkommen, X keine Kontradiktion und Y keine Tautologie ist.

$X \dashv\vdash Y$ ist eine Abkürzung für $X \vdash Y$ und $Y \vdash X$ (vgl. Wessel 1998, Kapitel 7).

Ich verwende den Buchstaben t , um aus einem Terminus a einen Namen dieses Terminus ta (einen Metaterminus) zu bilden, und ich treffe die folgenden Definitionen:

- D1.** Ein Terminus a schließt der Bedeutung nach einen Terminus b ein (symbolisch: $ta \rightarrow tb$) genau dann, wenn jedes Objekt, das mit dem Terminus a bezeichnet werden soll, auch mit dem Terminus b bezeichnet werden soll.

Definition der Bedeutungsgleichheit:

- D2.** $ta \rightleftharpoons tb \equiv_{Def} (ta \rightarrow tb) \wedge (tb \rightarrow ta)$

Für den Operator t gelten folgende Behauptungen:

- 1) $E(ta)$ (bzw. tta ist nicht leer) genau dann, wenn der Ausdruck a ein Terminus ist;
- 2) $\sim(tta \rightleftharpoons ta)$;
- 3) der Metaterminus ta darf nur durch einen anderen Namen des Terminus a ersetzt werden.

(Ausführlicher ist die Terminitheorie in Wessel 1995a, Wessel 1998, Kapitel 14 dargestellt.)

Ich verwende denselben Buchstaben t , um aus einem Satz X einen Namen dieses Satzes tX zu bilden. tX kann als „der Satz X “ gelesen werden. Ich akzeptiere die folgenden Terminiregeln:

- TR1.** 1) $E(tX)$ (bzw. ttX ist nicht leer) genau dann, wenn der Ausdruck X ein Satz ist;
- 2) $\sim(ttX \rightleftharpoons tX)$;
 - 3) der Terminus tX darf nur durch einen anderen Namen des Satzes X ersetzt werden.

ta und tX sind individuelle Termini.

Im folgenden führe ich die Operatoren l , s , e , $\downarrow$ und $\uparrow$ ein, die alle aus einem Satz einen Terminus bilden.

- TR2.** 1) $E(lX)$ (bzw. tlX ist nicht leer) genau dann, wenn tX ein Satz ist;
- 2) $tlX \rightleftharpoons tlY$ genau dann, wenn $X \dashv\vdash Y$.

- TR3.** 1) $E(sX)$ (bzw. tsX ist nicht leer) genau dann, wenn tX ein Satz ist;
- 2) $tsX \rightleftharpoons tsY$ genau dann, wenn $tlX \rightleftharpoons tlY$ oder $X \wedge Z \dashv\vdash Y \wedge Z$, wobei Z wahr ist und die Form $tA \rightleftharpoons tB$ hat oder eine Konjunktion von wahren Sätzen der Form $tA \rightleftharpoons tB$ ist.

TR4. 1) $E(eX)$ (bzw. teX ist nicht leer) genau dann, wenn tX ein Satz ist;

2) $teX \Leftrightarrow teY$ genau dann, wenn $X \equiv Y$ wahr ist.

TR5. 1) $E(\downarrow X)$ (bzw. $t\downarrow X$ ist nicht leer) genau dann, wenn X (tX wahr ist);

2) $t\downarrow X \Leftrightarrow t\downarrow Y$ genau dann, wenn $tsX \Leftrightarrow tsY$.

TR6. 1) $E(\uparrow X)$ (bzw. $t\uparrow X$ ist nicht leer) genau dann, wenn $\sim X$ ($t\sim X$ wahr ist);

2) $t\uparrow X \Leftrightarrow t\uparrow Y$ genau dann, wenn $tsX \Leftrightarrow tsY$.

Die Termini lX , sX , eX , $\downarrow X$ und $\uparrow X$ können wie folgt gelesen werden:

- 1) lX – die Bedeutung von tX ,
- 2) sX – der Sachverhalt (die Proposition) X ,
- 3) eX – der Wahrheitswert von X ,
- 4) $\downarrow X$ – die Tatsache (der Fakt) X ;
- 5) $\uparrow X$ – die Untatsache X .

Jedoch ist die Verwendung der Termini lX , sX , eX , $\downarrow X$ und $\uparrow X$ nur durch unsere Termineregeln TR1–TR6 bestimmt, und nicht durch irgendwelche Assoziationen des Lesers.

Lassen Sie mich ein Beispiel für den Untatsachenoperator geben, das von Frege als politischem Schriftsteller stammt. Er erklärte:

„Bebel wähnt, daß durch die Rückgabe Elsaß-Lothringens Frankreichs Rachegeleüste beschwichtigt werden können.“ (Frege 1975, S. 62)

Die logische Form dieses Satzes ist $W\ddot{a}(B, \uparrow X)$.

Das Symbol $\vdash$ in TR1–TR6 kann als klassische, strenge oder strikte Folgebeziehung interpretiert werden. a kommt in ta nicht als Terminus sondern als graphischer Teil vor, und in TR1–TR6 kommt X in tX , sX , eX , $\downarrow X$ und $\uparrow X$ nicht als Satz, sondern als graphischer Teil vor. Die Ersetzbarkeitsregeln der Logik sind nur für Vorkommen als Termini und Sätze gültig, nicht jedoch für graphische Teile.

Ich definiere die Bedeutungsgleichheit für Sätze wie folgt:

- D3.** 1) $tX \rightleftharpoons tY$ genau dann, wenn $X \dashv\vdash Y$, wobei $\vdash$ die strikte Folgebeziehung ist;
- 2) wenn $ta \rightleftharpoons tb$, so $tX \rightleftharpoons tX[a/b]$;
- 3) alle Tautologien sind bedeutungsgleich, und alle Kontradiktionen sind bedeutungsgleich.

Ich akzeptiere die folgenden Ersetzbarkeitsregeln für beliebige Kontexte:

$$\frac{ta \rightleftharpoons tb}{X} \quad \frac{tX \rightleftharpoons tY}{Z} \quad \frac{X}{X[a/b]} \quad \frac{Z}{Z[X/Y]} .$$

Diese Regeln unterscheiden sich wesentlich von den üblichen Ersetzbarkeitsregeln (von den Extensionalitätsprinzipien).

Mit Hilfe der oben definierten Operatoren können Daß-Konstruktionen der natürlichen Sprache logisch analysiert werden. Im folgenden beschränke ich meine Überlegungen auf eine Analyse von epistemischen Sätzen. Ich verwende folgende Abkürzungen für epistemische Prädikate: A für „akzeptieren“, G für „glauben“, K für „kennen“, U für „verwerfen“, V für „verstehen“ und W für „wissen“. Als logische Struktur von elementaren epistemischen Sätzen wird in der wissenschaftlichen Literatur meist $P(a, X)$ angegeben, wobei P eines der epistemischen Prädikate, a der Name einer Person und X ein Satz ist. Doch solch eine Struktur ist syntaktisch fehlerhaft. Wenn P ein zweistelliges Prädikat ist, so bildet es nur zusammen mit zwei Termini einen Satz, jedoch nicht zusammen mit einem Terminus und einem Satz.

Die Analyse epistemischer Sätze durch Sinowjew unterscheidet sich von der in der Literatur üblichen. Er stellt elementare epistemische Sätze in der Form $P(a, tX)$ dar, wobei a der Name einer Person und tX ein Terminus ist, der X bezeichnet. t ist derselbe Operator wie in TR1. Die Analyse elementarer epistemischer Sätze durch Sinowjew ist syntaktisch korrekt, doch seine Analyse ist unbefriedigend, da sie es nicht erlaubt, viele intuitiv vollkommen akzeptable Schlüsse zu ziehen. Meiner Ansicht nach haben verschiedene Daß-Konstruktionen unterschiedliche logische Eigenschaften, und es ist deshalb hoffnungslos, eine einheitliche Lösung des Problems zu suchen.

Im Rahmen der epistemischen Logik ist es eine Kernfrage, welche Art von Termini aus den Regeln TR1–TR6 an der zweiten Argumentstelle in elementaren epistemischen Sätzen stehen können. Es ist offensichtlich, daß wir nur einen Satz kennen, verstehen, akzeptieren und verwerfen können. Das bedeutet, alle epistemischen Sätze mit den Prädikaten K , V , A und

U haben die logische Form $P(a, tX)$. Für das Prädikat „glauben“ sind die beiden folgenden Fälle möglich: $G(a, tX)$ und $G(a, sX)$, wobei

$$G(a, tX) \vdash G(a, sX)$$

gültig ist, während die umgekehrte Folgebeziehung nicht gilt.

Für das Prädikat „wissen“ sind die folgenden drei Fälle möglich: $W(a, tX)$, $W(a, sX)$ und $W(a, \downarrow X)$, wobei

$$W(a, tX) \vdash W(a, sX)$$

$$W(a, tX) \vdash W(a, \downarrow X)$$

$$W(a, sX) \not\vdash W(a, \downarrow X)$$

$$W(a, tX) \vdash X$$

$$W(a, sX) \vdash X$$

$$W(a, \downarrow X) \vdash X$$

gültig sind, während die folgenden Regeln nicht gelten:

$$W(a, \downarrow X) \vdash W(a, tX)$$

$$W(a, sX) \vdash W(a, tX).$$

Nur die folgenden schwächeren Regeln sind gültig:

$$W(a, \downarrow X) \vdash \exists \alpha (tX \rightleftharpoons \alpha \wedge W(a, \alpha)),$$

$$W(a, sX) \vdash \exists \alpha (tX \rightleftharpoons \alpha \wedge W(a, \alpha)).$$

Mit Hilfe der vorgeschlagenen Terminologie ist eine detailliertere Analyse von sogenannten intensionalen Kontexten ohne jegliche Einschränkung unserer Ersetzbarkeitsregel gültig. Beispielsweise verliert das bekannte Kripke-Puzzle bezüglich des Glaubens seinen Rätselcharakter (Wessel 1995b).

Wenn wir die Terminregeln TR1–TR6 akzeptieren, lassen sich einige zusätzliche Ersetzbarkeitsregeln beweisen. Im folgenden ist $A(\alpha)$ eine Formel (ein Satz) mit einem Vorkommen von α als Terminus, und $A(\alpha[a/b])$ bzw. $A(\alpha[X/Y])$ ist die Formel (der Satz), die (den) wir aus $A(\alpha)$ durch Ersetzung von a (von X) durch b (durch Y) in α erhalten.

Zusätzliche Ersetzbarkeitsregeln:

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{R1.} & \frac{\vdash ta \rightleftharpoons tb \quad A(lX)}{A(lX[a/b])} \qquad \frac{\vdash tX \rightleftharpoons tY \quad A(lZ)}{A(lZ[X/Y])} \\
 \mathbf{R2.} & \frac{ta \rightleftharpoons tb \quad A(sX)}{A(sX[a/b])} \qquad \frac{tX \rightleftharpoons tY \quad A(sZ)}{A(sZ[X/Y])} \\
 \mathbf{R3.} & \frac{ta \rightleftharpoons tb \quad A(\downarrow X)}{A(\downarrow X[a/b])} \qquad \frac{tX \rightleftharpoons tY \quad A(\downarrow Z)}{A(\downarrow Z[X/Y])} \\
 \mathbf{R4.} & \frac{ta \rightleftharpoons tb \quad A(\uparrow X)}{A(\uparrow X[a/b])} \qquad \frac{tX \rightleftharpoons tY \quad A(\uparrow Z)}{A(\uparrow Z[X/Y])} \\
 \mathbf{R5.} & \frac{X \equiv Y \quad A(eZ)}{A(eZ[X/Y])} .
 \end{array}$$

Dies sind interessante zusätzliche Regeln, da sie Ersetzungen von graphischen Teilen durch andere Ausdrücke erlauben, die gewöhnlich verboten sind. Die Regel 5 ist eine korrekte Formulierung der Extensionalitätsregel.

Wenn wir unseren Beispielsatz:

Max glaubt, daß Uwe weiß, daß Klaus toll ist

mit Hilfe unserer terminibildenden Operatoren symbolisieren, erhalten wir:

$$G(M, sW(U, \downarrow p)).$$

In diesem Ausdruck können wir schrittweise die erlaubten Ersetzungen vornehmen.

Literatur:

- Frege, G. 1975. Über Sinn und Bedeutung. In G. Patzig (Hrsg.), *Gottlob Frege. Function, Begriff, Bedeutung*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Lukasiewicz, J. 1970. A system of modal logic. In J. Lukasiewicz, *Selected Works*. Amsterdam/London: North-Holland Publishing Company, Warszawa: PWN – Polish Scientific Publishers.
- Ślipecki, J./Borkowski, L. 1967. *Elements of mathematical logic and set theory*. Oxford et al.: Pergamon Press, Warszawa: PWN – Polish Scientific Publishers.
- Wessel, H. 1995a. Grundlagen einer Termitheorie. *Zeitschrift für Semiotik* 17.
- . 1995b. Kripkes Puzzle ist kein Puzzle. *Ruch Filozoficzny*, Tom LII, Nr. 3-4.
- . 1997. Wider den Mythos intensionaler Kontexte. In G. Meggle (Hrsg.), *Analyomen 2. Proceedings of the 2nd Conference "Perspectives in Analytical Philosophy"*. Berlin/New York: de Gruyter.
- . ⁴1998. *Logik*. Berlin: Logos Verlag.
- Wessel, H./Wuttich, K. *daß-Termini – Intensionalität und Ersetzbarkeit*. Im Druck.
- Wuttich, K. 1991. *Glaube, Zweifel, Wissen*. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften.
- . 1998. Die Struktur von intensionalen Aussagen. In U. Scheffler/K. Wuttich (Hrsg.), *Termingebrauch und Folgebeziehung*. Berlin: Logos Verlag.
- Zinov'ev, A. A. 1975. Očerki epistemičeskoj logiki, *Teorie a metoda* VII/4: 37–46.
- . 1983. *Logical Physics*. Dordrecht/Holland: Reidel.

Bucher oder Descartes?*

Ich ging in Berlin so für mich hin, und nichts zu suchen war mein Sinn; da sah ich im Regal ein Büchlein stehn... Es war Theodor Buchers „Einführung in die angewandte Logik“, Walter de Gruyter, Berlin/New York 1987. Als eitler Wissenschaftler schaute ich natürlich zuerst ins Literaturverzeichnis und war hoch erfreut, dort nicht nur zwei meiner Bücher zu finden, sondern sie auch hervorragend benotet zu sehen (Sinowjew (A.)/Wessel (H.), *Logische Sprachregeln*, Fink, München 1975 – *Nichtklassische Logiken. Sehr fomal, umfassend, anspruchsvoll*; Wessel (H.), *Logik*, VEB, Berlin ²1986 – *Gründlich, anspruchsvoll, sehr gut, mit polnischer und russischer Literaturangabe zur Logik*). Natürlich kaufte ich das Buch, denn was Du schwarz auf weiß besitzt, kannst Du getrost nach Hause tragen.

Zuhause machte ich mich an die Anwendungen der Logik, d. h. an die Lösung der geistreichen Aufgaben. Schließlich gelangte ich auf S. 233 auch an die folgende Aufgabe:

„6) ,a) Wenn zwei Dinge einem Dritten gleich sind, dann sind sie es auch unter sich. b) Wenn zwei Dinge einem Dritten nicht gleich sind, dann sind sie auch unter sich nicht gleich‘. (R. Descartes, *règles pour la direction de l’esprit*. Règle XII).

1. Ist b) die Negation von a)?
2. Bestimmen Sie die Relationseigenschaften von a) und b)
3. Was wird von b) gegenüber a) verneint?
4. Geben Sie ein Gegenbeispiel zur Behauptung b).“

Nach längerem Nachdenken glaubte ich eine Lösung gefunden zu haben und verglich sie mit der folgenden von Bucher angegebenen auf S. 362 f.:

*Erstveröffentlichung.

- „6) 1. nein, obwohl es Descartes so versteht.
 2. a) reflexiv, symmetrisch, transitiv
 b) reflexiv, symmetrisch, intransitiv
 3. Es wird die Transitivität verneint. Descartes glaubt *clare et distincte* zu sehen, daß damit auch die Verneinung der Symmetrie verbunden sei.
 4. Wenn die Spurenbreite der Deutschen Bundesbahn und der Französischen Nationalbahn nicht mit derjenigen der Transsibirischen Bahn übereinstimmt, so folgt daraus nicht, es müßte beim Übergang von Deutschland nach Frankreich der Radabstand verschoben werden.“

Doch dann wurde ich stutzig und dachte bei mir, sollte der schweizer Logik-Professor so viel klüger sein als Descartes? Um ehrlich zu sein: ich dachte nur, Descartes war doch nicht blöd. Und so griff ich zu dem von Gerd Irrlitz herausgegebenen Reclam-Bändchen und fand dort die von Bucher anvisierte Stelle:

„...so z.B., daß die Größen, die einer dritten gleich sind, untereinander gleich sind; imgleichen, daß die Größen, die nicht in derselben Weise auf eine dritte bezogen werden können, auch untereinander eine Verschiedenheit aufweisen usw.“

(René Descartes, Ausgewählte Schriften, Verlag Philipp Reclam jun., Leipzig 1980, S. 116)

Da dieser Text doch etwas anderes aussagte als der in Aufgabe 6, war ich etwas verunsichert. Und da ich weder Latein noch Französisch beherrsche, wandte ich mich an meinen Kollegen Claude Weber von der Nationalbibliothek Luxemburg mit der Bitte um eine korrekte Übersetzung des lateinischen Textes. Claude Weber sandte mir folgende Übersetzung der betreffenden Regeln:

1 2 3 4 5 6 7 8 9
quae sunt eadem uni tertis, sunt eadem inter se;

1 1 3 2 4 5
 Dinge [Größen] die gleich sind einem Dritten gegenüber,

6 7 8 9
 sind gleich unter sich;

1 2 3 4 — 5 — 6 7 8
quae ad idem tertium eodem modo referri non possunt

1 7 2 3 4 — 5 —
 Dinge, die nicht auf ein gleiches Drittes in gleicher Weise
 6 8
 bezogen werden können

1 2 — 3 — 4 5
aliquid etiam inter se habent diversum

4 2 — 3 — 1 5
 haben auch unter sich etwas Verschiedenes

Der erste Teil der Regel läßt sich quantorenlogisch wie folgt symbolisieren:

$$\forall F (F(a) \equiv F(c)) \wedge \forall F (F(b) \equiv F(c) \supset \forall F (F(a) \equiv F(b))).$$

Legt man die Leibnizsche Identitätsdefinition zu Grunde, so erhält man die Drittengleichheit:

$$a = c \wedge b = c \supset a = b$$

Der zweite Teil der Regel läßt sich quantorenlogisch wie folgt symbolisieren:

$$\begin{aligned} & \exists F (F(a) \wedge \sim F(b) \wedge F(c)) \vee \exists F (\sim F(a) \wedge F(b) \wedge F(c)) \supset \\ & \supset \exists F (F(a) \wedge \sim F(b)) \vee (\sim F(a) \wedge F(b)). \end{aligned}$$

Beide Teile der Regel sind logisch wahr, und Descartes schrieb keinen Schwachsinn.

Die zweite Auflage von Th. Buchers Buch bekam ich freundlicherweise vom Verlag geschenkt, war aber sehr enttäuscht, daß meine beiden hochgelobten Bücher aus dem Literaturverzeichnis gestrichen waren. Vielleicht finde ich bei der nächsten Ausgabe Erwähnung bei der Korrektur der Aufgabe 6.

Identität und Notwendigkeit*

In der Literatur (Barcan 1947, Prior 1962, Carnap 1972) wird häufig ein Paradox angeführt, das im Zusammenhang mit der Identität und den Modalitäten scheinbar entsteht. Wir geben zunächst die übliche Argumentation wieder und analysieren sie dann mit unseren logischen Mitteln. Das Paradox soll darin bestehen, daß aus der Identität $a = b$ folgen soll, daß $L(a = b)$ gilt, d. h., daß $a = b$ notwendig ist.

Ausgegangen wird vom Leibnizschen Substitutionsprinzip:

$$1. \quad a = b \supset \forall P (P(a) \equiv P(b)).$$

Außerdem wird als Annahme gesetzt:

$$2. \quad a = b$$

Trennen wir in 1 $a = b$ ab und setzen für $P(x)$ durch Allquantorbeseitigung das Prädikat $L(a = x)$ ein, so erhalten wir:

$$3. \quad L(a = a) \supset L(a = b).$$

Als logisches Axiom wird gesetzt:

$$4. \quad L(a = a).$$

Aus 3 und 4 erhalten wir:

$$5. \quad L(a = b).$$

Mit der Beseitigung der Annahme 2 ergibt sich:

$$6. \quad a = b \supset L(a = b).$$

In dieser Argumentation sind mehrere logische Fehler enthalten. Gegen die Zeilen 1 und 2 ist nichts einzuwenden, da das Leibnizsche Substitutionsprinzip nicht existentiell belastet ist und von uns akzeptiert wird. Problematisch ist der Übergang von 1 und 2 zu Zeile 3. Hier wird für das Prädikat

*Erstveröffentlichung.

$P(x)$ der Ausdruck $L(a = x)$ eingesetzt, um Zeile 3 zu erhalten. Die korrekte logische Form dieses Ausdrucks ist aber $L(s(a = x))$, wo $s(a = x)$ ein Subjektterminus und L ein Prädikatterminus ist. In $s(a = x)$ kommen a und x nur als graphische Teile und nicht als Termini vor. $s(a = x)$ darf also nur gemäß den zusätzlichen Bedeutungsregeln für den s -Operator z. B. durch $s(x = a)$ ersetzt werden. Erlaubt wäre nur der Übergang von $\forall P (P(a) \equiv P(b))$ durch Allquantorbeseitigung zu $L(a) \equiv L(b)$ und nicht zu $L(a = a) \supset L(a = b)$. Damit ist das Paradox beseitigt.

Ein zweiter logischer Fehler besteht darin, daß $a = a$ und damit $L(a = a)$ als logische Axiome akzeptiert werden. Wir hatten gesehen, daß $a = a$ existentiell belastet ist und damit nicht aus rein logischen Gründen gilt. Deshalb haben wir als logisches Axiom nur

$$E(a) \equiv (a = a)$$

akzeptiert, wo E das Existenzprädikat ist. Nehmen wir an, 3 wäre korrekt gewonnen worden, so könnten wir als 4. Zeile nur setzen:

$$4'. \quad L(E(a) \supset (a = a)).$$

Hieraus erhalten wir:

$$5'. \quad L(E(a)) \supset L(a = a).$$

Aus 3 und 5' erhalten wir:

$$6'. \quad L(E(a)) \supset L(a = b).$$

Mit der Beseitigung der Annahme 2 ergibt sich:

$$7'. \quad a = b \supset (L(E(a)) \supset L(a = b)).$$

Was immer die notwendige Existenz von a bedeuten mag, enthält 7' nichts Paradoxes.

Literatur:

Barcan, Ruth, „The Identity of Individuals in a Strict Functional Calculus of a Second Order“, *Journal of Symbolic Logic*, 12 (1947), 12–15.

Prior, A. N., *Formal Logic*, 2nd edn., Oxford University Press, Oxford 1962.

Carnap, Rudolf, *Bedeutung und Notwendigkeit. Eine Studie zur Semantik und modalen Logik*, Springer Verlag, Wien/New York 1972.

To be and not to be.

Existenz- und Fiktionslogik*

In der *NTP* sind elementare prädikative Aussagen der Form $P(s_1, \dots, s_n)$ und $\neg P(s_1, \dots, s_n)$ in dem Sinne existentiell belastet, daß sie nur wahr sind, wenn ihre Subjekte $s_1, \dots, s_n$ existieren. Für das Existenzprädikat E gilt also in der *NTP*:

$$\mathbf{E1.} \quad P(s_1, \dots, s_n) \vdash E(s_1) \wedge \dots \wedge E(s_n)$$

$$\mathbf{E2.} \quad \neg P(s_1, \dots, s_n) \vdash E(s_1) \wedge \dots \wedge E(s_n)$$

Umgekehrt gilt: wenn s_1 oder ... oder s_n nicht existiert, so

$$\sim P(s_1, \dots, s_n) \wedge \sim \neg P(s_1, \dots, s_n), \text{ d. h. } ?P(s_1, \dots, s_n).$$

$$\mathbf{E3.} \quad \sim E(s_1) \vee \dots \vee \sim E(s_n) \vdash ?P(s_1, \dots, s_n).$$

E1–E3 können für beliebige Systeme der logischen Folgebeziehung als Axiome gesetzt werden, insbesondere auch für die strikte Folgebeziehung.

Zur klassischen und zur strengen Theorie der Folgebeziehung können die folgenden beiden Formeln als Axiome hinzugefügt werden:

$$\mathbf{E4.} \quad P(s_1, \dots, s_n) \wedge \sim P(s_1, \dots, s_n) \vdash \sim E(s_1) \vee \dots \vee \sim E(s_n)$$

$$\mathbf{E5.} \quad \neg P(s_1, \dots, s_n) \wedge \sim \neg P(s_1, \dots, s_n) \vdash \sim E(s_1) \vee \dots \vee \sim E(s_n).$$

Da $\neg E(s)$ logisch falsch ist, wird in der Theorie der entarteten Folgebeziehung folgende Formel gesetzt:

$$\mathbf{E6.} \quad \vdash \sim \neg E(s).$$

*Erstveröffentlichung.

Das Prädikat F („fiktiv“) wird wie folgt definiert:

$$\mathbf{D1.} \quad F(s) \equiv_{Def} \neg E(s)$$

$$\mathbf{D2.} \quad \neg F(s) \equiv_{Def} E(s).$$

Einige Theoreme:

$$\mathbf{T1.} \quad P(s_1, \dots, s_n) \vee \neg P(s_1, \dots, s_n) \vdash E(s_1) \wedge \dots \wedge E(s_n) \quad \text{E1, E2}$$

$$\mathbf{T2.} \quad \sim E(s) \vdash \neg E(s) \vee ?E(s)$$

$$\mathbf{T3.} \quad \sim \neg E(s) \vdash E(s) \vee ?E(s)$$

$$\mathbf{T4.} \quad \vdash E(s) \vee ?E(s) \quad \text{T3, E4}$$

$$\mathbf{T5.} \quad \sim ?E(s) \vdash E(s) \vee \neg E(s)$$

$$\mathbf{T6.} \quad \sim ?E(s) \vdash E(s) \quad \text{T5, E4}$$

$$\mathbf{T7.} \quad \vdash E(s) \vee \neg E(s) \vee ?E(s) \quad \text{T2}$$

$$\mathbf{T8.} \quad E(s) \vdash \sim ?E(s)$$

$$\mathbf{T9.} \quad \vdash E(s) \equiv \sim ?E(s) \quad \text{T6, T8}$$

$$\mathbf{T10.} \quad \sim E(s) \vdash ?E(s)$$

$$\mathbf{T11.} \quad ?E(s) \vdash \sim E(s)$$

$$\mathbf{T12.} \quad ?E(s) \vdash \sim \neg E(s)$$

$$\mathbf{T13.} \quad \vdash \sim E(s) \equiv ?E(s)$$

$$\mathbf{T14.} \quad \vdash \sim E(s) \vee \sim \neg E(s)$$

$$\mathbf{T15.} \quad \vdash \sim(E(s) \wedge \neg E(s))$$

$$\mathbf{T16.} \quad F(s) \dashv\vdash \neg E(s)$$

$$\mathbf{T17.} \quad \neg F(s) \dashv\vdash E(s)$$

$$\mathbf{T18.} \quad \vdash \sim F(s)$$

$$\mathbf{T19.} \quad \vdash \sim(F(s) \wedge \neg F(s))$$

$$\mathbf{T20.} \quad \vdash \sim F(s) \vee \sim \neg F(s)$$

$$\mathbf{T21.} \quad P(s) \vdash \neg F(s)$$

$$\mathbf{T22.} \quad \neg P(s) \vdash \neg F(s)$$

$$\mathbf{T23.} \quad F(s) \vdash ?P(s)$$

$$\mathbf{T24.} \quad \vdash \sim F(s) \vee q$$

$$\mathbf{T25.} \quad \vdash F(s) \supset q$$

$$\mathbf{T26.} \quad \vdash F(s) \supset E(s)$$

$$\mathbf{T27.} \quad \vdash F(s) \supset \neg E(s)$$

$$\mathbf{T28.} \quad \vdash F(s) \supset ?E(s)$$

$$\mathbf{T29.} \quad \vdash F(s) \supset \sim E(s)$$

$$\mathbf{T30.} \quad \vdash F(s) \supset \sim \neg E(s)$$

$$\mathbf{T31.} \quad \vdash F(s) \vee \neg F(s) \vee ?F(s)$$

$$\mathbf{T32.} \quad ?F(s) \dashv\vdash ?E(s)$$

$$\mathbf{T33.} \quad F(s) \vee \neg F(s) \dashv\vdash E(s) \vee \neg E(s)$$

Die beiden Formeln $E(s) \vee \neg E(s)$ und $F(s) \vee \neg F(s)$ sind nicht beweisbar.

Schriftenverzeichnis

- [1] WESSEL, Horst: Soll die Logik im Erziehungswesen das Aschenputtel bleiben? In: *Die Unterstufe* 9 (1964), S. 4–7
- [2] WESSEL, Horst: Rezension zu: G. KLAUS, Semiotik und Erkenntnistheorie, Berlin 1963. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 4 (1965), S. 514–518
- [3] WESSEL, Horst: Moderne Biologie. Besprechung von: Voprosy filosofii, Moskva 1965, Nr. 7. In: *Neues Deutschland* (10.8.1965)
- [4] WESSEL, Horst: Sravnitel'noe ponjatie istiny i topologičeskaja logika Gempelja (Der vergleichende Wahrheitsbegriff und die topologische Logik Hempels). In: *Materialy k simpoziumu po logike nauki*. Kiew, 1966, S. 40–51
- [5] WESSEL, H. A.: *Problema istiny v dialektike i v sovremennoj logike* (Das Wahrheitsproblem in der Dialektik und in der modernen Logik). Moskau, Moskauer Staatliche Universität, Kandidatendissertation, 1967. – 152 S.
- [6] WESSEL, H. A.: *Problema istiny v dialektike i v sovremennoj logike* (Das Wahrheitsproblem in der Dialektik und in der modernen Logik). Avtoreferat dissertacii na soiskanie učenoj stepeni kandidata filosofskich nauk, Moskva 1967. – 15 S.
- [7] WESSEL, Horst: Zu einer Bedeutung des Terminus „absolute Wahrheit“. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 1 (1967), S. 80–84
- [8] WESSEL, H. A.: Logičeskij aspekt teorii absoljutnoj i otnositel'noj istiny (Der logische Aspekt der Theorie der absoluten und der relativen Wahrheit). In: *Voprosy filosofii* 8 (1967), S. 56–64
- [9] WESSEL, Horst: Logiker erobern den Büchermarkt. Sowjetische Neuerscheinungen zur Logik. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 6/1967)

- [10] WESSEL, Horst/WESSEL, Harald: Kybernetik im Dienste des Kommunismus. Überblick über Neuerscheinungen. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 8/1967)
- [11] WESSEL, Horst: Besprechung von: Genetika, Moskva 1967, Nr. 10, Leistungsbilanz sowjetischer Genetiker. In: *Neues Deutschland* (23.11.1967)
- [12] WESSEL, Horst: *Logik. Studienanleitung*. Berlin 1968. – 70 S.
- [13] WESSEL, Horst: Zur Wahrheitsproblematik in den empirischen Wissenschaften. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie*, Sonderheft (1968), S. 192–203
- [14] WESSEL, Horst: Zu einigen logisch-methodologischen Problemen der Prognose. In: *Die philosophische Lehre von Karl Marx und ihre aktuelle Bedeutung. Philosophischer Kongreß der DDR*. Berlin 1968, S. 804–809
- [15] WESSEL, H. (Hrsg.): Übersetzung und Bearbeitung von und Vorwort zu: A. A. SINOWJEW, *Über mehrwertige Logik. Ein Abriß*. Erste Auflage. Deutscher Verlag der Wissenschaften/Friedr. Vieweg & Sohn/C.F. Winter'sche Verlagshandlung, Berlin/Braunschweig/Base 1968. – 128 S. 2. Auflage 1970
- [16] WESSEL, Horst: Moderne Logik in der UdSSR. Besprechung von: G. KRÖBER (Hrsg.), *Studien zur Logik der wissenschaftlichen Erkenntnis*, Berlin 1967. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 3/1968)
- [17] WESSEL, Horst/SÖDER, K.: Logik im Lande Lenins. In: *Neues Deutschland* (16.11.1968)
- [18] WESSEL, Horst: Besprechung von: Karl MARX, *Mathematische Manuskripte*. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 12/1968)
- [19] WESSEL, Horst: Rezension zu: J. M. BOCHENSKI, *Logik der Religion*, Köln 1968. In: *Referateblatt „Philosophie“* (1968). – Hrsg. von der Zentralstelle f. d. philos. Information und Dokumentation am Inst. f. Gesellschaftswiss. beim ZK der SED
- [20] WESSEL, Horst: Bausteine zum Weltbild. Besprechung von: *Mikrokosmos – Makrokosmos. Philosophisch-theoretische Probleme der Naturwissenschaft, Technik und Medizin*, hrsg. von H. LEY und R. LÖTHER, Bd. 2, Berlin 1967. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 3/1968)

- [21] WESSEL, Horst: Über mögliche Explikationen der Termini „relative Wahrheit“ und „absolute Wahrheit“. In: LAITKO, H./BELLMANN, R. (Hrsg.): *Wege des Erkennens*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1969, S. 222–241
- [22] WESSEL, Horst: Fragen an Markus Heger. In: *Forum* 10 (1969), S. 14
- [23] WESSEL, Horst: Karl Marx und die Mathematik. In: *Mathematik in der Schule* 10 (1969), S. 792–796
- [24] WESSEL, Horst: Schatzkammer in vier Bänden. Zur Einsteinedition in der UdSSR. In: *Neues Deutschland* (15.3.1969)
- [25] WESSEL, Horst: Neues aus der Logikschule der UdSSR. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 3/1969)
- [26] WESSEL, Horst: Ein Philosoph über Genetik. Besprechung von: Frolov, *Genetika i dialektika*, Moskva 1968. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 5/1969)
- [27] WESSEL, Horst: Philosophie im Geiste Lenins. Besprechung von: *Voprosy filosofii* 1969, Nr. 5. In: *Neues Deutschland* (24.6.1969)
- [28] W[ESSEL], H. A.: Eine Methode der Prognose. Besprechung von: *Kibernetika* 1969, Nr. 2. In: *Neues Deutschland* (1.7.1969)
- [29] WESSEL, H. (Hrsg.): Übersetzung und Bearbeitung von und Vorwort zu: A. A. SINOWJEW, *Komplexe Logik. Grundlagen einer logischen Theorie des Wissens*. Erste Auflage. Deutscher Verlag der Wissenschaften und Friedr. Vieweg & Sohn/C.F. Winter'sche Verlagshandlung, Berlin und Braunschweig/Basel 1970. – 385 S.
- [30] WESSEL, H. A.: O topologičeskoj logike (Über topologische Logik). In: TAVANEC, V. (Hrsg.): *Neklassičeskaja logika*. Nauka, Moskva 1970, S. 238–262
- [31] WESSEL, H. (Hrsg.): Übersetzung und Bearbeitung von und Nachwort zu: J. A. PETROV, *Logische Probleme der Realisierbarkeits- und Unendlichkeitsbegriffe*. Akademie-Verlag, Berlin 1971. – 186 S.
- [32] WESSEL, H. A.: Topologičeskie logiki i ich interpretacii (Topologische Logiken und ihre Interpretationen). In: *Voprosy filosofii* 1 (1971), S. 67–74

- [33] WESSEL, Horst: Resumé des Vortrages „Überlegungen zum Aufbau einer Logik der Entwicklung“. In: *Der IV. Internationale Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften, 29 VIII – 4 IX 1971. Abstracts*. Bukarest, 1971, S. 193–194
- [34] WESSEL, H./PARTHEY, H.: Der IV. Internationale Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 12 (1971), S. 1490–1492
- [35] WESSEL, Horst: Rezension zu: S. E. REZNIK, Nikolaj Vavilov, Moskva 1968. In: *Biologie in der Schule* 6 (1971), S. 251–252
- [36] WESSEL, Horst: Rezension zu: A. A. SINOVEV, Kompleksnaja logika, Moskva 1970, 203 S. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 8 (1971), S. 1038–1042
- [37] WESSEL, Horst: Wie weit reicht die Logik? Besprechung sowjetischer Neuerscheinungen. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 5/1971)
- [38] WESSEL, Horst (Hrsg.): *Quantoren – Modalitäten – Paradoxien. Beiträge zur Logik*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972
- [39] WESSEL, Horst: Die Entwicklung der Logik in der Sowjetunion an philosophischen Bildungs- und Forschungseinrichtungen. In: WESSEL, Horst (Hrsg.): *Quantoren – Modalitäten – Paradoxien. Beiträge zur Logik*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972, S. 9–32
- [40] WESSEL, Horst: Eine dialogische Begründung logischer Gesetze. In: WESSEL, Horst (Hrsg.): *Quantoren – Modalitäten – Paradoxien. Beiträge zur Logik*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972, S. 256–278
- [41] WESSEL, Horst: Probleme topologischer Logiken. In: WESSEL, Horst (Hrsg.): *Quantoren – Modalitäten – Paradoxien. Beiträge zur Logik*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1972, S. 279–298
- [42] WESSEL, Horst/KELLER, Peter/KUCHLING, Heinz/KUMMER, Wolf/SÖDER, Karl: *Einführung in die klassische zweiwertige Aussagenlogik. Studienanleitung*. Berlin 1972 (Fernstudium Philosophie). – Hrsg. von der Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. 206 S.

- [43] WESSEL, Horst: Über den Charakter logischer Gesetze. In: GRIESE, A./LAITKO, H. (Hrsg.): *Gesetz, Erkenntnis, Handeln. Beiträge zum marxistisch-leninistischen Gesetzesbegriff*. Dietz Verlag, Berlin 1972, S. 234–276
- [44] WESSEL, Horst: Überlegungen zum Aufbau einer Logik der Entwicklung. In: *Teorie a metoda* IV (1972), Nr. 3, S. 25–32
- [45] WESSEL, Horst: Rezension zu: Issledovanija logičeskich sistem, hrsg. von P. V. TAVANEK, Moskva 1970, 334 S. In: *Deutsche Literaturzeitung* 3 (1972), S. 208–210
- [46] WESSEL, Horst: Rezension zu: A. A. IVIN, Osnovaniya logiki ocenok, Moskva 1970. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 8 (1972), S. 1069–1072
- [47] WESSEL, Horst: Rezension zu: K. BERKA/L. KREISER, Logik-Texte, Berlin 1971. In: *Voprosy filosofii* 10 (1972), S. 183
- [48] WESSEL, Horst: Logisches Denken leicht gemacht. Besprechung von: O. ZICH/A. KOLMAN, Unterhaltsame Logik, Leipzig 1970 und K. BERKA/L. KREISER, Logik-Texte, Berlin 1971. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 1/1972)
- [49] WESSEL, Horst: Erste Bekanntschaft mit der Elektronik. Besprechung zu: M. KOVÁCS, Rechenautomaten und logische Spiele, Leipzig 1971. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 6/1972)
- [50] WESSEL, Horst: Mengenvergleich hilft sogar dem Sherlock Holmes. Besprechung von: N. Z. WILENKIN, Unterhaltsame Mengenlehre, Leipzig 1972. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 9/1972)
- [51] Arbeitsgruppe unter Leitung von Horst Wessel: *Lehrprogramm für das Lehrgebiet Logik zur Ausbildung in der Grundstudienrichtung Marxistisch-leninistische Philosophie an den Universitäten und Hochschulen der DDR*. 1973. – Überarbeitete Fassung 1983
- [52] WESSEL, Horst: Bemerkungen zur Explikation des Terminus „Entwicklung“. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, Math. Nat. Reihe* 1 (1973), S. 113–117
- [53] WESSEL, H. A.: O logičeskoj eksplicacii terminov razvitija (Zur logischen Explikation von Entwicklungstermini). In: TAVANEK, P. V. (Hrsg.): *Teorija logičeskogo vyvoda*. Nauka, Moskva 1973, S. 259–270

- [54] WESSEL, Horst: Resumé des Diskussionsbeitrags „Logische Rekonstruktion von Entwicklungstermini“. In: *XVth World Congress of Philosophy, 17 – 22.IX.1973, Varna (Bulgaria). Abstracts.* Sofia, 1973, Abstr.–Nr. 658
- [55] WESSEL, Horst: Rezension zu: K. BERKA/L. KREISER, Logik-Texte. In: *Deutsche Literaturzeitung* 4/5 (1973), S. 298–300
- [56] WESSEL, Horst: Von Platon bis Frege. Besprechung von: G. SCHENK, Zur Geschichte der logischen Form, Berlin 1973 und G. FREGE, Schriften zur Logik, hrsg. von L. KREISER, Berlin 1973. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 4/1973)
- [57] WESSEL, Horst: *Logik und Philosophie.* Berlin, Humboldt-Universität zu Berlin, Philosophische Fakultät, Dissertation B, 1974. – 418 S.
- [58] WESSEL, Horst: Schemy opredelenij modal'nostej (Definitionsschemata für Modalitäten). In: *Teorija logičeskogo vyvoda (Tezisy dokladov Vsesojuznogo simpoziuma, Moskva, mart 25–27, 1974 g.)* Bd. 1. Moskva, 1974, S. 9–11
- [59] WESSEL, Horst: Schemata zur Einführung von Modalitäten in die Wissenschaftssprache. In: *Teorie a metoda* VI (1974), Nr. 3, S. 71–88
- [60] WESSEL, Horst: Fatalismus, Tychismus und Antifatalismus – drei Fehledeutungen von Modalitäten. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 12 (1974), S. 1454–1468
- [61] WESSEL, Horst: Neue Arbeiten über mathematische Logik. Besprechung sowjetischer Neuerscheinungen. In: *Neues Deutschland* (Literaturbeilage 4/1974)
- [62] SINOWJEW, A./WESSEL, H.: *Logische Sprachregeln. Eine Einführung in die Logik.* VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften und Fink-Verlag, Berlin und München/Salzburg 1975. – 592 S.
- [63] WESSEL, Horst (Hrsg.): Bearbeitung der deutschen Ausgabe von und Vorwort zu: A. A. SINOWJEW, *Logik und Sprache der Physik.* Akademie-Verlag, Berlin 1975. – Vom Autor überarbeitete und erweiterte Fassung. 250 S.
- [64] WESSEL, H. (Hrsg.): Übersetzung und Bearbeitung von und Vorwort zu: A. A. IWIN, *Grundlagen der Logik von Wertungen.* Akademie-Verlag, Berlin und Braunschweig 1975. – 320 S.

- [65] WESSEL, H.: Wissenschaftliche Bearbeitung von und Vorwort zu: A. A. MARKOW, Was ist konstruktive Mathematik? In: *Urania Schriftenreihe für den Referenten* 3 (1975). – 40 S.
- [66] WESSEL, Horst: Modal'nye predikaty (Modale Prädikate). In: ČUPIN, P./ZINOV'EV, A./KUZNECOV, A. (Hrsg.): *Logika i fizika*. Sverdlovsk 1975. – Ural'skij Gosudarstvennij Universitet, S. 80–83
- [67] WESSEL, Horst: Kritik der Kantschen Antinomien der reinen Vernunft in der Wissenschaftslogik. In: LEY, Hermann/RUBEN, Peter/STIEHLER, Gottfried (Hrsg.): *Zum Kantverständnis unserer Zeit. Beiträge*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1975, S. 281–319
- [68] WESSEL, H.: „Gott“ und die Logik. Kritische Bemerkungen zu einer Logik der Religion. In: HÖRZ, H./ILJIN, J. (Hrsg.): *Der dialektische Materialismus und seine Kritiker*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1975, S. 254–266
- [69] WESSEL, Horst: Logische Rekonstruktion von Entwicklungstermini. In: *Proceedings of the XVth World Congress of Philosophy, 17th to 22nd September 1973, Varna (Bulgaria)* Bd. 5: Problems of Contemporary Logic. Sofia, 1975, S. 131–134
- [70] WESSEL, Horst: *Logik und Philosophie*. Erste Auflage. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1976 (Weltanschauung heute). – 237 S.
- [71] WESSEL, Horst/ZINOV'EV, A.: Logic and empirical Sciences (Logik und empirische Wissenschaften). In: *Studia Logica* 35 (1976), Nr. 1, S. 17–44
- [72] WESSEL, Horst (Hrsg.): *Logik und empirische Wissenschaften. Beiträge deutscher und sowjetischer Philosophen und Logiker*. Akademie-Verlag, Berlin 1977
- [73] WESSEL, Horst: Methodologie der empirischen Wissenschaften als Bestandteil der Logik. In: WESSEL, Horst (Hrsg.): *Logik und empirische Wissenschaften. Beiträge deutscher und sowjetischer Philosophen und Logiker*. Akademie-Verlag, Berlin 1977, S. 1–37
- [74] WESSEL, Horst: Modalitäten in empirischen Wissenschaften. In: WESSEL, Horst (Hrsg.): *Logik und empirische Wissenschaften. Beiträge deutscher und sowjetischer Philosophen und Logiker*. Akademie-Verlag, Berlin 1977, S. 77–107

- [75] WESSEL, H./WUTTICH, K.: Ein System der epistemischen Logik. In: WESSEL, Horst (Hrsg.): *Logik und empirische Wissenschaften. Beiträge deutscher und sowjetischer Philosophen und Logiker*. Akademie-Verlag, Berlin 1977, S. 150–163
- [76] WESSEL, Horst: Philosophie und Logik. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin, Math. Nat. Reihe 1* (1977), S. 43–56
- [77] WESSEL, Horst: Faßliche Einführung in die formale Logik. Besprechung von: L. BORKOWSKI, Formale Logik. Logische Systeme. Einführung in die Metalogik, hrsg. von L. KREISER, Berlin 1976. In: *Neues Deutschland* (22./23.1.1977)
- [78] WESSEL, Horst: Gute Ausgangsbasis für philosophische Dispute. Besprechung von: W. HEITSCH, Mathematik und Weltanschauung, Berlin 1976. In: *Neues Deutschland* (26./27.3.1977)
- [79] WESSEL, Horst: Stichworte: Analyse; Begriff; diskursiv; Einfachheit; Formalisierung; Gesetze, logische; Identität; Kalkül; Kategorie; Klasse, logische; Kriterium; Logik; Logistik; Menge; Synthese; Terminus; Theorem; Urteil; Wahrheit, konkrete; Wahrheit, relative und absolute; Wahrheit, objektive; Widerspruch, logischer; Wissenschaftslogik. In: HÖRZ, H./LÖTHER, R./WOLLGAST, S. (Hrsg.): *Philosophie und Naturwissenschaften. Wörterbuch zu den philosophischen Fragen der Naturwissenschaften*. Erste Auflage. Dietz Verlag, Berlin 1978
- [80] WESSEL, Horst: Gegenstand und Methoden der Logik / Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Berlin, 1978 (1). – Studienmaterial zum Lehrgebiet Logik. 58 S.
- [81] WESSEL, Horst: Das Existenzprädikat und der Universalienstreit. In: *16. Weltkongreß für Philosophie, 27. August – 2. September 1978, Düsseldorf/Bundesrepublik Deutschland. Sektionsvorträge*. Düsseldorf, 1978, S. 687–690
- [82] WESSEL, Horst: Definition des Existenzprädikates als Voraussetzung zur Lösung des zeitgenössischen Universalienstreites. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie 3* (1978), S. 367–377
- [83] WESSEL, H./WUTTICH, K.: Rezension zu: J.M. BOCHEŃSKI, Was ist Autorität? Einführung in die Logik der Autorität, Freiburg/Basel/

- Wien 1974, 128 S. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 3 (1978), S. 409–411
- [84] WESSEL, Horst: Aussagenlogik II / Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Berlin, 1979 (3). – Studienmaterial zum Lehrgebiet Logik. 74 S.
- [85] WESSEL, Horst: Paradoxien der strengen logischen Folgebeziehung. In: *Memorial-Conference 100 Years Begriffsschrift. Abstracts*. Jena, 1979, S. 57–59
- [86] WESSEL, Horst: Ein System der strikten logischen Folgebeziehung. In: BOLCK, Franz (Hrsg.): „*Begriffsschrift*“, *Jenaer Frege-Konferenz, 7.–11. Mai 1979. Wissenschaftliche Beiträge der Friedrich-Schiller-Universität Jena*. Jena, 1979, S. 505–518
- [87] WESSEL, Horst: Widersprüchliche Theorien und logische Folgebeziehung. In: *6th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Hannover August 22 – August 29 1979. Abstracts, Sections 5, 7*. Hannover, 1979, S. 204–208
- [88] ALBRECHT, Erhard/WESSEL, Horst: Der Universalienstreit heute. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 8 (1979), S. 988–998
- [89] WESSEL, Horst: Aussagenlogische Theorie der logischen Folgebeziehung. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 12 (1980), S. 1429–1442
- [90] DÖLLING, J./WESSEL, H.: Erfahrungen mit dem Lehrprogramm für das Lehrgebiet Logik. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 12 (1980), S. 1522–1528
- [91] WESSEL, Horst: Rezension zu: K. AJDUKIEWICZ, *The scientific world-perspective and other essays. 1931–1963*, Dordrecht – Holland/Boston – USA 1978, 378 S. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 12 (1980), S. 1529–1532
- [92] WESSEL, Horst: Aussagenlogik I / Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Berlin, 1980 (2). – Studienmaterial zum Lehrgebiet Logik. 50 S.

- [93] WESSEL, Horst: Prädikationstheorie und Quantorenlogik / Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Berlin, 1981 (4). – Studienmaterial zum Lehrgebiet Logik. 68 S.
- [94] WESSEL, Horst: Rezension zu: G. GUTZMANN, Logik und Erfahrungswissenschaft. Kalkülismus und Wege zu seiner Überwindung, Berlin (West) 1980. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 8 (1981), S. 989–992
- [95] WESSEL, Horst: Intuitionistische und konstruktive Logik / Abt. Weiterbildung und Fernstudium der Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Berlin, 1982 (5). – Studienmaterial zum Lehrgebiet Logik. 64 S.
- [96] WESSEL, Horst: Vollständigkeit der nichttraditionellen Prädikationstheorie. In: *Deutsche Zeitschrift für Philosophie* 11 (1982), S. 1363–1368
- [97] WESSEL, Horst: Termintheorie, Modalitäten / Zentralstelle für das Hochschulfernstudium des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen, Dresden. Dresden, 1983 (Logik, 6. Lehrbrief). – Lehrmaterial für das Hochschulfernstudium. 64 S.
- [98] WESSEL, Horst: Nichttraditionelle Prädikationstheorie und intuitionistische Aussagenlogik. In: *7th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Salzburg, Austria, July 11th – 16th 1983* Bd. 2: Abstracts of Sections 5 and 12. Salzburg, 1983, S. 219–222
- [99] WESSEL, Horst: Nichttraditionelle Prädikationstheorie und intuitionistische Aussagenlogik. In: *VII. Internationaler Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften, 11.–16.7.1983, Salzburg – DDR-Beiträge* –. Berlin, 1983 (Kolloquien, Bd. 32), S. 106–117
- [100] WESSEL, Horst: Stichworte: Analyse; Begriff; diskursiv; Einfachheit; Formalisierung; Gesetze, logische; Identität; Kalkül; Kategorie; Klasse, logische; Kriterium; Logik; Logistik; Menge; Synthese; Terminus; Theorem; Urteil; Wahrheit, konkrete; Wahrheit, relative und absolute; Wahrheit, objektive; Widerspruch, logischer; Wissenschaftslogik. In: HÖRZ, H./LÖTHER, R./WOLLGAST, S. (Hrsg.): *Philosophie und Naturwissenschaften. Wörterbuch zu den philosophischen Fragen der Naturwissenschaften*. Zweite Auflage. Dietz Verlag, Berlin 1983. – Erste Aufl. 1978

- [101] WESSEL, Horst: *Logik*. Erste Auflage. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1984. – 395 S.
- [102] WESSEL, Horst: Kritische Bemerkungen zur intuitionistischen Logik-konzeption. In: WECHSUNG, G. (Hrsg.): *Frege Conference 1984. Proceedings of the International Conference held at Schwerin (GDR). September 10–14.1984*. Akademie-Verlag, Berlin 1984 (Mathematical Research, Bd. 20), S. 284–288
- [103] WESSEL, Horst: Referat zu: Ch.W. MORRIS, Symbolik und Realität, Frankfurt a.M. 1981. In: *Referateblatt „Philosophie“* 2 (1984), S. 101
- [104] SCHENK, Günter/WESSEL, Horst (Hrsg.): *Kongress- und Tagungsberichte der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, Wissenschaftliche Beiträge*. Bd. 19 (A74): *Entwicklungstendenzen nichtklassischer Logiken und Probleme ihrer Geschichtsschreibung*. Halle (Saale) 1985. – 126 S.
- [105] WESSEL, Horst: Toleranz- oder Universalitätsprinzip/Philosophische Betrachtung zur Geschichte der intuitionistischen Logik. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift, Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg. Gesellschafts- und Sprachwissenschaftliche Reihe* 3 (1985), Nr. XXXIV, S. 53–58
- [106] WESSEL, Horst: Svobodnaja ot paradoksov sistema sledovanija v logike vyskazyvanij i netradicionnoj teoriji predikacii (Ein paradoxienfreies System der Folgebeziehung in der Aussagenlogik und der nichttraditionellen Prädikationstheorie). In: CELIŠČEV, V./KARPOVIČ, N. (Hrsg.): *Filosofskie osnovanija naučnoj teoriji*. Nauka, Sibirskoje otdelenije, Novosibirsk 1985, S. 3–37
- [107] WESSEL, Horst: Zur Semantik von Subjekttermini. In: KRAMPITZ, K.-H./WUTTICH, K. (Hrsg.): *Termini, Existenz, Modalitäten*. Berlin 1986 (Philosophische Beiträge, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Bd. 4), S. 3–12
- [108] WESSEL, Horst: *Logik*. Zweite Auflage. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1986. – 395 S. Erste Aufl. 1984
- [109] WESSEL, Horst: Ein Plädoyer für die Universalität der Logik. In: WELKE, K. (Hrsg.): *Sprache, Bewußtsein, Tätigkeit. Zur Sprachkonzeption Wilhelm von Humboldts*. Akademie-Verlag, Berlin 1986, S. 94–104

- [110] WESSEL, Horst: Die Stellung der Logik in Humboldts Sprachphilosophie. In: *Humboldt-Grimm-Konferenz, Berlin, 22.–25. Oktober 1985, Protokollband, Teil 1*. Berlin 1986, S. 285–292
- [111] WESSEL, Horst: Dialetheismus: Mystik im logischen Gewande. In: *VIII. Internationaler Kongreß für Logik, Methodologie und Philosophie der Wissenschaften, 17.–22.8.1987, Moskau – DDR-Beiträge*. Berlin 1987, S. 123–132
- [112] WESSEL, Horst: Dialetheismus: Mystik im logischen Gewande. In: *8 International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Moscow, UdSSR, 17–22. August 1987. Abstracts* Bd. 1. Nauka, Moscow 1987, S. 365–367
- [113] WESSEL, Horst: Non-traditional predication theory and its applications. In: RUZSA, I./SZABOLSCI, A. (Hrsg.): *Proceedings of the '87 Debrecen Symposium on Logic and Language*. Budapest, 1987, S. 231–239
- [114] WESSEL, Horst: Uwagi o nie-tradycyjnej teorii orzekania. In: *Edukacja Filozoficzna* 3 (1987), S. 369–375
- [115] WESSEL, H. (Hrsg.): *Informationsbulletin. Aus dem philosophischen Leben der DDR*. Bd. 11: Philosophische Logik. 1987. – 5–20 S. – Akademie für Gesellschaftswiss. beim ZK der SED.
- [116] WESSEL, Horst: Universalitäts- oder Toleranzprinzip in der Logik? Kritische Bemerkungen zu sogenannten alternativen Logiken. In: *Informationsbulletin. Aus dem philosophischen Leben der DDR* 11: Philosophische Logik (1987), S. 5–20. – Akademie für Gesellschaftswiss. beim ZK der SED. Hrsg. von H. Wessel
- [117] WESSEL, Horst: Univerzalitás- vagy toleranciaelv a logikában. In: *Tertium non datur, Logikai-Metodológiai Tanulmányok* 4 (1987), S. 183–200
- [118] WESSEL, Horst: Vage Prädikate und Prädikationstheorie. In: DÖLLING, Evelyn (Hrsg.): *Logik in der Semantik – Semantik in der Logik* Bd. 2. Berlin 1987. – Akademie der Wissenschaften der DDR, S. 103–112
- [119] SCHEFFLER, U./WESSEL, H.: Ein System der strikten logischen Folgebeziehung für Konditionalaussagen mit Semantik. In: DÖLLING, Evelyn

- (Hrsg.): *Logik in der Semantik – Semantik in der Logik* Bd. 1. Berlin 1987. – Akademie der Wissenschaften der DDR, S. 30–39
- [120] KRAMPITZ, K.-H./SCHEFFLER, U./WESSEL, H./WUTTICH, K.: Aufgabensammlung / Zentralstelle für das Hochschulfernstudium des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen. Berlin, 1987 (Logik, 7. Lehrbrief). – Lehrmaterial für das Hochschulfernstudium. 51 S.
- [121] WESSEL, H. (Hrsg.): *Thematische Information. Philosophie.* Bd. 2: Logische Philosophie. 1988. – Akademie für Gesellschaftswiss. beim ZK der SED.
- [122] WESSEL, Horst: Einige Anwendungen der nichttraditionellen Prädikationstheorie. In: *Thematische Information. Philosophie* 2: Logische Philosophie (1988), S. 6–24. – Akademie für Gesellschaftswiss. beim ZK der SED. Hrsg. von H. Wessel
- [123] WESSEL, Horst: Nekotorije paralogismi nekotorich parakonsistentnich logikov. In: DYANKOV, Bogdan (Hrsg.): *Logical Consistency and dialectical Contradiction* Bd. 2. Sofia 1988. – Unified Centre for Philosophy and Sociology, Institute of Philosophy „Akad. Todor Pavlov“, S. 135–142
- [124] WESSEL, Horst: Kritik der intuitionistischen Logikkonzeption. In: DYANKOV, Bogdan (Hrsg.): *Types of logical Systems and the Problem of Truth* Bd. 2. Sofia 1988. – Unified Centre for Philosophy and Sociology, Institute of Philosophy „Akad. Todor Pavlov“, S. 221–236
- [125] WESSEL, Horst: *Logik.* Dritte Auflage. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1989. – 395 S. Erste Aufl. 1984
- [126] WESSEL, Horst (Hrsg.): Vorwort zu: *Wissen, Wertung, Wirkung. „Philosophische Logik“.* Berlin 1989 (Philosophische Beiträge, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Bd. 2)
- [127] WESSEL, Horst: Wertungen als empirische Aussagen. In: WESSEL, Horst (Hrsg.): *Wissen, Wertung, Wirkung. „Philosophische Logik“.* Berlin 1989 (Philosophische Beiträge, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Bd. 2), S. 2–14
- [128] WESSEL, Horst: „Lust ist entweder schlecht oder gut, oder weder gut noch schlecht“. In: WESSEL, Horst (Hrsg.): *Wissen, Wertung, Wirkung. „Philosophische Logik“.* Berlin 1989 (Philosophische Beiträge,

Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Bd. 2), S. 100–108

- [129] WESSEL, Horst: Logische, dialektische und mystische Widersprüche. In: WESSEL, Horst (Hrsg.): *Wissen, Wertung, Wirkung. „Philosophische Logik“*. Berlin 1989 (Philosophische Beiträge, Humboldt-Universität zu Berlin, Sektion Marxistisch-leninistische Philosophie, Bd. 2), S. 121–127
- [130] WESSEL, Horst: Stichworte: Analyse; Antinomie; Aporie; Aussage; diskursiv; Formalisierung; Identität; Irrtum; Kalkül; Kategorie; Logik; logische Klasse; logischer Begriff; logischer Widerspruch; logisches Gesetz; Logistik; Menge; Paradoxie; Relation; semantische Kategorie; Synthese; Terminus; Urteil; Wahrheit; Wissenschaftslogik. In: HÖRZ, H./LÖTHER, R./SCHMUTZER, E./WOLLGAST, S. (Hrsg.): *Philosophie und Naturwissenschaften. Wörterbuch zu den philosophischen Fragen der Naturwissenschaften* Bd. 1 und 2. Dritte Auflage. Dietz Verlag, Berlin 1991. – Neuausgabe. Erste Aufl. 1978
- [131] WESSEL, Horst: Eine Lösung der Rabenparadoxie. In: *9th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, August 7–14, 1991, Uppsala, Sweden. Abstracts* Bd. 2. Uppsala, 1991, S. 114
- [132] WESSEL, Horst: Alternative Logiken und empirische Wissenschaften. In: *Analyomen. Saarbrücken, 9.–12. Oktober 1991*, 1991. – Abstracts
- [133] WESSEL, Horst (Hrsg.): Vorwort zu: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin* 41: Komplexe Logik. Symposium zu Ehren Alexander Sinowjew (1992), Nr. 9, S. 5.
- [134] WESSEL, Horst: Das logische Werk von Alexander Sinowjew. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin* 41: Komplexe Logik. Symposium zu Ehren Alexander Sinowjew (1992), Nr. 9, S. 7–12. – Hrsg. von H. Wessel
- [135] WESSEL, Horst: Existenz, Ununterscheidbarkeit, Identität. In: *Wissenschaftliche Zeitschrift der Humboldt-Universität zu Berlin* 41: Komplexe Logik. Symposium zu Ehren Alexander Sinowjew (1992), Nr. 9, S. 30–39. – Hrsg. von H. Wessel
- [136] WESSEL, Horst: Zur Lösung einiger Paradoxien. In: STELZNER, Werner (Hrsg.): *Philosophie und Logik. Frege-Kolloquien Jena 1989/1991*.

- Walter de Gruyter, Berlin/New York 1993 (Perspektiven der Analytischen Philosophie, Bd. 3). – Beitrag zur Jenaer Frege-Konferenz, S. 302–308
- [137] WESSEL, Horst: Alternative Logiken und empirische Wissenschaften. In: MEGGLE, Georg/WESSELS, Ulla (Hrsg.): *Analyomen 1. Proceedings of the 1st Conference „Perspectives in Analytical Philosophy“*. Walter de Gruyter, Berlin/New York 1994 (Perspektiven der Analytischen Philosophie). – Vortrag auf der Tagung der Gesellschaft für analytische Philosophie in Saarbrücken, S. 168–176
- [138] WESSEL, Horst: Benötigen wir eine spezielle Logik der Mikrophysik? Darstellung und Kritik der Reichenbachschen dreiwertigen Quantenlogik. In: DANNEBERG, Lutz/KAMLAH, Andreas/SCHÄFER, Lothar (Hrsg.): *Hans Reichenbach und die Berliner Gruppe*. Vieweg Verlag, Braunschweig/Wiesbaden 1994. – Vortrag auf dem Hamburger Reichenbach-Kolloquium, S. 373–379
- [139] WESSEL, Horst: Grundlagen einer Theorie der Termini. In: *Zeitschrift für Semiotik* 17 (1995), Nr. 3-4, S. 355–367. – Stauffenburg Verlag
- [140] WESSEL, Horst: Wider den Mythos intensionaler Kontexte. In: *Zeitschrift für Semiotik* 17 (1995), Nr. 3-4, S. 369–378. – Stauffenburg Verlag
- [141] WESSEL, Horst: Kripkes Puzzle ist kein Puzzle. In: *Ruch Filozoficzny* LII (1995), Nr. 3-4, S. 460–471. – Adam Marszałek (Verlag)
- [142] WESSEL, H.: Some Term-Forming Operators. In: *10th International Congress of Logic, Methodology and Philosophy of Science, Volume of Abstracts, August 19–25, 1995 – Florence, Italy* International Union of History and Philosophy of Science, 1995, S. 187
- [143] WESSEL, Horst: The Identity of Strong Indiscernibility. In: *Logic and Logical Philosophy* 2 (1995), S. 117–134. – University Press Toruń
- [144] KRAMPITZ, Karl-Heinz/SCHEFFLER, Uwe/WESSEL, Horst: Time, Truth and Existence. Is Socrates Mortal? In: FAYE, J. (Hrsg.) [u. a.]: *Perspectives on Time*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London 1997 (Boston Studies in the Philosophy of Science, Bd. 189), S. 345–365
- [145] WESSEL, Horst: Wider den Mythos intensionaler Kontexte. In: MEGGLE, Georg (Hrsg.): *Analyomen 2. Proceedings of the 2nd Conference*

- „*Perspectives in Analytical Philosophy*“ Bd. 1: Logic, Epistemology, Philosophy of Science. Walter de Gruyter, Berlin/New York 1997, S. 163–173
- [146] WESSEL, Horst: Existenzbelastung in der klassischen Quantorentheorie mit nichttraditioneller Prädikationstheorie. In: OMYŁA, Mieczysław (Hrsg.): *Skłonność Metafizyczna*. Wydział filozofii socjologii uniwersytetu Warszawskiego, Warschau 1997, S. 175–182
- [147] WESSEL, Horst: *Logik*. Neuauflage. Logos Verlag, Berlin 1998 (Logische Philosophie, Bd. 2). – Erste Aufl.: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1984
- [148] WESSEL, Horst: *Logik und Philosophie*. Neuauflage. Logos Verlag, Berlin 1999 (Logische Philosophie, Bd. 4). – Erste Aufl.: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1976
- [149] WESSEL, Horst/WUTTICH, Klaus: *daß-Termini. Intensionalität und Ersetzbarkeit*. – im Druck

Bereits erschienene und geplante Bände der Reihe

Logische Philosophie

Hrsg.: H. Wessel, U. Scheffler, Y. Shramko, M. Urchs

ISSN: 1435-3415

In der Reihe „Logische Philosophie“ werden philosophisch relevante Ergebnisse der Logik vorgestellt. Dazu gehören insbesondere Arbeiten, in denen philosophische Probleme mit logischen Methoden gelöst werden.

Uwe Scheffler/Klaus Wuttich (Hrsg.)

Termingebrauch und Folgebeziehung

ISBN: 978-3-89722-050-8 Preis: 30,- €

Regeln für den Gebrauch von Termini und Regeln für das logische Schließen sind traditionell der Gegenstand der Logik. Ein zentrales Thema der vorliegenden Arbeiten ist die umstrittene Forderung nach speziellen Logiken für bestimmte Aufgabengebiete - etwa für Folgern aus widersprüchlichen Satzmengen, für Ersetzen in gewissen Wahrnehmungs- oder Behauptungssätzen, für die Analyse von epistemischen, kausalen oder mehrdeutigen Termini. Es zeigt sich in mehreren Arbeiten, daß die nichttraditionelle Prädikationstheorie eine verlässliche und fruchtbare Basis für die Bearbeitung solcher Probleme bietet. Den Beiträgen zu diesem Problemkreis folgen vier diese Thematik erweiternde Beiträge. Der dritte Abschnitt beschäftigt sich mit der Theorie der logischen Folgebeziehungen. Die meisten der diesem Themenkreis zugehörigen Arbeiten sind explizit den Systemen F^S bzw. S^S gewidmet.

Horst Wessel

Logik

ISBN: 978-3-89722-057-7 Preis: 37,- €

Das Buch ist eine philosophisch orientierte Einführung in die Logik. Ihm liegt eine Konzeption zugrunde, die sich von mathematischen Einführungen in die Logik unterscheidet, logische Regeln als universelle Sprachregeln versteht und sich bemüht, die Logik den Bedürfnissen der empirischen Wissenschaften besser anzupassen.

Ausführlich wird die klassische Aussagen- und Quantorenlogik behandelt. Philosophische Probleme der Logik, die Problematik der logischen Folgebeziehung, eine nichttraditionelle Prädikationstheorie, die intuitionistische Logik, die Konditionallogik, Grundlagen der Termintheorie, die Behandlung modaler Prädikate und ausgewählte Probleme der Wissenschaftslogik gehen über die üblichen Einführungen in die Logik hinaus.

Das Buch setzt keine mathematischen Vorkenntnisse voraus, kann als Grundlage für einen einjährigen Logikkurs, aber auch zum Selbststudium genutzt werden.

Yaroslav Shramko

Intuitionismus und Relevanz

ISBN: 978-3-89722-205-2 Preis: 25,- €

Die intuitionistische Logik und die Relevanzlogik gehören zu den bedeutendsten Rivalen der klassischen Logik. Der Verfasser unternimmt den Versuch, die jeweiligen Grundideen der Konstruktivität und der Paradoxienfreiheit durch eine „Relevantisierung der intuitionistischen Logik“ zusammenzuführen. Die auf diesem Weg erreichten Ergebnisse sind auf hohem technischen Niveau und werden über die gesamte Abhandlung hinweg sachkundig philosophisch diskutiert. Das Buch wendet sich an einen logisch gebildeten philosophisch interessierten Leserkreis.

Horst Wessel

Logik und Philosophie

ISBN: 978-3-89722-249-6 Preis: 15,30 €

Nach einer Skizze der Logik wird ihr Nutzen für andere philosophische Disziplinen herausgearbeitet. Mit minimalen logisch-technischen Mitteln werden philosophische Termini, Theoreme und Konzeptionen analysiert. Insbesondere bei der Untersuchung von philosophischer Terminologie zeigt sich, daß logische Standards für jede wissenschaftliche Philosophie unabdingbar sind. Das Buch wendet sich an einen breiten philosophisch interessierten Leserkreis und setzt keine logischen Kenntnisse voraus.

S. Wölfl

Kombinierte Zeit- und Modallogik. Vollständigkeitsresultate für prädikatenlogische Sprachen

ISBN: 978-3-89722-310-3 Preis: 40,- €

Zeitlogiken thematisieren „nicht-ewige“ Sätze, d. h. Sätze, deren Wahrheitswert sich in der Zeit verändern kann. Modallogiken (im engeren Sinne des Wortes) zielen auf eine Logik alethischer Modalbegriffe ab. Kombinierte Zeit- und Modallogiken verknüpfen nun Zeit- mit Modallogik, in ihnen geht es also um eine Analyse und logische Theorie zeitabhängiger Modalaussagen.

Kombinierte Zeit- und Modallogiken stellen eine ausgezeichnete Basistheorie für Konditionallogiken, Handlungs- und Bewirkenstheorien sowie Kausalanalysen dar. Hinsichtlich dieser Anwendungsgebiete sind vor allem prädikatenlogische Sprachen aufgrund ihrer Ausdruckstärke von Interesse. Die vorliegende Arbeit entwickelt nun kombinierte Zeit- und Modallogiken für prädikatenlogische Sprachen und erörtert die solchen logischen Systemen eigentümlichen Problemstellungen. Dazu werden im ersten Teil ganz allgemein multimodale Logiken für prädikatenlogische Sprachen diskutiert, im zweiten dann Kalküle der kombinierten Zeit- und Modallogik vorgestellt und deren semantische Vollständigkeit bewiesen.

Das Buch richtet sich an Leser, die mit den Methoden der Modal- und Zeitlogik bereits etwas vertraut sind.

H. Franzen, U. Scheffler

Logik. Kommentierte Aufgaben und Lösungen

ISBN: 978-3-89722-400-1 Preis: 15,- €

Üblicherweise wird in der Logik-Ausbildung viel Zeit auf die Vermittlung metatheoretischer Zusammenhänge verwendet. Das Lösen von Übungsaufgaben — unerlässlich für das Verständnis der Theorie — ist zumeist Teil der erwarteten selbständigen Arbeit der Studierenden. Insbesondere Logik-Lehrbücher für Philosophen bieten jedoch häufig wenige oder keine Aufgaben. Wenn Aufgaben vorhanden sind, fehlen oft die Lösungen oder sind schwer nachzuvollziehen.

Das vorliegende Trainingsbuch enthält Aufgaben mit Lösungen, die aus Klausur- und Tutoriumsaufgaben in einem 2-semestrigen Grundkurs Logik für Philosophen entstanden sind. Ausführliche Kommentare machen die Lösungswege leicht verständlich. So übt der Leser, Entscheidungsverfahren anzuwenden, Theoreme zu beweisen u. ä., und erwirbt damit elementare logische Fertigkeiten. Erwartungsgemäß beziehen sich die meisten Aufgaben auf die Aussagen- und Quantorenlogik, aber auch andere logische Gebiete werden in kurzen Abschnitten behandelt.

Diese Aufgabensammlung ist kein weiteres Lehrbuch, sondern soll die vielen vorhandenen Logik-Lehrbücher ergänzen.

U. Scheffler

Ereignis und Zeit. Ontologische Grundlagen der Kausalrelationen

ISBN: 978-3-89722-657-9 Preis: 40,50 €

Das Hauptergebnis der vorliegenden Abhandlung ist eine philosophische Ereignistheorie, die Ereignisse über konstituierende Sätze einführt. In ihrem Rahmen sind die wesentlichen in der Literatur diskutierten Fragen (nach der Existenz und der Individuation von Ereignissen, nach dem Verhältnis von Token und Typen, nach der Struktur von Ereignissen und andere) lösbar. In weiteren Kapiteln werden das Verhältnis von kausaler und temporaler Ordnung sowie die Existenz von Ereignissen in der Zeit besprochen und es wird auf der Grundlage der Token-Typ-Unterscheidung für die Priorität der singulären Kausalität gegenüber genereller Verursachung argumentiert.

Horst Wessel

Antiirrationalismus

Logisch-philosophische Aufsätze

ISBN: 978-3-8325-0266-9 Preis: 45,- €

Horst Wessel ist seit 1976 Professor für Logik am Institut für Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Nach seiner Promotion in Moskau 1967 arbeitete er eng mit seinem Doktorvater, dem russischen Logiker A. A. Sinowjew, zusammen. Wessel hat großen Anteil daran, daß am Berliner Institut für Philosophie in der Logik auf beachtlichem Niveau gelehrt und geforscht wurde.

Im vorliegenden Band hat er Artikel aus einer 30-jährigen Publikationstätigkeit ausgewählt, die zum Teil nur noch schwer zugänglich sind. Es handelt sich dabei um logische, philosophische und logisch-philosophische Arbeiten. Von Kants Antinomien der reinen Vernunft bis zur logischen Termintheorie, von Modalitäten bis zur logischen Folgebeziehung, von Entwicklungstermini bis zu intensionalen Kontexten reicht das Themenspektrum.

Antiirrationalismus ist der einzige -ismus, dem Wessel zustimmen kann.

Horst Wessel, Klaus Wuttich

daß-Termini

Intensionalität und Ersetzbarkeit

ISBN: 978-3-89722-754-5 Preis: 34,- €

Von vielen Autoren werden solche Kontexte als intensional angesehen, in denen die üblichen Ersetzbarkeitsregeln der Logik nicht gelten. Eine besondere Rolle spielen dabei *daß*-Konstruktionen.

Im vorliegenden Buch wird gezeigt, daß diese Auffassungen fehlerhaft sind. Nach einer kritischen Sichtung der Arbeiten anderer Logiker zu der Problematik von *daß*-Termini wird ein logischer Apparat bereitgestellt, der es ermöglicht, *daß*-Konstruktionen ohne Einschränkungen von Ersetzbarkeitsregeln und ohne Zuflucht zu Intensionalitäten logisch korrekt zu behandeln.

Fabian Neuhaus

Naive Prädikatenlogik

Eine logische Theorie der Prädikation

ISBN: 978-3-8325-0556-1 Preis: 41,- €

Die logischen Regeln, die unseren naiven Redeweisen über Eigenschaften zugrunde liegen, scheinen evident und sind für sich alleine betrachtet völlig harmlos - zusammen sind sie jedoch widersprüchlich. Das entstehende Paradox, das Russell-Paradox, löste die sogenannte Grundlagenkrise der Mathematik zu Beginn des 20. Jahrhunderts aus. Der klassische Weg, mit dem Russell-Paradox umzugehen, ist eine Vermeidungsstrategie: Die logische Analysesprache wird so beschränkt, daß das Russell-Paradox nicht formulierbar ist.

In der vorliegenden Arbeit wird ein anderer Weg aufgezeigt, wie man das Russell-Paradox und das verwandte Grelling-Paradox lösen kann. Dazu werden die relevanten linguistischen Daten anhand von Beispielen analysiert und ein angemessenes formales System aufgebaut, die Naive Prädikatenlogik.

Bente Christiansen, Uwe Scheffler (Hrsg.)

Was folgt

Themen zu Wessel

ISBN: 978-3-8325-0500-4 Preis: 42,- €

Die vorliegenden Arbeiten sind Beiträge zu aktuellen philosophischen Diskussionen – zu Themen wie Existenz und Referenz, Paradoxien, Prädikation und dem Funktionieren von Sprache überhaupt. Gemeinsam ist ihnen der Bezug auf das philosophische Denken Horst Wessels, ein Vierteljahrhundert Logikprofessor an der Humboldt-Universität zu Berlin, und der Anspruch, mit formalen Mitteln nachvollziehbare Ergebnisse zu erzielen.

Vincent Hendricks, Fabian Neuhaus, Stig Andur Pedersen, Uwe Scheffler, Heinrich Wansing (Eds.)

First-Order Logic Revisited

ISBN: 978-3-8325-0475-5 Preis: 75,- €

Die vorliegenden Beiträge sind für die Tagung „75 Jahre Prädikatenlogik erster Stufe“ im Herbst 2003 in Berlin geschrieben worden. Mit der Tagung wurde der 75. Jahrestag des Erscheinens von Hilberts und Ackermanns wegweisendem Werk „Grundzüge der theoretischen Logik“ begangen.

Im Ergebnis entstand ein Band, der eine Reflexion über die klassische Logik, eine Diskussion ihrer Grundlagen und Geschichte, ihrer vielfältigen Anwendungen, Erweiterungen und Alternativen enthält.

Der Band enthält Beiträge von Andréka, Avron, Ben-Yami, Brünnler, Englebretsen, Ewald, Guglielmi, Hajek, Hintikka, Hodges, Kracht, Lanzet, Madarasz, Nemeti, Odintsov, Robinson, Rossberg, Thielscher, Toke, Wansing, Willard, Wolenski

Pavel Materna

Conceptual Systems

ISBN: 978-3-8325-0636-0 Preis: 34,- €

We all frequently use the word “concept”. Yet do we know what we mean using this word in sundry contexts? Can we say, for example, that there can be several concepts of an object? Or: can we state that some concepts develop? What relation connects concepts with expressions of a natural language? What is the meaning of an expression? Is Quine’s ‘stimulus meaning’ the only possibility of defining meaning? The author of the present publication (and of “Concepts and Objects”, 1998) offers some answers to these (and many other) questions from the viewpoint of transparent intensional logic founded by the late Czech logician Pavel Tichý (†1994 Dunedin).

Johannes Emrich

Die Logik des Unendlichen

Rechtfertigungsversuche des *tertium non datur* in der Theorie des mathematischen Kontinuums

ISBN: 978-3-8325-0747-3 Preis: 39,- €

Im Grundlagenstreit der Mathematik geht es um die Frage, ob gewisse in der modernen Mathematik gängige Beweismethoden zulässig sind oder nicht. Der Verlauf der Debatte – von den 1920er Jahren bis heute – zeigt, dass die Argumente auf verschiedenen Ebenen gelagert sind: die der meist konstruktivistisch eingestellten Kritiker sind erkenntnistheoretischer oder logischer Natur, die der Verteidiger ontologisch oder pragmatisch. Die Einschätzung liegt nahe, der Streit sei gar nicht beizulegen, es handele sich um grundlegend unterschiedliche Auffassungen von Mathematik. Angesichts der immer wieder auftretenden Erfahrung ihrer Unverträglichkeit wäre es aber praktisch wie philosophisch unbefriedigend, schlicht zur Toleranz aufzurufen. Streiten heißt nach Einigung streben. In der Philosophie manifestiert sich dieses Streben in der Überzeugung einer objektiven Einheit oder Einheitlichkeit, insbesondere geistiger Sphären. Im Sinne dieser Überzeugung unternimmt die vorliegende Arbeit einen Vermittlungsversuch, der sich auf den logischen Kern der Debatte konzentriert.

Christopher von Bülow

Beweisbarkeitslogik

– Gödel, Rosser, Solovay –

ISBN: 978-3-8325-1295-8 Preis: 29,- €

Kurt Gödel erschütterte 1931 die mathematische Welt mit seinem Unvollständigkeitssatz. Gödel zeigte, wie für jedes noch so starke formale System der Arithmetik ein Satz konstruiert werden kann, der besagt: „Ich bin nicht beweisbar.“ Würde das System diesen Satz beweisen, so würde es sich damit selbst Lügen strafen. Also ist dies ein wahrer Satz, den es nicht beweisen kann: Es ist unvollständig. John Barkley Rosser verstärkte später Gödels Ergebnisse, wobei er die Reihenfolge miteinbezog, in der Sätze bewiesen werden, gegeben irgendeine Auffassung von „Beweis“. In der Beweisbarkeitslogik werden die formalen Eigenschaften der Begriffe „beweisbar“ und „wird früher bewiesen als“ mit modallogischen Mitteln untersucht: Man liest den notwendig - Operator als beweisbar und gibt formale Systeme an, die die Modallogik der Beweisbarkeit erfassen.

Diese Arbeit richtet sich sowohl an Logik-Experten wie an durchschnittlich vorgebildete Leser. Ihr Ziel ist es, in die Beweisbarkeitslogik einzuführen und deren wesentliche Resultate, insbesondere die Solovayschen Vollständigkeitssätze, präzise, aber leicht zugänglich zu präsentieren.

Niko Strobach

Alternativen in der Raumzeit

Eine Studie zur philosophischen Anwendung multidimensionaler Aussagenlogiken

ISBN: 978-3-8325-1400-6 Preis: 46.50 €

Ist der Indeterminismus mit der Relativitätstheorie und ihrer Konzeption der Gegenwart vereinbar? Diese Frage lässt sich beantworten, indem man die für das alte Problem der futura contingentia entwickelten Ansätze auf Aussagen über das Raumartige überträgt. Die dazu hier Schritt für Schritt aufgebaute relativistische indeterministische Raumzeitlogik ist eine erste philosophische Anwendung der multidimensionalen Modallogiken.

Neben den üblichen Zeitoperatoren kommen dabei die Operatoren „überall“ und „irgendwo“ sowie „für jedes Bezugssystem“ und „für manches Bezugssystem“ zum Einsatz. Der aus der kombinierten Zeit- und Modallogik bekannte Operator für die historische Notwendigkeit wird in drei verschiedene Operatoren („wissbar“, „feststehend“, „beeinflussbar“) ausdifferenziert. Sie unterscheiden sich bezüglich des Gebiets, in dem mögliche Raumzeiten inhaltlich koinzidieren müssen, um als Alternativen zueinander gelten zu können. Die Interaktion zwischen den verschiedenen Operatoren wird umfassend untersucht.

Die Ergebnisse erlauben es erstmals, die Standpunkt-gebundene Notwendigkeit konsequent auf Raumzeitpunkte zu relativieren. Dies lässt auf einen metaphysisch bedeutsamen Unterschied zwischen deiktischer und narrativer Determiniertheit aufmerksam werden. Dieses Buch ergänzt das viel diskutierte Paradigma der verzweigten Raumzeit („branching spacetime“) um eine neue These: Der Raum ist eine Erzählform der Entscheidungen der Natur.

Erich Herrmann Rast

Reference and Indexicality

ISBN: 978-3-8325-1724-3 Preis: 43.00 €

Reference and indexicality are two central topics in the Philosophy of Language that are closely tied together. In the first part of this book, a description theory of reference is developed and contrasted with the prevailing direct reference view with the goal of laying out their advantages and disadvantages. The author defends his version of indirect reference against well-known objections raised by Kripke in Naming and Necessity and his successors, and also addresses linguistic aspects like compositionality. In the second part, a detailed survey on indexical expressions is given based on a variety of typological data. Topics addressed are, among others: Kaplan's logic of demonstratives, conversational versus utterance context, context-shifting indexicals, the deictic center, token-reflexivity, vagueness of spatial and temporal indexicals, reference rules, and the epistemic and cognitive role of indexicals. From a descriptivist perspective on reference, various examples of simple and complex indexicals are analyzed in first-order predicate logic with reified contexts. A critical discussion of essential indexicality, de se readings of attitudes and accompanying puzzles rounds up the investigation.

Magdalena Roguska

Exklamation und Negation

ISBN: 978-3-8325-1917-9 Preis: 39.00 €

Im Deutschen, aber auch in vielen anderen Sprachen gibt es umstrittene Negationsausdrücke, die keine negierende Kraft haben, wenn sie in bestimmten Satztypen vorkommen. Für das Deutsche handelt sich u.a. um die exklamativ interpretierten Sätze vom Typ:

Was macht sie nicht alles! Was der nicht schafft!

Die Arbeit fokussiert sich auf solchen Exklamationen. Ihre wichtigsten Thesen lauten:

- Es gibt keine Exklamativsätze aber es gibt Exklamationen.
- *Alles* und *nicht alles* in solchen Sätzen, haben semantische und nicht pragmatische Funktionen.
- Das „nicht-negierende“ *nicht* ohne *alles* in einer Exklamation ist doch eine Negation. Die Exklamation bezieht sich aber trotzdem auf denselben Wert, wie die entsprechende Exklamation ohne Negation.
- In skalaren Exklamationen besteht der Unterschied zwischen Standard- und „nicht-negierenden“ Negation im Skopus von *nicht*.

Die Analyse erfolgt auf der Schnittstelle zwischen Semantik und Pragmatik.

August W. Sladek

Aus Sand bauen. Tropentheorie auf schmaler relationaler Basis

**Ontologische, epistemologische, darstellungstechnische
Möglichkeiten und Grenzen der Tropenanalyse**

ISBN: 978-3-8325-2506-4 (4 Bände) Preis: 198.00 €

Warum braucht eine Tropentheorie zweieinhalbtausend Seiten Text, wenn zweieinhalb Seiten ausreichen, um ihre Grundidee vorzustellen? Weil der Verfasser zuerst sich und dann seine Leser, auf deren Geduld er baut, überzeugen will, dass die ontologische Grundidee von Tropen als den Bausteinen der Welt wirklich trägt und sich mit ihnen die Gegenstände nachbilden lassen, die der eine oder andere glaubt haben zu müssen. Um metaphysischen, epistemologischen Dilemmata zu entgehen, sie wenigstens einigermaßen zu meistern, preisen viele Philosophen Tropen als „Patentbausteine“ an. Die vorliegende Arbeit will Tropen weniger empfehlen als zeigen, wie sie sich anwenden lassen. Dies ist weit mühseliger als sich mit Andeutungen zu begnügen, wie brauchbar sich doch Tropen erweisen werden, machte man sich die Mühe sie einzusetzen. Lohnt sich die Mühe wirklich? Der Verfasser wollte zunächst nachweisen, dass sie sich nicht lohnt. Das Gegenteil ist ihm gelungen. Zwar sind Tropen wie Sandkörner. Was lässt sich schon aus Sand bauen, das Bestand hat? Wenn man nur genug „Zement“ nimmt, gelingen gewiss stabile Bauten, doch wie viel und welcher „Zement“ ist erlaubt? Nur schwache Bindemittel dürfen es sein; sonst gibt man sich mit einer hybriden Tropenontologie zufrieden, die Bausteine aus fremden, konkurrierenden Ontologien hinzunimmt. Die vier Bände bieten eine schwächstmögliche und damit unvermischte, allerdings mit Varianten und Alternativen behaftete Tropentheorie an samt ihren Wegen, Nebengewegen, Anwendungstests.

Mireille Staschok

Existenz und die Folgen

Logische Konzeptionen von Quantifikation und Prädikation

ISBN: 978-3-8325-2191-2 Preis: 39.00 €

Existenz hat einen eigenwilligen Sonderstatus in der Philosophie und der modernen Logik. Dieser Sonderstatus erscheint in der klassischen Prädikatenlogik – übereinstimmend mit Kants Diktum, dass Existenz kein Prädikat sei – darin, dass „Existenz“ nicht als Prädikat erster Stufe, sondern als Quantor behandelt wird. In der natürlichen Sprache wird „existieren“ dagegen prädikativ verwendet.

Diese andauernde und philosophisch fruchtbare Diskrepanz von Existenz bietet einen guten Zugang, um die Funktionsweisen von Prädikation und Quantifikation zu beleuchten. Ausgangspunkt der Untersuchungen und Bezugssystem aller Vergleiche ist die klassische Prädikatenlogik erster Stufe. Als Alternativen zur klassischen Prädikatenlogik werden logische Systeme, die sich an den Ansichten Meinongs orientieren, logische Systeme, die in der Tradition der aristotelischen Termlogik stehen und eine nichttraditionelle Prädikationstheorie untersucht.

Sebastian Bab, Klaus Robering (Eds.)

Judgements and Propositions

Logical, Linguistic, and Cognitive Issues

ISBN: 978-3-8325-2370-1 Preis: 39.00 €

Frege and Russell in their logico-semantic theories distinguished between a proposition, the judgement that it is true, and the assertion of this judgement. Their distinction, however, fell into oblivion in the course of later developments and was replaced by the formalistic notion of an expression derivable by means of purely syntactical rules of inference. Recently, however, Frege and Russell's original distinction has received renewed interest due to the work of logicians and philosophers such as, for example, Michael Dummett, Per Martin-Löf, and Dag Prawitz, who have pointed to the central importance of both the act of assertion and its justification to logic itself as well as to an adequate theory of meaning and understanding.

The contributions to the present volume deal with central issues raised by these authors and their classical predecessors: What kind of propositions are there and how do they relate to truth? How are propositions grasped by human subjects? And how do these subjects judge those propositions according to various dimensions (such as that of truth and falsehood)? How are those judgements encoded into natural language, communicated to other subjects, and decoded by them? What does it mean to proceed by inference from premiss assertions to a new judgement?

Marius Thomann

Die Logik des Könnens

ISBN: 978-3-8325-2672-6 Preis: 41.50 €

Was bedeutet es, einer Person eine praktische Fähigkeit zu attestieren? Und unter welchen Umständen sind derartige Fähigkeitszuschreibungen wahr, etwa die Behauptung, Max könne Gitarre spielen? Diese Fragen stehen im Zentrum der vorliegenden Untersuchung. Ihr Gegenstand ist die philosophisch-logische Analyse des Fähigkeitsbegriffs. Als Leitfaden dient eine Analyse normalsprachlicher Fähigkeitszuschreibungen, gemäß der Max genau dann Gitarre spielen kann, wenn er dies unter dafür angemessenen Bedingungen normalerweise erfolgreich tut. Drei in der Forschungsliteratur vorgeschlagene Systeme werden diskutiert, die zwar wertvolle Impulse für die formale Modellierung geben, als Vertreter des so genannten modalen Ansatzes aber von der Diagnose ontologischer Inadäquatheit betroffen sind: Die Entitäten, die als Fähigkeiten attribuiert werden, lassen sich nicht über Propositionen individuieren; ohne die explizite Referenz auf Handlungstypen, die eben gekonnt oder nicht gekonnt werden, bleibt Max' Fähigkeit, Gitarre zu spielen, unterbestimmt. Um diesen Einwand zu vermeiden, liegt demgemäß der hier vorgestellten Logik des Könnens ein Gegenstandsbereich zugrunde, dessen Struktur an der Ontologie von Handlungen orientiert ist.

Christof Dobieß

Kausale Relata

Eine Untersuchung zur Wechselbeziehung zwischen der Beschaffenheit kausaler Relata und der Natur der Kausalbeziehung

ISBN: 978-3-8325-5083-7 Preis: 57.00 €

Dieses Buch macht nachdrücklich klar, daß die Thematik „Kausale Relata“ kein Nebenschauplatz der Kausalitätsdiskussion ist und sich die Analyse von Kausalität nicht auf die bloße Betrachtung der Kausalrelation selbst beschränken darf. Zwischen der Metaphysik der kausalen Relata und der Natur der Kausalbeziehung, so die Hauptthese dieses Werks, besteht eine enge theoretische Wechselbeziehung.

Untersucht wird diese These anhand zentraler kausaler Problembereiche: (1) der kausalen Präemption, (2) der Transitivität der Kausalität, (3) der dispositionalen Verursachung, (4) der negativen Verursachung und (5) der Konzeption von Verursachung als „qualitativem Fortbestand“ („qualitative persistence“).

Während die Probleme der Präemption und des qualitativen Fortbestands in der Auseinandersetzung zwischen kontrafaktischen Kausalkonzeptionen und Transfertheorien Bedeutung entfalten, betreffen die Transitivität der Kausalität sowie negative und dispositionale Verursachung nahezu alle Kausaltheorien. Der Forderung nach der Transitivität der Kausalität kann nur durch eine hinreichend präzise und eindeutig gefaßte Konzeption der kausalen Beziehungsträger entsprochen werden. Ob Dispositionen oder Negativereignisse in kausale Beziehungen treten können, hängt entscheidend davon ab, inwiefern Entitäten dieser Art ein ontologisches Bleiberecht zugestanden wird.

Logische Philosophie

Hrsg.: H. Wessel, U. Scheffler, Y. Shramko und M. Urchs

In der Reihe „Logische Philosophie“ werden philosophisch relevante Ergebnisse der Logik vorgestellt. Dazu gehören insbesondere Arbeiten, in denen philosophische Probleme mit logischen Methoden gelöst werden.

Horst Wessel ist seit 1976 Professor für Logik am Institut für Philosophie der Humboldt-Universität zu Berlin. Nach seiner Promotion in Moskau 1967 arbeitete er eng mit seinem Doktorvater, dem russischen Logiker A. A. Sinowjew, zusammen. Wessel hat großen Anteil daran, daß am Berliner Institut für Philosophie in der Logik auf beachtlichem Niveau gelehrt und geforscht wurde.

Im vorliegenden Band hat er Artikel aus einer 30-jährigen Publikationstätigkeit ausgewählt, die zum Teil nur noch schwer zugänglich sind. Es handelt sich dabei um logische, philosophische und logisch-philosophische Arbeiten. Von Kants Antinomien der reinen Vernunft bis zur logischen Termintheorie, von Modalitäten bis zur logischen Folgebeziehung, von Entwicklungstermini bis zu intensionalen Kontexten reicht das Themenspektrum.

Antiirrationalismus ist der einzige -ismus, dem Wessel zustimmen kann.

Logos Verlag Berlin

ISBN 3-8325-0266-1